01;05;12

Уравнение состояния на адиабате разгрузки

© И.К. Коханенко, Е.М. Левченко

(Поступило в Редакцию 20 декабря 1999 г.)

В предположении о поведении конденсированного вещества при высоких давлении и температуре как идеального газа получена функциональная зависимость показателя адиабаты от коэффициента Грюнайзена и уравнение состояния, связывающее скорость фронта и массовую скорость в ударной волне. Приведены результаты оценочных расчетов величины скорости разгрузки для кадмия, олова, алюминия и железа в функции массовой скорости. На основе сравнения с экспериментальными данными показано, что подобное уравнение состояния достаточно точно описывает поведение вещества и может использоваться вместо обычно применяемых опытно-теоретических зависимостей.

Введение

При изучении задач высокоскоростного удара и связанного с ним исследования уравнения состояния вещества при высокоинтенсивных нагрузках (удар, взрыв на поверхности, воздействие мощных потоков излучений), а также при изучении экстремальных состояний важно знать показатель адиабаты паров при последующем расширении. Динамические методы исследования свойств позволяют определить только давление p, плотность ρ и внутреннюю энергию как функцию давления и объема. Но эта информация для получения уравнения состояния не является полной, так как не содержит сведений о таких термодинамических величинах, как температура и энтропия ударно сжатого вещества. В ряде случаев измерение этих величин оптическими методами невозможно. Однако энтропия и температура могут быть определены по параметрам конечного состояния вещества при его изэнтропическом расширении [1], если известен показатель адиабаты. В связи с этим знание показателя адиабаты γ во многом предопределяет успех теоретического изучения расширения паров твердых тел.

Кроме того, известны теоретические зависимости [2,3], связывающие в предельных случаях скорость фронта D и массовую скорость u, если известен показатель адиабаты. В модели, где давления и плотности определяются из соответствующих уравнений сохранения, они используются как уравнения состояния. Однако теоретические зависимости не всегда удовлетворительно описывают реальное поведение вещества; поэтому, как правило, прибегают к аппроксимации численных или экспериментально полученных кривых [2,4]. В связи с этим представляет интерес обоснование достаточно адекватной теоретической зависимости $D(u,\gamma)$. Задача определения показателя адиабаты в функции коэффициента Грюнайзена и согласованной с результатами экспериментов зависимости $D(u,\gamma)$ решена в данной работе.

Получение основных зависимостей

Слэтер, Л.Д. Ландау и К.П. Станюкович с коэффициентом Грюнайзена связывали функцию холодного сжатия [3]. Поскольку коэффициент Грюнайзена для многих веществ известен, то зависимости, приведенные в [3], конструктивны при использовании в разнообразных приложениях. В [2–4] при рассмотрении двумерных автомодельных задач о сосредоточенном и нитевом ударах показатели автомодельности и адиабаты определялись совместно по результатам вычислительного эксперимента. Но для определения показателя адиабаты газового облака в отличие от задачи [3] исследования уравнения состояния при высокоинтенсивных динамических нагрузках необходимо изучить не только ударную адиабату, но и изэнтропу расширения. Поскольку в силу изэнтропичности процесса энтропия в волнах разгрузки равна энтропии в ударно сжатом состоянии, то в предположении постоянства показателя адиабаты и на основе изучения уравнения движения политропического газа представляется возможным получить функциональную зависимость между показателем адиабаты и степенью сжатия.

Результаты экспериментов [4–8] подтверждают, что при терапаскальных давлениях ($>$ 100–200 Mbar) индивидуальность веществ может характеризоваться электронным аналогом коэффициента Грюнайзена. В области предельных давлений (экстремальных состояний вещества) существует асимптота по давлению и связь между показателем адиабаты и коэффициентом Грюнайзена имеет вид $\beta=\gamma-1$ [3]. Однако и в области давлений в несколько мегабар также необходимо знать физические величины, доминантно характеризующие индивидуальные свойства вещества. Адиабатическое расширение после прохождения сильных ударных волн приводит вещество в состояние, характеризующееся широким спектром своих, присущих только ему, свойств. Околокритические состояния нормальных металлов в высокотемпературной части их кривых кипения подвергаются интенсивному экспериментальному и теоретическому исследованию. В таких исследованиях чрезвычайно важны и информативны особенности кипения и конденсации при адиабатическом расширении.

Использование некоторого "эффективного" значения показателя адиабаты $\gamma\approx 2$ до давлений 2–4 Mbar при исследовании вопросов откольной прочности конструкционных материалов при воздействии мощных потоков излучений и динамических воздействий иногда приводит к полезным выводам. Однако в области высоких температур и давлений, в которой конденсированное вещество ведет себя как идеальный газ, такой подход не всегда оправдан. Это связано с тем, что значение коэффициента наклона ударной адиабаты $\lambda = 3/2$, обычно принимаемое в расчетах, измеряется в эксперименте при сравнительно малых амплитудах, т. е. при условии, когда массовая скорость u существенно меньше скорости звука $c_0 (u \ll c_0)$. Поэтому если начальный коэффициент наклона $\lambda = 3/2$, то это еще не значит, что при больших степенях сжатия и нагреве показатель адиабаты также будет равен $\gamma = 2$.

Задача нахождения искомой зависимости для диапазона давлений в несколько Mbar решается на основе изучения уравнения движения политропического газа

$$p_t + up_x + \gamma p u_x = 0, \tag{1}$$

где x, t — координаты и время; u — скорость вещества.

Его решение несложно найти в виде

$$u = (u_1 - u_0)H(x - Dt) + u_0,$$

$$p = (p_1 - p_0)k(x - Dt) + p_0, \tag{2}$$

где $H \neq k$ — функции Хевисайда, понимаемые в смысле новой теории обобщенных функций [9]; $p_0, \rho_0, u_0, p_1, \rho_1, u_1$ — значения давления, плотности, скорости вещества невозмущенные и за фронтом ударной волны соответственно.

Пусть в окрестности точки пересечения волнового луча, ударной адиабаты и изэнтропы расширения на p—u-диаграмме давление изменяется таким образом, что для коэффициента в (1) перед u_x справедливо равенство

$$\gamma p = \gamma_1 p_1 = \gamma \delta^{-1} p_1 = \text{const}, \tag{3}$$

где $\delta = \rho_1/\rho_0$.

Тогда после подстановки (2) в (1) получается

$$[(D - u_0) - (u_1 - u_0)H]k' = \frac{u_1 - u_0}{p_1 - p_0}\gamma\delta^{-1}p_1 H', \quad p_1 \neq p,$$

но, как известно,

$$(D - u_0) = u_1 - u_0 + \rho_0 \frac{u_1 - u_0}{\rho_1 - \rho_0}$$

$$= \left(1 + \frac{\rho_0}{\rho_1 - \rho_0}\right)(u_1 - u_0), \quad \rho_1 \neq \rho_0. \tag{4}$$

Поэтому

$$k' = \frac{-\gamma\delta^{-1}p_1}{p_1 - p_0} \frac{H'}{H - \left(1 + \frac{\rho_0}{\rho_1 - \rho_0}\right)}. \tag{5}$$

После интегрирования левой и правой частей равенства (5) получается

$$k = \frac{-\gamma\delta^{-1}p_1}{p_1 - p_0} \ln\left|\frac{\rho_1}{\rho_1 - \rho_0} - H\right| + c. \tag{6}$$

Здесь постоянная интегрирования (c) вычисляется из определения функции Хевисайда. Если ее представитель обозначается через $R(x, \varepsilon)$, где ε — бесконечно малая положительная величина, то

$$\forall\varepsilon > 0, \quad \exists A(\varepsilon) \quad R(\varepsilon, x) = 0 \ \text{ при } \ x < -A(\varepsilon),$$

из (6) следует

$$c = \frac{\gamma\delta^{-1}p_1}{p_1 - p_0} \ln\left|\frac{\rho_1}{\rho_1 - \rho_0}\right|. \tag{7}$$

Здесь $A(\varepsilon)$ — есть некоторый интервал. Аналогично, если $\forall\varepsilon > 0$, $\exists A(\varepsilon)$, $R(\varepsilon, x) = 1$ при $x > A(\varepsilon)$, то (6) получается

$$\frac{-\gamma\delta^{-1}p_1}{p_1 - p_0} \ln\left|\frac{\rho_1}{\rho_1 - \rho_0} - 1\right| + \frac{\gamma p_1}{p_1 - p_0} \ln\left|\frac{\rho_1}{\rho_1 - \rho_0}\right| = 1 \tag{8}$$

или

$$\frac{p_1 - p_0}{\gamma \cdot p_1}\delta = \ln\left|\frac{\rho_1}{\rho_0}\right|. \tag{9}$$

Известно, что степень сжатия следующим образом связана с коэффициентом Грюнайзена [5]:

$$\delta = 1 + \frac{2}{\beta}.$$

Так как $p_1 \gg p_0$, то при $p_1 \gg 1$ с учетом этой связи и выражения (9) справедливо соотношение

$$\gamma = \frac{1 + \frac{2}{\beta}}{\ln\left|1 + \frac{2}{\beta}\right|}. \tag{10}$$

Если изменить ограничение (3) до более жестких условий $\gamma p = \gamma p_1 = \text{const}$ и проделать аналогичные выше приведенным преобразования, то получится новое выражение для показателя адиабаты

$$\gamma = \frac{1}{\ln\left|1 + \frac{2}{\beta}\right|}. \tag{11}$$

При этом соответствующее выражение (9) будет отличаться от записанного тем, что в нем в левой части степень сжатия равна 1.

Из (11) и с учетом этого измененного (9), используя уравнение непрерывности, теперь несложно получить функциональную зависимость скорости фронта от массовой скорости в виде

$$D = [1 - \exp(-1/\gamma)^{-1}]u. \tag{12}$$

Известно, что параметры фронта выражаются через скорость фронта с помощью предельных формул для сильной ударной волны [2]. В частности, скорость за фронтом связана с D соотношением [2,3]

$$D = \frac{\gamma + 1}{2} u. \tag{13}$$

Можно показать, что зависимость (12) при показателе адиабаты (11) эквивалентна известному (12) при γ, рассчитанном для идеального газа с постоянной теплоемкостью, т.е. $\gamma = \beta + 1$.

Получение соответствующей (3), (10) зависимости скорости фронта от массовой скорости алгоритмически более сложная задача. Из (10) после обозначения $u/D = \alpha$ можно получить

$$\gamma = \frac{1}{(1-\alpha)\ln\frac{1}{1-\alpha}}.$$

Теперь после аппроксимации этой зависимости параболой в интересном для практики интервале $0.4 < \alpha < 0.5$ получается:

$$D = \frac{u}{0.6 - 0.5(0.32\gamma - 0.90)^{0.5}}. \tag{14}$$

Функциональные зависимости (10)–(12), (14) являются решением поставленной задачи.

Сравнение с экспериментальными данными

Для подтверждения адекватности этих зависимостей были проведены сравнения с экспериментальными результатами, приведенными в [1]. При этом для Cd, Sn, Al, Fe по полученным соотношениям рассчитывались скорости при разгрузке, такие же расчеты проводились для предельного соотношения (13) и зависимости

$$D = u\sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma - 1}},$$

характерной для адиабатического разлета газового шара в пустоту.

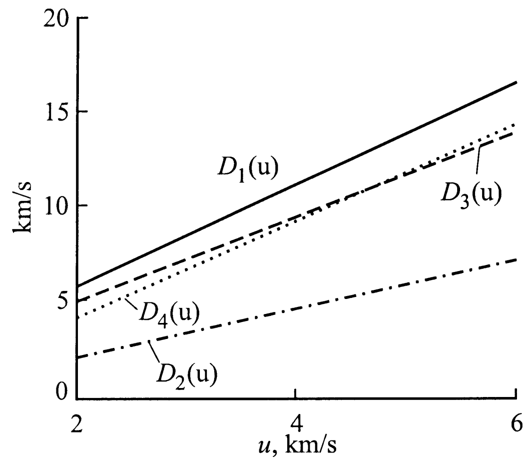
Экспериментальные результаты аппроксимировались параболами. Поскольку последние могут иметь самостоятельный интерес, то они приводятся ниже

$$\mathrm{Cd} — D = 1.73 + 0.12u + 0.57u^2,$$

$$\mathrm{Sn} — D = 0.81 + 1.83u + 0.24u^2,$$

$$\mathrm{Al} — D = 0.06 + 1.75u + 0.11u^2.$$

Для железа парабола бралась из [10]. На рисунке приведены зависимости $D(u)$ для алюминия. Индексы 1–4 при скорости D обозначают зависимости для адиабатического разлета газового шара, (12), (13), (14) и экспериментальной кривой для скорости расширения [1] соответственно. Аналогичные графики построены и для



остальных из изученных металлов (Cd, Sn, Fe), по характеру результатов они аналогичны и поэтому здесь не приводятся.

Из приведенных графиков видно, что в волнах разгрузки экспериментальные кривые $D_4(u)$ близки к описанию $D_3(u)$ теоретическим соотношением (14) с показателем адиабаты, рассчитанным по зависимости (10).

Кроме того, численные оценки показали, что принятое в практике расчетов [2] с учетом ионизации значение $\gamma = 1.33$ (см. рисунок) дает для Cd, Sn, Al, Fe существенное ($\sim$ в два раза) отличие скорости изэнтропического расширения $D_2(u)$ по сравнению с результатами расчетов индивидуально для каждого металла по формулам (10), (14). Расхождение между скоростью изэнтропического расширения в предельном случае $\gamma = 1.67$ [2,7,8] и экспериментом [1] менее значительны и для разных металлов различны. Причем можно заметить, что это расхождение коррелируется с энергией связи. Прямая $D_1(u)$ для адиабатического разлета газового шара при предельном значении $\gamma = 1.67$ близка к полученной кривой (14).

Учитывая модельный характер соотношений (10)–(12), (14), полученную степень совпадения значений скоростей в волнах разгрузки можно считать удовлетворительной. Следовательно, модель политропического газа в предположении пропорционального степени сжатия изменения произведения показателя адиабаты и давления достаточно адекватно описывает уравнение состояния конструкционных материалов для области давлений в несколько Mbar.

Список литературы

[1] *Баканова А.А., Дудоладов И.П., Жерноклетов М.В.* и др. // ПМТФ. 1983. Т. 177. № 2. С. 177–183.

[2] *Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П.* // ЖТФ. 1958. Т. 35. С. 1402–1405.

[3] *Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П.* Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966. 686 с.

[4] *Райзер Ю.П.* // ПМТФ. 1963. Т. 57. С. 1741–1750.
[5] Свойства конденсированных веществ при высоких давлениях и температурах / Под ред. Р.Ф. Трунина. Арзамас-16: ВНИИЭФ, 1992. 277 с.
[6] Физические величины. Справочник / Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. М.: Энергоатомиздат, 1991. 1232 с.
[7] *Трунин Р.Ф.* // УФН. 1994. Т. 164(11). С. 1215–1237.
[8] *Аврорин Е.Н., Водолага Б.К., Симоненко В.А., Фортов В.Е.* // УФН. 1993. Т. 163(5), № 1. С. 575–583.
[9] *Егоров Ю.В.* // УМН. 1990. Т. 275(5). Вып. 3. С. 3–38.
[10] *О'Киф Дж.Д., Аренс Т.Дж.* Ударные эффекты при столкновении больших метеоритов с луной. Механика. Новое в зарубежной науке. Вып. 12. М.: Мир, 1977. С. 62–80.