01;09

Синтез токов на полосе по заданной реализуемой диаграмме направленности

© С.И. Эминов

Новгородский государственный университет им. Ярослава Мудрого,
173003 Новгород, Россия

(Поступило в Редакцию 14 марта 2000 г.)

Разработана теория синтеза токов на полосе по заданной реализуемой диаграмме направленности. В основе теории лежит выбор пространства токов исходя из ограниченности поля в ближней зоне. Пространство диаграмм определяется как образ пространства токов при отображении, переводящем ток в диаграмму направленности. В этих пространствах введена гильбертова структура, а также указан базис. В результате задачи нахождения токов по диаграмме сведена к задаче разложения по базису. Рассмотрен пример расчета.

Введение. Постановка задачи

Связь между плотностью поверхностных токов $j(t)$, наведенных на обеих сторонах полосы с электрической шириной $2a$ и диаграммой направленности $F(\chi)$, описывается следующим интегральным уравнением [1–3]:

$$F(\chi) = K_a j = a \int\limits_{-1}^{1} \exp(ia\chi t) j(t) dt. \qquad (1)$$

При этом реальным углам соответствуют значения χ : $|\chi| \leq 1$. Однако функцию $F(\chi)$ принято рассматривать при всех вещественных χ.

Уравнение (1) изучалось во многих работах. В [2,3] разработаны аналитические методы, позволяющие по заданной реализуемой диаграмме направленности находить токи. Работа [4] посвящена вариационным методам, когда по заданной диаграмме направленности (не обязательно реализуемой) находятся токи, реализующие близкую диаграмму. В этих работах полагается, что токи $j(\tau)$ принадлежат пространству L_2, т. е.

$$\int\limits_{-1}^{1} |j(t)|^2 dt < +\infty \qquad (2)$$

или же с учетом равенства Парсеваля

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} |F(\chi)|^2 d\chi < +\infty. \qquad (3)$$

Вместе с тем выбор пространства L_2 в цитированных работах не обосновывается.

Синтезу тока на незамкнутой поверхности посвящена также работа [5], в которой ток находится с учетом условий Мейкснера, поведения тока на ребре. Однако методы работы [5] к настоящему времени реализованы лишь для замкнутых поверхностей и не реализованы ни для одной конкретной незамкнутой поверхности.

Если для замкнутых поверхностей проблемы синтеза токов по заданной диаграмме направленности исследованы достаточно полно [6], то для незамкнутых поверхностей остаются нерешенными многие задачи, в частности проблема выбора пространства токов.

Целью данной работы является разработка критерия выбора пространства токов, построение пространства токов для полосы и пространства диаграмм направленности, а также излучение уравнения (1) в соответствующих пространствах.

Энергетический интеграл. Задача H-поляризации

В этом разделе рассмотрим задачу H-поляризации: полоса расположена в плоскости $y = 0$, образующая полосы параллельна оси z, а токи $j_x(\tau)$ текут параллельно оси x, перпендикулярно к краю полосы и обращаются в нуль при приближении к краю. На наш взгляд, пространство токов нужно выбрать исходя из физических условий, а именно необходима ограниченность не только мощности поля и в дальней зоне, но и мощности поля в ближней зоне. Именно это условие обеспечивает единственность решения уравнений Максвелла [7].

Найдем условие, обеспечивающее конечность мощности поля в ближней зоне. Для этого проинтегрируем вектор Пойнтинга по замкнутой линии l, охватывающей сечение полосы, и стянем линию в отрезок

$$P = \frac{1}{2} \int\limits_{l} [\mathbf{E}, \mathbf{H}^*] \mathbf{n} dl = -\frac{\tilde{a}}{2} \int\limits_{-1}^{1} E_x(\tau) j_x^*(\tau) d\tau, \qquad (4)$$

где $\mathbf{E}, \mathbf{H}$ — поля, создаваемые токами $j_x(\tau)$; $2\tilde{a}$ — ширина полосы; звездочка — знак комплексного сопряжения, а нормаль $\mathbf{n}$ параллельна оси y.

Далее выразим электрическое поле E_x через плотность токов $j_x(\tau)$ [1]

$$E_x(\tau)=\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\frac{1}{4a}\frac{\partial}{\partial\tau}\int\limits_{-1}^{1} j_x(t)\frac{\partial}{\partial t}H_0^{(2)}(a|\tau-t|)dt$$

$$-\frac{a}{4}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\int\limits_{-1}^{1} j_x(t)H_0^{(2)}(a|\tau-t|)dt, \qquad (5)$$

а функцию Ханкеля, входящую в (5), представим в виде интеграла Фурье

$$H_0^{(2)}(a|\tau-t|)=\frac{i}{\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{\exp\big(-ia\chi(\tau-t)\big)}{\sqrt{\chi^2-1}}d\chi,$$

$$\sqrt{\chi^2-1}=i\sqrt{1-\chi^2}, \qquad |\chi|\le 1. \qquad (6)$$

Подставим (5) в (4) и учтем (1) и (6), в результате получим

$$P=-i\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\frac{\tilde a\pi}{8a}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\sqrt{\chi^2-1}\,|F(\chi)|^2d\chi. \qquad (7)$$

Энергетический интеграл (7) будет сходящимся, если

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left|\sqrt{\chi^2-1}\right||F(\chi)|^2d\chi<+\infty. \qquad (8)$$

Из сравнения (8) и (3) следует, что принадлежность токов пространству $L_2[-1,1]$ еще не обеспечивает ограниченность мощности. Для того чтобы мощность поля была ограниченна, необходимо сузить пространство $L_2[-1,1]$.

Энергетический интеграл. Задача E-поляризации

Рассмотрим задачу E-поляризации: токи $j_z(\tau)$ текут параллельно оси z, параллельно краю полосы и обращаются в бесконечность при приближении к ребру. Интегрирование вектора Пойнтинга в этом случае дает

$$P=\frac{1}{2}\int\limits_{t}[\mathbf{E},\mathbf{H}^*]\mathbf{n}dl=-\frac{\tilde a}{2}\int\limits_{-1}^{1}E_z(\tau)j_z^*(\tau)d\tau. \qquad (9)$$

Выразим электрическое поле E_z через плотность токов $j_z(\tau)$

$$E_z(\tau)=-\frac{a}{4}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\int\limits_{-1}^{1}j_z(t)H_0^{(2)}(a|\tau-t|)dt \qquad (10)$$

и подставим в (9), в результате получим

$$P=i\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\frac{\tilde a\pi}{8a}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{\chi^2-1}}|F(\chi)|^2d\chi. \qquad (11)$$

Для ограниченности энергетического интеграла (11) достаточно, чтобы

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{\left|\sqrt{\chi^2-1}\right|}|F(\chi)|^2d\chi<+\infty. \qquad (12)$$

А теперь из сравнения (12) и (3) следует, что пространство $L_2[-1,1]$ ýже, существуют токи, которые удовлетворяют (12), но пространству $L_2[-1,1]$ не принадлежат.

Пространство токов в задаче H-поляризации

Пространство токов введем с помощью оператора

$$(Au)(\tau)=\frac{1}{\pi}\int\limits_{0}^{+\infty}\chi\int\limits_{-1}^{1}\cos[\chi(\tau-t)]u(t)dtd\chi$$

$$\equiv\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}|\chi|\int\limits_{-1}^{1}\exp\big(-i\chi(\tau-t)\big)dtd\chi. \qquad (13)$$

Известно [8], что оператор A является симметричным, имеет плотную в $L_2[-1,1]$ область определения $D(A)$ и, наконец, является положительно определенным

$$(Au,u)\ge\gamma^2(u,u), \quad \forall u\in D(A), \quad \gamma^2>0, \qquad (14)$$

Здесь и далее $(.,.)$ будет обозначать скалярное произведение в $L_2[-1,1]$. Положительная определенность оператора A позволяет ввести энергетическое пространство H_A [9], которое определяется как пополнение $D(A)$ по норме

$$[u]^2=(Au,u), \qquad (15)$$

а скалярное произведение в этом пространстве определяется по формуле

$$[u,v]=(Au,v).$$

Далее установим связь между H_A и пространством Соболева $H_{\frac{1}{2}}([-1,1])$, которое можно рассмотреть [10] как пополнение $C_0^\infty([-1,1])$ (множества бесконечно дифференцируемых финитных функций с носителем в $[-1,1]$) по норме

$$\|u\|^2_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}(1+|\chi|)|\tilde{u}(\chi)|^2 d\chi, \tag{16}$$

где

$$\tilde{u}(\chi) = \int\limits_{-1}^{1} u(t)\exp(i\chi t)dt.$$

Из положительной определенности оператора A немедленно следует эквивалентность двух норм (15) и (16). Следовательно, энергетическое пространство H_A совпадает с пространством Соболева $H_{\frac{1}{2}}([-1,1])$. Существенное преимущество введенной нормы и скалярного произведения заключается в том, что удается аналитически задать ортонормированный базис H_A [8] в виде

$$\varphi_n(\tau) = \sqrt{\frac{2}{\pi n}}\sin[n\arccos(\tau)]; \quad n = 1,2,\ldots,$$

$$(A\varphi_m,\varphi_n) = \begin{cases} 0, & m \neq n, \\ 1, & m = n. \end{cases} \tag{17}$$

В заключение этого раздела запишем оператор A в координатной форме

$$(Au)(\tau) = \frac{1}{\pi}\frac{\partial}{\partial\tau}\int\limits_{-1}^{1} u(t)\frac{\partial}{\partial t}\ln\frac{1}{|\tau - t|}dt.$$

Эквивалентность двух представлений оператора A (13) и (18) на плотном множестве устанавливается с помощью известного соотношения

$$\ln\frac{1}{|\tau - t|} = C + \int\limits_0^1 \frac{\cos[\chi(\tau - t)] - 1}{\chi}d\chi + \int\limits_1^{+\infty}\frac{\cos[\chi(\tau - t)]}{\chi}d\chi, \tag{19}$$

где C — постоянная Эйлера.

Пространство диаграмм направленности в задаче H-поляризации. Базис

Введем пространства Соболева [11] на всей прямой $H_s(-\infty,+\infty)$ как пополнение множества бесконечно дифференцируемых финитных функций $C_0^\infty(-\infty,+\infty)$ по норме

$$\|\tilde{u}\|^2_s = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}(1+|\chi|)^{2s}|\tilde{u}(\chi)|^2 d\chi < +\infty, \tag{20}$$

где

$$\tilde{u}(\chi) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} u(t)\exp(i\chi t)dt.$$

Постоянная перед интегралом в правой части (20) введена для удобства. Фурье-образ пространства $H_s(-\infty,+\infty)$ будем обозначать через $\tilde{H}_s(-\infty,+\infty)$. Норма в этом пространстве также определяется соотношением (20). Пространства $H_s(-\infty,+\infty)$ и $\tilde{H}_s(-\infty,+\infty)$ являются гильбертовыми пространствами относительно скалярного произведения

$$\langle u,v\rangle_s = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}(1+|\chi|)^{2s}\tilde{u}(\chi)\overline{\tilde{v}(\chi)}d\chi. \tag{21}$$

Оператор K_1, или преобразование Фурье как оператор, действующий из пространства $H_{\frac{1}{2}}([-1,1])$ в пространство $\tilde{H}_{\frac{1}{2}}(-\infty,+\infty)$, является изоморфизмом, норма при этом отображении не меняется. Поэтому образ $H_{\frac{1}{2}}([-1,1])$ будет замкнутым множеством, на нем определен и ограничен обратный оператор K_1^{-1}. Но пространство Соболева $H_{\frac{1}{2}}([-1,1])$ совпадет с энергетическим пространством H_A, в котором в аналитическом виде задан базис. Поэтому далее будем полагать, что операторы действуют на энергетическом пространстве H_A.

А теперь вернемся к уравнению (1)

$$F(\chi) = K_a j = a\int\limits_{-1}^{1}\exp(ia\chi t)j(t)dt \tag{22}$$

и рассмотрим это уравнение, переведя из энергетического пространства $j \in H_A$ в пространство Соболева $F \in \tilde{H}_{\frac{1}{2}}(-\infty,+\infty)$. Пространство диаграмм направленности определим как образ H_A при отображении $K_a : \mathrm{Im}(K_a)$, в котором скалярное произведение определено по формуле

$$(K_a u, K_a v)_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} K_a u\cdot\overline{K_a v}|\chi|d\chi. \tag{23}$$

Скалярное произведение (23) на множестве $\mathrm{Im}(K_a)$ эквивалентно скалярному произведению (21). Это утверждение следует из положительной определенности оператора A. Множество $\mathrm{Im}\,(K_a)$, как замкнутое множество, является гильбертовым пространством относительно скалярного произведения (23).

Базисные функции f_n^a этого пространства определим с помощью базисных функций φ_n пространства токов

$$f_n^a = K_a\varphi_n. \tag{24}$$

С учетом определения базисных функций φ_n (17) и определения оператра K_a найдем базисные функции f_n^a

$$f_n^a(\chi)=\begin{cases}(-1)^{k-1}\sqrt{2\pi(2k-1)}\,\dfrac{J_{2k-1}(a\chi)}{\chi}, & n=2k-1,\\ i(-1)^{k-1}\sqrt{4\pi k}\,\dfrac{J_{2k}(a\chi)}{\chi}, & n=2k,\end{cases} \tag{25}$$

где J_n — функция Бесселя.

При нахождении функций (25) были использованы интегралы от произведения тригонометрических функций и полиномов Чебышева второго рода. Базисные функции f_n^a ортонормированы по построению

$$(f_n^a, f_m^a)_{\frac{1}{2}}=\begin{cases}0, & m\neq n,\\ 1, & m=n.\end{cases} \tag{26}$$

Соотношение (26) также непосредственно проверяется с помощью табличного интеграла

$$\int\limits_0^{+\infty}\frac{J_m(\chi)J_n(\chi)}{\chi}d\chi=\frac{2}{\pi(m^2-n^2)}\sin\frac{m-n}{2}\pi. \tag{27}$$

Произвольную функцию F из класса диаграмм $\mathrm{Im}\,(K_a)$ можно разложить по ортонормированному базису f_n^a

$$F(\chi)=\sum_{n=1}^{+\infty}(F, f_n^a)_{\frac{1}{2}}f_n^a(\chi). \tag{28}$$

Коль скоро имеется разложение для диаграммы направленности, то немедленно имеем разложение для тока

$$j(\tau)=\sum_{n=1}^{+\infty}(F, f_n^a)_{\frac{1}{2}}\varphi_n(\tau). \tag{29}$$

В результате задача определения тока по заданной реализуемой диаграмме направленности свелась к задаче разложения по заданному ортонормированному базису. Таким образом, поставленная в начале работы задача нахождения тока по заданной реализуемой диаграмме в случае H-поляризации полностью решена.

Пространство токов в задаче E-поляризации

Пространство токов будем вводить с помощью оператора

$$(Lu)(\tau)=\frac{1}{\pi}\int\limits_{-1}^{1}u(t)\ln\frac{1}{|\tau-t|}dt. \tag{30}$$

Кроме того, нам потребуются весовые пространства $L_{2,q}$, в которых скалярное произведение определяется по формуле

$$(u,v)_{2,q}=\int\limits_{-1}^{1}u(t)\overline{v(t)}q(t)dt. \tag{31}$$

Рассмотрим оператор L из весового пространства $L_{2,\rho}$ в весовое пространство $L_{2,\rho^{-1}}$, где функция $\rho(t)=\sqrt{1-t^2}$. Полиномы Чебышева первого рода $T_n(t)=\cos[(n-1)\arccos(t)]$, $(n=1,2,\dots)$ образуют базис пространства $L_{2,\rho^{-1}}$, а полиномы Чебышева с весом $T_n(t)/\rho$ образуют базис пространства $L_{2,\rho}$. Для оператора L справедливо следующее соотношение [12]:

$$L(T_n/\rho)(\tau)=\begin{cases}\ln 2; & n=1,\\ \dfrac{1}{n-1}T_n(\tau), & n\neq 1.\end{cases} \tag{32}$$

Пусть далее I обозначает единичный оператор, который действует из пространства $L_{2,\rho^{-1}}$ в пространства $L_{2,\rho}$ и функции $u(\tau)$ ставит в соответствие функцию $u(\tau)/\rho(\tau)$. Рассмотрим оператор

$$IL: L_{2,\rho}\to L_{2,\rho}. \tag{33}$$

Он является положительным, как следует из соотношения (32). Положительность (только положительность) оператора IL также позволяет ввести энергетическое пространство H_L [9], которое определяется как пополнение $L_{2,\rho}$ по норме

$$[u]^2=(ILu,u)_{2,\rho.} \tag{34}$$

Пространство H_L является гильбертовым пространством относительно скалярного произведения

$$[u,v]=(ILu,v)_{2,\rho}. \tag{35}$$

Ортонормированный базис этого пространства, согласно (32), имеет вид

$$\psi_n(\tau)=\begin{cases}\sqrt{\dfrac{1}{\pi\ln 2}}\dfrac{1}{\sqrt{1-\tau^2}}; & n=1,\\ \sqrt{\dfrac{2(n-1)}{\pi}}\dfrac{\cos[(n-1)\arccos(\tau)]}{\sqrt{1-\tau^2}}; & n>1,\end{cases}$$

$$(IL\psi_m,\psi_n)=\begin{cases}0; & m\neq n,\\ 1; & m=n.\end{cases} \tag{36}$$

Можно показать, что энергетическое пространство H_L совпадает с пространством Соболева $H_{\frac{1}{2}}([-1,1])$, которое определяется как пополнение $C_0^\infty([-1,1])$ (множества бесконечно дифференцируемых финитных функций с носителем в $[-1,1]$) по норме

$$\|u\|^2_{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{|\tilde{u}(\chi)|^2}{1+|\chi|}d\chi, \tag{37}$$

где

$$\tilde{u}(\chi)=\int\limits_{-1}^{1}u(t)\exp(i\chi t)dt.$$

Далее найдем преобразование Фурье от базисных функций

$$K_1\psi_n = \int\limits_{-1}^{1} \exp(i\chi t)\psi_n(t)dt$$

$$= \begin{cases} \sqrt{\dfrac{\pi}{\ln 2}} J_0(\chi); & n = 1, \\ (-1)^{k-1}\sqrt{2\pi(2k-1)}J_{2k-2}(\chi); & n = 2k-1, \\ i(-1)^{k-1}\sqrt{4\pi k}J_{2k}(\chi); & n = 2k. \end{cases} \quad (38)$$

Используя (38) и методы работы [8], легко доказать эквивалентность двух норм (34) и (37). В заключение раздела отметим, что энергетическое пространство H_L соответствует задаче E-поляризации: если функция токов принадлежит H_L, то энергетический интеграл (12) конечен.

Пространство диаграмм направленности в задаче E-поляризации. Базис

Оператор K_1, или преобразование Фурье как оператор, действующий из пространства $H_{\frac{1}{2}}([-1,1])$ в пространство $\tilde{H}_{\frac{1}{2}}(-\infty,+\infty)$ также является изоморфизмом, норма при этом отображении не меняется. Поэтому образ $H_{\frac{1}{2}}([-1,1])$ будет замкнутым множеством, на нем определен и ограничен обратный оператор K_1^{-1}. Пространство Соболева $H_{\frac{1}{2}}([-1,1])$ совпадет с энергетическим пространством H_L, в котором в аналитическом виде задан базис. Поэтому рассмотрим уравнение (1)

$$F(\chi) = K_a j = \int\limits_{-1}^{1} \exp(ia\chi t) j(t)dt \quad (39)$$

из энергетического пространства $j \in H_L$ в пространство Соболева $F \in \tilde{H}_{\frac{1}{2}}(-\infty,+\infty)$. Уравнение (39) отличается от уравнения (1) постоянным множителем.

Пространство диаграмм направленности определим как образ H_L при отображении $K_a : \mathrm{Im}\,(K_a)$. В этом множестве введем скалярное произведение, эквивалентное (21) по формуле

$$(f,g)_{\frac{1}{2}} = \frac{C}{\pi} f(0)\overline{g(0)} + \frac{1}{2\pi}\int\limits_{|\chi|<1} \frac{f(\chi)\overline{g(\chi)} - f(0)\overline{g(0)}}{|\chi|} d\chi$$

$$+\frac{1}{2\pi}\int\limits_{|\chi|>1} \frac{f(\chi)\overline{g(\chi)}}{|\chi|} d\chi, \quad (40)$$

где $f = K_a u$; $g = K_a v$; C — постоянная Эйлера.

Если одна из функций f или g равна нулю при $\chi = 0$, а этим свойством обладают все функции $K_1\psi_n$, когда $n > 1$, то скалярное произведение (40) приобретает более простой вид

$$(f,g)_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(\chi)\overline{g(\chi)}}{|\chi|} d\chi.$$

Множество $\mathrm{Im}(K_a)$ как замкнутое множество является гильбертовым пространством относительно скалярного произведения (40). Базисные функции g_n^a этого пространства, как следует из (32), имеют вид

$$g_n^a = \int\limits_{-1}^{1} \exp(ia\chi t)\psi_n(t)dt$$

$$= \begin{cases} \sqrt{\dfrac{\pi}{\ln 2}} J_0(a\chi); & n = 1, \\ (-1)^{k-1}\sqrt{2\pi(2k-1)}J_{2k-2}(a\chi); & n = 2k-1, \\ i(-1)^{k-1}\sqrt{4\pi k}J_{2k}(a\chi); & n = 2k. \end{cases} \quad (41)$$

Произвольную функцию F из класса реализуемых диаграмм $\mathrm{Im}\,(K_a)$ можно разложить по ортогональному базису g_n^a

$$F(\chi) = \sum_{n=1}^{+\infty} c_n g_n^a(\chi), \quad (42)$$

где

$$c_n = \begin{cases} \dfrac{(F, g_n^a)_{\frac{1}{2}}}{(g_n^a, g_n^a)_{\frac{1}{2}}}; & n = 1, \\ (F, g_n^a)_{\frac{1}{2}}; & n > 1. \end{cases}$$

Следует отметить, что базис g_n^a является ортонормированным при $n > 1$. Коль скоро имеется разложение для диаграммы направленности, то немедленно имеем

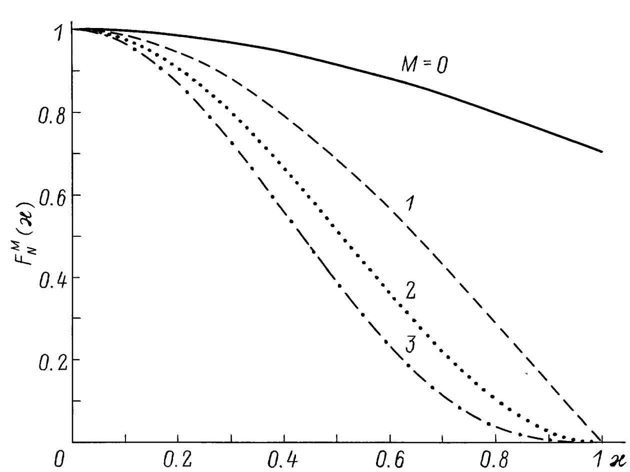

Рис. 1.

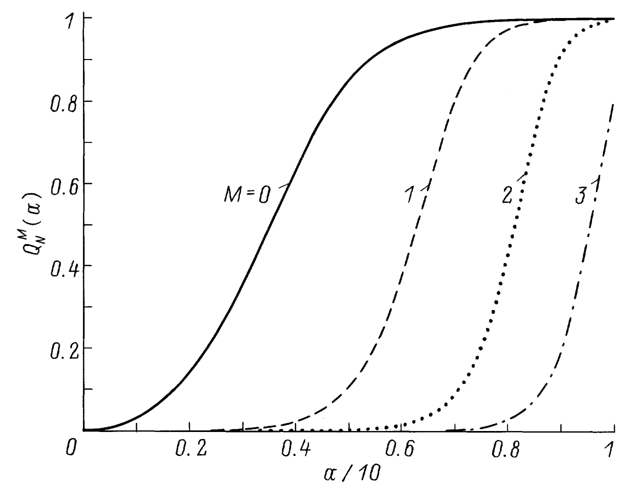

Рис. 2.

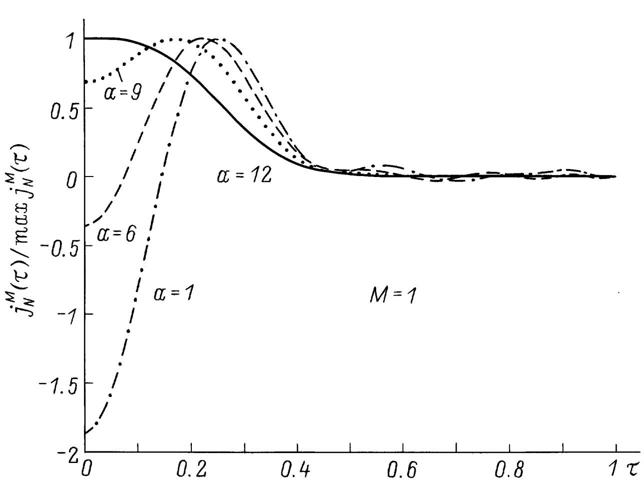

Рис. 3.

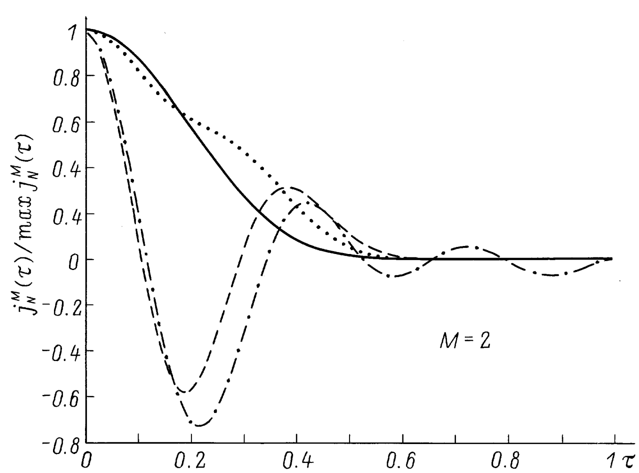

Рис. 4.

разложение для тока

$$j(\tau) = \sum_{n=1}^{+\infty} c_n \psi_n(\tau). \tag{43}$$

Задача нахождения тока по заданной реализуемой диаграмме в случае E-поляризации также полностью решена.

Результаты численных расчетов

Рассмотрим пример расчета токов по заданной диаграмме направленности, например, в задаче H-поляризации. Пусть диаграмма направленности имеет вид

$$F_N^M(\chi) = (1-\chi^2)^M \sin(a\chi)\left[a\chi \prod_{n=1}^{N}\left(1 - \frac{a^2\chi^2}{\pi^2 n}\right)\right]^{-1}.$$

Эта диаграмма направленности является реализуемой [2]. Меняя M и N, можно получать различные остронаправленные безлепестковые диаграммы направленности (рис. 1), однако при этом должно выполняться неравенство $M < N$ (на рис. 1–4 $N = 10$). Диаграмма направленности $F_N^M(\chi)$ слабо зависит от a — длины излучателя. Однако от длины излучателя сильно зависят другие параметры. На рис. 2 показано отношение мощности излучения к полной мощности. При малых a мощность излучения незначительна по сравнению со всей мощностью. По мере увеличения a растет доля мощности излучения. На рис. 3, 4 приведены графики токов. При малых a токи сильно изрезаны и, как показывают расчеты, имеют бóльшие значения. Хотя остронаправленные безлепестковые диаграммы направленности и можно реализовать при малых a, но это крайне неэффективно. По мере увеличения a токи становятся плавными. При этом чем более остронаправленной является диаграмма направленности, тем больше нужно взять a, чтобы была больше доля мощности излучения и соответственно токи были более плавными.

Список литературы

[1] *Захаров Е.В., Пименов Ю.В.* Численный анализ дифракции радиоволн. М.: Радио и связь, 1982.

[2] *Зелкин Е.Г.* Построение излучающей системы по заданной диаграмме направленности. М.; Л.: Энергоиздат, 1963.

[3] *Минкович Б.М., Яковлев В.П.* Теория синтеза антенн. М.: Сов. радио, 1969. 269 с.

[4] *Бахрах Л.Д., Кременецкий С.Д.* Синтез излучающих систем (теория и методы расчета). М.: Сов. радио, 1974. 232 с.

[5] *Фельд Я.Н.* // РиЭ. 1987. Т. 32. № 6. С. 1137–1143.

[6] *Каценеленбаум Б.З.* Проблема аппроксимируемости электромагнитного поля. М.: Наука, 1996.

[7] *Хенл Х., Мауэ А., Вестпфаль К.* Теория дифракции. М.: Мир, 1964. 428 с.
[8] *Плотников В.Н., Радциг Ю.Ю., Эминов С.И.* // ЖВММФ. 1994. Т. 34. № 1. С. 68–77.
[9] *Михлин С.Г.* Вариационные методы в математической физике. М.: Наука. 1970.
[10] *Лионс Ж.-Л., Мадженес Э.* Неоднородные граничные задачи и их приложения. М.: Мир, 1971.
[11] *Эскин Г.И.* Краевые задачи для эллиптических псевдодифференциальных уравнений. М.: Наука, 1973.
[12] *Ворович И.И., Александров В.М., Бабешко В.А.* Неклассические смешанные задачи теории упругости. М.: Наука, 1974.