03;07;12

К теории лазерного нагрева капель воды

© В.И. Тригуб, П.Б. Болдыревский

Нижегородский государственный технический университет,
603600 Нижний Новгород, Россия

(Поступило в Редакцию 25 мая 2000 г.)

Показано, что при описании испарения больших капель воды под воздействием высокоинтенсивного оптического излучения необходимо учитывать давление, обусловленное законом сохранения импульса, и неравномерное распределение по объему капли источников энергии.

Системы, состоящие из капель жидкости, распыленной в газе, широко используются для создания сред с заданными свойствами. Для многих таких технологических процессов актуальными являются проблемы эффективного нагрева и испарения капель, распыленных в газе. Использование для нагрева и испарения капель лазера как источника высокоинтенсивного электромагнитного излучения является более эффективным, чем применение других источников оптического излучения [1].

В работе [1] теоретически и экспериментально показано, что изменение радиуса водяной капли R от времени t вследствие лазерного нагрева в некотором приближении может быть представлено законом вида

$$R(t) = R_0 - k(\omega)t, \tag{1}$$

где $k(\omega) = \lambda\omega q/4\rho^2 cLa$; a — температуропроводность воды; λ, c и ρ — ее теплопроводность, теплоемкость и плотность; L — удельная теплота парообразования; $q = \exp[-0.2(|m| - 1)]$; m — комплексный показатель преломления; ω — плотность потока электромагнитного излучения; R_0 — начальный радиус капли; t — время.

Уравнение (1) легко преобразуется к следующему виду:

$$\frac{dm}{dt} = -3\frac{mk(\omega)}{R}, \tag{2}$$

где $m = (4/3)\pi\rho R^3$ — масса капли.

Интегрируя (2), получим

$$\ln\frac{m_0}{m} = -3k(\omega)\int\frac{dt}{R}, \tag{3}$$

где m_0 — масса капли до облучения.

Поскольку изменение массы капли обусловлено ее испарением (деление капли в данном приближении не рассматриваем), то необходим учет закона сохранения импульса [2], тогда (3) можно записать как

$$\frac{V}{U} = 3k(\omega)\int\frac{dt}{R}, \tag{4}$$

где U — скорость молекул воды, покидающих поверхность капли, V — скорость сжатия капли.

Соотношение (4) позволяет оценить давление, сжимающее каплю при ее испарении. При $U \cong 10^3$ m/s; $t \cong 0.55$ s, $\omega \cong 10^5$ W/m^2; $R_0 \cong 5 \cdot 10^{-4}$ m имеем $p \cong 10^6$ Pa. Если сравнить полученные данные с поверхностной плотностью сил нормального атмосферного давления, равной $1.013 \cdot 10^5$ Pa [3], то видно, что давление, сжимающее каплю при ее испарении, превышает атмосферное на порядок. Сжатие капли приводит к уменьшению ее поверхности в соответствии с законом Лапласа [4], а следовательно, к повышению объемной плотности энергии, запасенной в ней, что в свою очередь способствует дополнительному повышению температуры капли и эффекта испарения [4], не учтенных в [1]. Действительно, закон сохранения энергии при испарении капли воды можно записать как

$$\sigma S = \Theta\rho l S,$$

где σ — коэффициент поверхностного напряжения воды, ρ — концентрация молекул воды в капле, Θ — энергия связи молекулы воды в капле, S — поверхность капли, l — среднее расстояние между молекулами воды в капле.

Если энергия молекулы воды больше ее энергии связи в капле воды, то молекула преодолевает силы поверхностного натяжения и выходит из капли. При $l \leqslant 2$ mm между молекулами начинают действовать силы отталкивания Ван-дер-Ваальса, поэтому это расстояние можно принять как наименьшее. Тогда при $\sigma = 7.2 \cdot 10^{-2}$ J/m^2 и $\rho = 3 \cdot 10^{28}$ m^{-3} получим $\Theta = \sigma/(lp) \cong 1.2 \cdot 10^{-21}$ J. Величина давления, способствующего испарению, может быть оценено как $p = \Theta\rho = 10^6$ Pa, что совпадает с оценкой движения, сжимающего каплю при ее испарении (см. выше). Из этого можно сделать вывод, что молекулы воды, испаряясь, оказывают давление на поверхность капли и тем самым вызывают ее последующее испарение.

При получении теоретической зависимости типа (1) в работе [1] делалось исходное предположение, что энергия, поглощаемая каплей из электромагнитного поля, целиком идет на увеличение ее температуры и на испарение. Для выяснения корректности такого предположения воспользуемся следующей моделью. Каплю воды диаметром 10^{-3} m можно представить как сферический оптический резонатор. Из простых соображений, основанных на геометрической оптике, следует, что некоторая часть света всегда испытывает полное внутреннее отражение и остается "плененной" внутри сферы. Эта часть излучения расходуется на нагрев капли. Если же исходить из волновых свойств электромагнитного излучения, то для типов электромагнитных колебаний с наивысшей добротностью Q справедливы следующие соотношения [5]:

$$Q_1 = (n^2 - 1)^{1/2}(2\pi R/\delta)\exp(2\tau),$$

$$Q_2 = n^{-2}(n^2 - 1)^{1/2}(2\pi R/\delta)\exp(2\tau), \qquad (5)$$

где индексами 1 и 2 обозначены добротности для магнитного и электрического типов колебаний соответственно, n — отношение показателя преломления сферы n_1 и показателя преломления окружающей среды n_2, R — радиус сферы капли, δ — длина волны излучения в вакууме, $\tau = 2\pi R\left\{\operatorname{arcsh}(n) - [(n^2-1)/n]^{1/2}\right\}\delta^{-1}$. При $n_1 = 1.33$, $n_2 = 1$, $R = 10^{-3}\,\mathrm{m}$, $\delta = 10.6\,\mu\mathrm{m}$ имеем $\tau \cong 4.2 \cdot 10^2$. Следовательно, для колебаний с наивысшей добротностью Q очень высока вероятность вырождения "шепчущих" типов колебаний. Заметим, что кольцевые типы колебаний способствуют более эффективной перекачке световой энергии, запасенной в резонаторе, в тепловую [6]. Поскольку поле кольцевых типов колебаний сосредоточено внутри капли, вблизи ее поверхности [5,6], то энергия этих колебаний расходуется на нагревание приповерхностной области. Из этого следует, что предположение о равномерно распределенных по объему капли источников энергии, сделанное в работе [1], не является корректным. С другой стороны, хорошо известно, что свет, распространяющийся внутри сферы по ломаной траектории, грубо приближающейся к окружности, будет просачиваться наружу [5,7]. Введем коэффициент, учитывающий такие потери. Для его ввода воспользуемся известной аналогией между оптикой и механикой [8]. Тогда, исходя из представлений квантовой механики, плоская световая волна, распространяясь по ломаной траектории, при некоторой минимальной величине отрезка этой ломаной должна туннелировать сквозь поверхность капли по закону [7]

$$\frac{|S_3|^2}{|S_1|^2} \cong \exp\left(-2\frac{d}{\lambda}\right), \qquad (6)$$

где S_3 — амплитуда электромагнитной волны, прошедшей сквозь поверхность капли, S_1 — амплитуда падающей электромагнитной волны на внутреннюю поверхность капли, d — геометрические размеры отрезка ломаной траектории, λ — длина волны света внутри капли.

С учетом (6) находим величину минимального отрезка ломаной траектории, при которой возможно туннелирование,

$$\gamma \cong d\,\mathrm{tg}\,\alpha\exp\left(-2\,\frac{d}{\lambda}\right), \qquad (7)$$

где α — угол падения волны на внутреннюю поверхность сферы по отношению к касательной к поверхности этой сферы.

При $\alpha = 45^\circ$, $d \cong \lambda/4$, $\lambda = 10.6\,\mu\mathrm{m}$ имеем $\gamma \cong 4.37\,\mu\mathrm{m}$. В формуле (7) мы учли, что излучение выходит наружу тангенциально к поверхности капли в двух взаимно противоположных направлениях [9]. Таким образом, распространяясь по кольцевой траектории, амплитуда плоской волны уменьшается за один цикл в $\exp(-4\pi R/\gamma)$ раз. При $R = 5 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}$ и $\gamma \cong 4.37\,\mu\mathrm{m}$ имеем $(4\pi R)/\gamma \cong 1.2 \cdot 10^3$. Коэффициент, учитывающий долю энергии волны, оставшейся внутри капли за один цикл, запишется как

$$\Phi \cong \left[1 - \exp\left(-\frac{2\pi R}{\gamma}\right)\right]^2. \qquad (8)$$

Следовательно, электромагнитная энергия, запасенная в капле, может быть оценена, если полный поток электромагнитной энергии, проникающей внутрь капли воды ω, умножить на коэффициент (8). Наличие в (7) и (8) экспоненциальных множителей и учет вышеприведенных размеров капли и длины волны излучения позволяют считать $\Phi \cong 1$. Таким образом, только незначительная часть энергии теряется за счет просачивания наружу, а основная ее доля накапливается внутри капли.

Список литературы

[1] *Рудаш В.К., Бисярин В.П., Ильин Н.М.* и др. // Квантовая электрон. 1973. № 3(17). С. 21–26.

[2] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Механика. М.: Наука, 1965. 203 с.

[3] *Мяздриков О.А., Тарасов Ю.В.* Электроизмерительные приборы с жидкими чувствительными элементами. Л.: Энергия, 1980. 104 с.

[4] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Статистическая физика. Ч. 1. М.: Наука, 1976. 402 с.

[5] *Garrett C.G.B., Kaiser W., Bond W.L.* // Phys. Rev. 1961. N 6. Vol. 124. P. 1807–1809.

[6] *Страховский Г.М., Успенский А.В.* Основы квантовой электроники. М.: Высшая школа, 1979. 303 с.

[7] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика. М.: Наука, 1989. 768 с.

[8] *Ферми Э.* Квантовая механика. М.: Мир, 1965. 228 с.

[9] *Бирнбаум Д.* Оптические квантовые генераторы. М.: Сов. радио, 1967. 360 с.