# Перекрестное взаимное тепловое влияние в матрицах поверхностно излучающих лазеров с «вертикальным» выводом излучения

© С.М. Захаров¶

Институт высокопроизводительных вычислительных систем Российской академии наук,
117872 Москва, Россия

(Получена 10 мая 2000 г. Принята к печати 9 ноября 2000 г.)

Рассматриваются вопросы взаимного теплового влияния лазеров с вертикальным выводом излучения, работающих в режиме матрицы. Оцениваются тепловые сопротивления для различных конфигураций лазеров в матрице.

## Введение

На пути решения тепловых проблем в инжекционных лазерах с "вертикальным" выводом излучения (или вертикально излучающих лазерах — ВИЛ) имеются значительные трудности, связанные прежде всего со сложным характером распределения тепловых источников в объеме лазера, а также двухмерным характером протекания электрического тока. На сегодняшний день уже накоплен некоторый экспериментальный материал, относящийся к тепловым явлениям в матрицах ВИЛ [1–5].

В этих условиях имеют важное значение работы, в которых рассматриваются вопросы моделирования матриц ВИЛ [6–12]. При моделировании ВИЛ необходимо построение единой физической модели, учитывающей как оптические, так тепловые и электрические свойства поверхностно излучающих лазеров в целом. Последнее обстоятельство по сути дела диктует необходимость использования методов численного моделирования, позволяющих адекватно учитывать совокупности отмеченных свойств, а также конструктивных решений, связанных со сложной геометрией устройств. В силу этого методы численного моделирования по необходимости приводят к требованию использования значительных вычислительных ресурсов. В этих условиях приобретают значение более упрощенные подходы, позволяющие прежде всего аналитически проводить оценку тепловых параметров.

В настоящей работе на основе простейших модельных решений для различных конфигураций работающих лазеров в матрице вычислены тепловые сопротивления, учитывающие взаимное или перекрестное влияние лазеров друг на друга. В частности, отмечается асимметрия в тепловых свойствах центральных, угловых и краевых лазеров. Проведено детальное сравнение полученных результатов с экспериментальными данными.

## 1. Эффективные тепловые сопротивления с функцией взаимного влияния

Определим тепловое сопротивление $R_{ij}^{\text{th}}$ с функцией взаимного влияния каких-либо лазеров как отношение приращения температуры $\Delta T_i$ $i$-го лазера к тепловой мощности $P_j$, выделяемой при работе $j$-го лазера:

$$R_{ij}^{\text{th}} = \frac{\Delta T_i}{P_j}. \tag{1}$$

Отметим, что данное определение не является строгим, поскольку в области лазера правильнее говорить о распределении температурного поля. Однако тепловые сопротивления довольно часто используются в инженерных расчетах, поскольку позволяют легко оценивать приращение температуры (вместе с тем и температуру активной области лазера) вследствие диссипации тепловой мощности [1–5].

В рассматриваемой нами модели матрицы ВИЛ потери теплового потока через верхнюю (контакт с воздухом) и боковую (контакт с пассивирующим полиимидом) поверхности лазера не происходит. Это означает, что теплообмен между лазерами осуществляется только через подложку. В подложке же происходит перераспределение теплового потока в двух взаимно перпендикулярных направлениях, при этом часть теплового потока "уходит на бесконечность", как в случае полубесконечной среды, либо теряется при контакте с "хладопроводом" (телом, температура которого считается неизменной) — в случае подложки в виде неограниченного слоя конечной толщины. Таким образом, тепловая задача сводится к нахождению распределения температурного поля вдоль поверхности полупроводниковой подложки.

При этом оказывается удобным воспользоваться простейшими модельными решениями тепловых задач. Например, в случае точечного источника тепла установившаяся температура поверхности ($z = 0$) изменяется по закону $1/r$, поэтому

$$R_{ij}^{\text{th}}(r) = \frac{1}{2\pi\kappa r}, \tag{2}$$

где $r = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$. Отметим, что переменные $\{r, z\}$ относятся к цилиндрической системе координат.

В том случае, когда тепловой поток "вводится" в круговую область радиуса $R$ подложки толщиной $l$ с постоянной плотностью $q = P/\pi R^2$ ($q$-модель), по аналогии с [13] можно получить:

$$T(r,0) = \frac{P}{\pi\kappa R}\int_0^\infty \tanh(\lambda l) J_0(\lambda r) J_1(\lambda R)\frac{d\lambda}{\lambda},$$

¶ Fax: (095) 332 48 62

откуда

$$R^{\mathrm{th}}_{ij}(r) = R^{\mathrm{th}}_0 \int\limits_0^\infty 2\tanh\left(\frac{l}{R}x\right) J_0\left(\frac{r}{R}x\right) J_1(x)\frac{dx}{x}, \qquad (3)$$

где $R^{\mathrm{th}}_0 = (2\pi\kappa R)^{-1}$.

В случае распределенного теплового потока, определяемого постоянной температурой $T$ круговой (радиуса $R$) области ($T$-модель), получаем

$$R^{\mathrm{th}}_{ij}(r) = R^{\mathrm{th}}_0 \int\limits_0^\infty 2\tanh\left(\frac{l}{R}x\right) J_0\left(\frac{r}{R}x\right) \frac{\sin x}{x}\, dx. \qquad (4)$$

Два последних интеграла (3), (4) имеют аналитические решения при $l/R \gg 1$, поскольку при таком значении параметра $l/R$ область, где функция $\tanh\left[(l/R)x\right]$ отлична от единицы, мала, и она не дает существенного вклада при интегрировании. При $l/R \leqslant 1$ эта функция будет занижать значение интеграла. Физически это означает, что эффективные тепловые сопротивления при взаимном (перекрестном) влиянии в случае подложки конечной толщины $l$ будут меньше, чем в случае полубесконечной среды ($l \to \infty$). Поэтому в дальнейшем для простоты мы ограничимся рассмотрением тепловых сопротивлений как функции взаимного влияния для полубесконечной среды.

Отметим, что решение, описываемое выражением (4), дает значение интеграла при $r = R$ ($l \gg R$), равное $1.57 \simeq \pi/2$ и тогда

$$R^{\mathrm{th}}_{(f=R)} = \frac{\pi}{2}R^{\mathrm{th}}_0 = \frac{1}{2\kappa d}, \quad \text{где} \quad d = 2R.$$

Аналогичным образом можно ввести так называемое эффективное тепловое сопротивление матрицы лазеров

$$R^{\mathrm{th}}_{\mathrm{eff}} = \sum_{i \neq j} R^{\mathrm{th}}_{ij} = \gamma_N R^{\mathrm{th}}_0, \quad R^{\mathrm{th}}_0 = \frac{1}{2\pi\kappa r_s}, \qquad (5)$$

где $r_s$ — параметр (шаг) "решетки" в матрице лазеров, а суммирование проводится по всем работающим лазерам.

Отметим, что величина $\gamma_N$ существенным образом зависит от конфигурации работающих лазеров и показывает, насколько учет лазеров в матрице превышает тепловой вклад от ближайшего соседнего лазера. Таким образом, $\gamma_N$ позволяет учитывать влияние на отдельный работающий лазер всех остальных лазеров матрицы. В итоге эффективное тепловое сопротивление дает возможность оценить изменение температуры данного лазера при включенных остальных, при этом считается, что в каждом из соседей выделяется одна и та же тепловая мощность.

На рис. 1 изображена зависимость эффективного теплового сопротивления для перекрестного взаимного влияния как функция размерности $N$ массива лазеров $N \times N$. Из рисунка следует, что наибольшему влиянию подвержены лазеры, находящиеся в центральной области, чуть меньшему влиянию — краевые лазеры и наименьшему — угловые. Данные результаты можно объяснить тем, что тепловой поток от соседних лазеров увеличивает эффективное тепловое сопротивление лазеров в матрице, поэтому лазеры, находящиеся в центре матрицы, проявляют более высокое значение эффективного теплового сопротивления, так как они окружены большим числом лазеров.

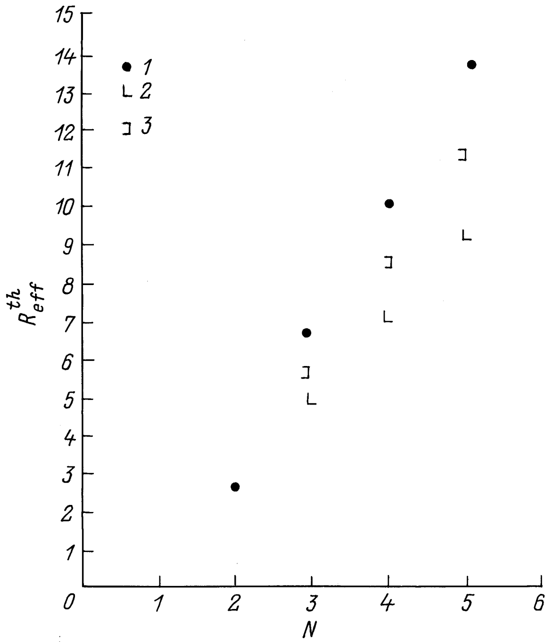


**Рис. 1.** Эффктивное тепловое сопротивление для перекрестного влияния лазеров как функция числа элементов массива лазеров $2 \times 2$, $3 \times 3$, $4 \times 4$, $5 \times 5$ (*1* — центральный лазер, *2* — угловой лазер, *3* — краевой лазер).

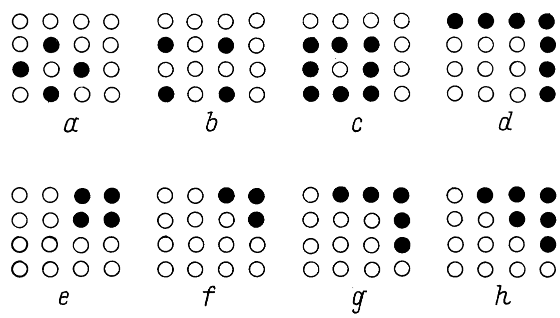


**Рис. 2.** Различные конфигурации работающих лазеров (отмечены черными областями) матрицы $4 \times 4$.

Последующие численные результаты относятся к матрице лазеров $4 \times 4$. Были рассчитаны эффективные тепловые сопротивления для взаимного влияния на лазер с номером (3,2) при различных конфигурациях работающих лазеров в матрице $4 \times 4$. Перечень возможных конфигураций (темными кружками выделены работающие лазеры) приводится на рис. 2. Результаты расчетов

Тепловое сопротивление лазера с номером (3,2) в матрице 4×4 в зависимости от конфигурации работающих лазеров

| Тип конфигурации | Значение коэффициента $\gamma_N$ теплового сопротивления |
|---|---|
| $a$ | 4 |
| $b$ | 2.83 |
| $c$ | 6.83 |
| $d$ | 3.14 |
| $e$ | 1.96 |
| $f$ | 1.25 |
| $g$ | 2.25 |
| $h$ | 2.96 |

тепловых сопротивлений для взаимного влияния различных конфигураций работающих лазеров на данный лазер сведены в таблицу.

## 2. Оценка электрического сопротивления подложки

Для того, чтобы были справедливы тепловые модели, решения для которых были представлены ранее, необходимо, чтобы в области подложки можно было бы пренебречь объемными тепловыми источниками. Иными словами, величина сопротивления в области подложки должна быть намного меньше активного сопротивления лазера.

Для оценки электрического сопротивления подложки воспользуемся аналогией между электрическими и тепловыми величинами, при которой возможно следующее соответствие: $Q(t)$ — поток тепла $\Leftrightarrow$ $I(t)$ — сила электрического тока; $\mathbf{q}$ — плотность потока тепла $\Leftrightarrow$ $\mathbf{j}$ — плотность электрического тока; $T$ — температура $\Leftrightarrow$ $\varphi$ — потенциал; $\kappa$ — коэффициент теплопроводности $\Leftrightarrow$ $\sigma$ — проводимость; $C_p$ — теплоемкость $\Leftrightarrow$ $C$ — электрическая емкость.

Будем для простоты считать, что электрический ток вводится в область подложки с постоянной плотностью. Используя аналогию между электрическими и тепловыми величинами, можно сразу заключить, что решение для потенциалов в области $z \geqslant 0$ будет описываться аналогичным выражением работы [13] с заменой $q \Rightarrow j_0$, $\kappa \Rightarrow \sigma = 1/\rho_e$:

$$U_e(r,0) = j_0\rho_e R \int_0^\infty J_0(\lambda r) J_1(\lambda R)\,\frac{d\lambda}{\lambda}.$$

Усредненное значение потенциала будет равно

$$\langle U_e\rangle = \frac{\int_0^R U_e(r)2\pi r dr}{\pi R^2} = \frac{8 j_0\rho_e R}{3\pi},$$

а среднее значение электрического сопротивления

$$\langle R_e\rangle = \frac{\langle U_e\rangle}{I_{0e}} = \frac{8\rho_e}{3\pi^2 R} = \frac{16\rho_e}{3\pi^2 d}. \qquad (6)$$

Если подложка представляет собой слой конечной толщины $l$, то необходимо воспользоваться решением тепловой задачи [13] и тогда

$$\langle U_e\rangle = 2 j_0\rho_e R \int_0^\infty \tanh\left(\frac{l}{R}x\right) J_1^2(x)\frac{dx}{x^2} = \frac{8 j_0\rho_e R}{3\pi}\zeta_1\left(\frac{l}{R}\right),$$

где

$$\zeta_1\left(\frac{l}{R}\right) = \frac{3\pi}{4}\int_0^\infty \tanh\left(\frac{l}{R}x\right) J_1^2(x)\frac{dx}{x^2}.$$

Соответственно

$$\langle R_e\rangle = \frac{16\rho_e}{3\pi^2 d}\,\zeta_1\left(\frac{l}{R}\right). \qquad (7)$$

График функции $\zeta_1(l/R)$ показан на рис. 3. Видно, что с уменьшением толщины подложки ее омическое сопротивление также уменьшается.

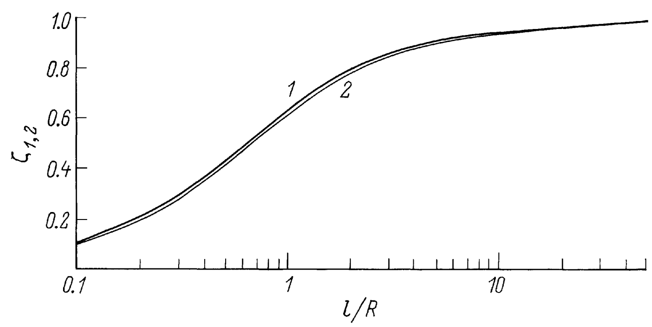


**Рис. 3.** Графики функций $\zeta_{1,2}$, характеризующие зависимость омического сопротивления подложки от ее толщины $l$.

Для оценки величины омического сопротивления подложки можно также использовать и другое модельное решение при постоянном значении потенциала в круговой области в плоскости $z = 0$ ($U_e(r) = U_{0e} = \mathrm{const}$, $r \leqslant R$). Полный ток оказывается равным

$$I = \int_0^R j(r)2\pi r\,dr = \frac{4U_{0e}R}{\rho_e} = \frac{2U_{0e}d}{\rho_e},$$

а сопротивление $R_e$

$$R_e = \frac{U_{0e}}{I} = \frac{\rho_e}{2d}. \qquad (8)$$

В случае, если подложка представляет собой слой конечной толщины, в качестве потенциала следует выбрать решение в виде

$$U_e(r,z) = \frac{2U_{0e}}{\pi}\int_0^\infty \frac{\mathrm{sh}[\lambda(l-z)]}{\mathrm{ch}(\lambda l)} J_0(\lambda r)\frac{\sin(\lambda R)}{\lambda}\,d\lambda.$$

Тогда среднее значение потенциала в области $z = 0$, $r \leqslant R$

$$\langle U_e \rangle = \frac{\int_0^R U_e(r) 2\pi r dr}{\pi R^2} = U_{0e} \zeta_2 \left( \frac{l}{R} \right),$$

где

$$\zeta_2 \left( \frac{l}{R} \right) = \frac{4}{\pi} \int_0^\infty \tanh \left( \frac{l}{R} x \right) J_1(x) \sin x \frac{dx}{x^2}.$$

Для сопротивления тогда получим

$$\langle R_e \rangle = \frac{\rho_e}{2d} \zeta_2 \left( \frac{l}{R} \right). \qquad (9)$$

График функции $\zeta_2(l/R)$ также изображен на рис. 3.

Оценим величину омического сопротивления при протекании тока в области подложки. Используя численные значения для GaAs $\rho_e = 4.0 \cdot 10^{-5}$ Ом $\cdot$ м и $d \sim 10$ мкм, по формуле (6) получим $\langle R_e \rangle \sim 2.2$ Ом, что значительно меньше омического сопротивления лазера ($R_L \sim 1$ кОм), обусловленного в основном брэгговскими зеркалами. Аналогичная оценка с использованием (8) дает $R_e \sim 2$ Ом.

## 3. Сравнение полученных результатов с экспериментальными данными

Как уже отмечалось, проявление тепловых эффектов в динамике ВИЛ связано с разогревом активной области и чрезвычайной чувствительности порогового тока к ее температуре. Особенно жестко тепловые эффекты проявляются для лазеров, работающих в непрерывном режиме. Другим проявлением тепловых явлений следует считать температурный сдвиг длины волны генерации лазеров в "красную" (длинноволновую) область.

Сравним теперь оценки тепловых сопротивлений с известными экспериментальными данными некоторых работ [3–5]. Сотрудники Калифорнийского университета исследовали взаимное влияние на тепловые свойства лазеров в матрице $4 \times 4$ с характерным шагом 30 мкм и диаметром 7 мкм [3]. Лазерная структура выращивалась на основе полупроводниковой пластины $n$-типа GaAs методом молекулярно-лучевой эпитаксии и состояла из брэгговских зеркал (слои AlAs–GaAs) и активной области в виде трех квантовых ям $In_{0.18}Ga_{0.82}As$ толщиной 80 Å. Лазеры изготавливались методом ионного травления и пассивировались слоями $Si_3N_4$ толщиной 2500 Å. Пороговый ток 16 лазеров изменялся в пределах от 570 до 690 мкА и составлял среднее значение $\langle I_{\text{th}} \rangle = 610$ мкА. Измеренное значение скорости теплового сдвига длины волны генерации $\lambda_L = 975$ нм составило величину $\Delta\lambda_L/\Delta T = 0.62$ Å/K.

Из экспериментальных данных работы [3] следовало, что тепловое сопротивление одиночных лазеров в значительной степени определялось коэффициентом теплопроводности "нижнего" брэгговского зеркала в перпендикулярном к поверхности слоев направлении и составило 2720 К/Вт. Авторы работы [3] оценили среднее значение коэффициента теплопроводности материала $\kappa = 0.28$ (Вт/см $\cdot$ К), что оказалось значительно меньше объемного значения в AlAs (0.91 Вт/см $\cdot$ К) и GaAs (0.45 Вт/см $\cdot$ К). Это экспериментальное значение лишь немногим превосходит значение для GaAs–AlAs-сверхрешеток [14] и указывает на то, что коэффициент теплопроводности в многослойных брэгговских зеркалах не может быть получен, исходя из объемных свойств материала, а должен определяться процессами рассеяния фононов на границах раздела.

В матрице $4 \times 4$ лазеров рассчитанное авторами [3] значение эффективного теплового сопротивления оказалось равным 4287 К/Вт для центральных лазеров, 4110 и 3970 К/Вт для краевых и угловых лазеров соответственно. Это значения оказываются примерно на 50% выше измеренного значения теплового сопротивления отдельного одиночного лазера. Оценка теплового сопротивления одиночного лазера по формуле ($R^{\text{th}} = 1/2\kappa d$) приводит к $R^{\text{th}} \approx 2 \cdot 10^3$ К/Вт, что примерно на 30% ниже экспериментального значения.

Оценим величину теплового сопротивления при взаимном влиянии двух ближайших соседей, исходя из представленных на рис. 3 работы [3] данных. Для массива $2 \times 2$ лазеров $R_1^{\text{th}} = 2720$ К/Вт, а $R_{\text{eff}}^{\text{th}} = 3.2 \cdot 10^3$ К/Вт, откуда получаем для $R_0^{\text{th}} = 173$ К/Вт. Для массива $4 \times 4$ лазеров исходя из данных работы [3] для центрального лазера $R_0^{\text{th}} = 157$ К/Вт, для углового — 177 К/Вт, для краевого — 166 К/Вт. Таким образом, среднее значение $R_0^{\text{th}} = 167$ К/Вт. Из оценки по формуле (5) получим $R_0^{\text{th}} = 1.2 \cdot 10^2$ К/Вт ($\kappa = 44$ Вт/м$\cdot$К) и $R_0^{\text{th}} = 1.5 \cdot 10^2$ К/Вт ($\kappa = 35.4$ Вт/м $\cdot$ К). Соответствие экспериментальных и теоретических результатов неплохое, если принять $\kappa = 35$ Вт/м $\cdot$ К, т.е. в реальных условиях тепловое сопротивление оказывается выше рассчитанного значения.

Интересно также сравнить оценки тепловых сопротивлений с экспериментальными данными работ [4,5]. В работе [4] исследовалась матрица $8 \times 8$ ВИЛ, полученная с помощью технологии "перевернутого кристалла". Тепловые сопротивления, приведенные в [4], оказались равными 1210 и 660 К/Вт для лазеров с диаметрами 16 и 26 мкм соответственно. Оценим величину теплового сопротивления отдельного лазера. Поскольку в качестве подложки в [4] использовалось соединение $Al_{0.1}Ga_{0.9}As$, в качестве коэффициента теплопроводности $\kappa$ необходимо выбрать значение $\kappa = 44/(1+12.7x-13.22x^2)$ Вт/м$\cdot$К, где $x = 0.1$. Тогда $\kappa = 20.6$ Вт/м $\cdot$ К и для теплового сопротивления получим $1.5 \cdot 10^3$ и $0.9 \cdot 10^3$ К/Вт для лазеров с диаметрами 16 и 26 мкм. Таким образом, в реальных условиях тепловое сопротивление оказывается меньше ожидаемого, что может быть связано с монтажем матрицы по методу "перевернутого кристалла".

В работе [5] матрица ВИЛ $2 \times 2$ создавалась с помощью технологии селективного окисления. Предполагалось, что тепловой сдвиг длины волны генерации равен 0.56 Å/К. Измеренные значения тепловых сопротивлений оказались равными 2550 и 2280 К/Вт для лазеров с характерными размерами 2 и 3.5 мкм. Оценки по формуле $R^{\mathrm{th}} = 1/2kd$ (2) дают $5.6 \cdot 10^3$ К/Вт ($d = 2$ мкм) и $3.2 \cdot 10^3$ К/Вт ($d = 3.5$ мкм).

Измеренное значение теплового сопротивления для взаимного влияния ближайших соседей в [5] составило 140 К/Вт. Оценим данную величину, используя выражение (5). Тогда получим $3 \cdot 10^2$ К/Вт и реальное значение оказывается примерно в 2 раза меньше ожидаемого.

## Заключение

Из полученных результатов следует, что тепловые сопротивления устройств в значительной степени определяются конструктивными особенностями как лазеров, так и матрицы в целом. В первую очередь это относится к тепловым сопротивлениям отдельных лазеров. Тепловые сопротивления с функцией взаимного влияния оказываются менее чувствительными к конструктивным особенностям, если только лазеры в матрице находятся на характерных расстояниях, превышающих линейные размеры отдельных элементов. При этом для учета и оценки теплового влияния лазеров друг на друга не существенно локальное распределение тепловых источников в объеме отдельного лазера. Предлагаемые модельные решения (безусловно, грубые для отдельного лазера) тем не менее могут давать приемлемое согласие с экспериментальными данными. В целом рассмотренные подходы к решению тепловых задач качественно согласуются с результатами экспериментов. Таким образом, приведенные аналитические решения вполне могут быть использованы для оценок тепловых величин.

В заключение автор выражает глубокую признательность В.В. Безотосному за полезные обсуждения рассматриваемых вопросов.

## Список литературы

[1] M. Kajita, T. Numai, K. Kurihara et al. Jpn. J. Appl. Phys., Pt. 1, **33B**, 859 (1994).
[2] Y. Ohiso, Y. Kohama, T. Kurokawa. Electron. Lett., **30**, 1491 (1994).
[3] T. Wipiejewski, D.B. Young, B.J. Thibeault et al. IEEE Photon. Technol. Lett., **8**, 980 (1996).
[4] Y. Ohiso, K. Tateno, Y. Kohana et al. IEEE Photon. Technol. Lett., **8**, 1115 (1996).
[5] D.L. Huffaker, D.G. Deppe. IEEE Photon. Technol. Lett., **8**, 858 (1996).
[6] M. Simizu, D.I. Babic, J.J. Dudley et al. Microwave & Opt. Technol. Lett., **6**, 455 (1993).
[7] J.W. Scott, S.W. Corzine, D.B. Young, L.A. Coldren. Appl. Phys. Lett., **62**, 1050 (1993).
[8] J.W. Scott, R.S. Geels, S.W. Corzine et al. IEEE J. Quant. Electron., **29**, 1295 (1993).
[9] J. Piprek, S.J.B. Yoo. Electron. Lett., **30**, 866 (1994).
[10] J. Piprek, H. Wenzel, G. Sztefka. IEEE Photon. Technol. Lett., **6**, 139 (1994).
[11] G.H. Hadley, K.L. Lear, M.E. Warren et al. IEEE J. Quant. Electron., **32**, 607 (1996).
[12] M. Osinski, W. Nakwaski. IEEE J. Select. Top. Quant. Electron, **1**, 681 (1995).
[13] Г. Карслоу, Д. Егер. "Теплопроводность твердых тел" (М., Наука, 1964).
[14] T. Yao. Appl. Phys. Lett., **51**, 1798 (1987).

*Редактор В.В. Чалдышев*

## Thermal reciprocal crosstalk in a vertical-cavity surface-emitting laser arrays

S.M. Zakharov

Institute for High-Performance Computer Systems, Russian Academy of Sciences, 117872 Moscow, Russia

**Abstract** Thermal reciprocal crosstalk in a vertical-cavity surface-emitting lasers operating in the regime of matrix are considered. Thermal resistance for different configurations lasers in matrix are estimated.