

01;05;09;11

## Медленные электромагнитные волны в касательно намагниченных ферромагнитных пленках

© С.В. Гришин, Ю.П. Шараевский

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского,  
410026 Саратов, Россия  
E-mail: sharaevskyy@info.sgu.ru

(Поступило в Редакцию 13 марта 2000 г.)

Приведены результаты расчета дисперсионных и энергетических характеристик медленных объемных электромагнитных волн, распространяющихся в ферромагнитных пленках при касательном намагничивании. Отмечены характерные особенности в поведении скорости потока энергии, отношения плотностей электрической и магнитной энергий у медленной электромагнитной волны с аномальной дисперсией, распространяющейся вдоль направления внешнего подмагничивающего поля. Указано на существенное отличие этих характеристик в широком интервале волновых чисел от аналогичных, рассчитанных в магнитостатическом приближении.

В настоящее время для расчета основных электродинамических характеристик (дисперсии, групповой скорости) медленных электромагнитных волн в тонкопленочных ферромагнитных структурах широко используется магнитостатическое приближение. Волны, рассчитываемые с использованием этого приближения, получили в литературе название магнитостатических волн (МСВ) [1,2].

На основе магнитостатического приближения достаточно строго рассчитываются дисперсионные характеристики МСВ как в однослойных, так и в сложных многослойных тонкопленочных феррит-диэлектрических структурах при различных направлениях внешнего магнитного поля, что подтверждается экспериментальными данными (см., например, [3]). Магнитостатическое приближение используется также и для расчета энергетических характеристик (плотности энергии, плотности потока энергии, скорости распространения плотности потока энергии) медленных волн в ферромагнитных пленках [4–7]. Однако использование указанного приближения для анализа энергетических характеристик МСВ в практически важных случаях может приводить к несоответствию с результатами строгого электродинамического подхода. Например, при строгом расчете вектора плотности потока энергии медленных волн в нормально намагниченной металл-феррит-диэлектрической структуре его направление совпадает с направлением волнового вектора [8], что противоречит магнитостатическому приближению, при котором направления потока энергии в феррите и диэлектрике противоположны [7].

В данной работе приводятся результаты анализа дисперсионных и энергетических характеристик медленных электромагнитных волн в касательно намагниченных ферромагнитных пленках и сравнение их с результатами, полученными в магнитостатическом приближении. Рассматривается наиболее простой случай (металлизированный с обеих сторон ферромагнитный слой), который позволяет на основе полной системы уравнений Макс-

велла получить в аналитическом виде дисперсионное уравнение при различных ориентациях внешнего постоянного однородного магнитного поля и сформулировать критерий применимости магнитостатического приближения [9].

Анализируемая схема представляет собой намагниченный до насыщения металлизированный с обеих сторон ферромагнитный слой (рис. 1). Постоянное однородное магнитное поле  $\mathbf{H}_0$  приложено вдоль оси  $Z$ ,  $d$  — толщина слоя. Распространение плоских электромагнитных волн происходит в направлении оси  $Z$ .

В этом случае дисперсионное уравнение для объемных электромагнитных волн можно представить в следующем виде [9,10]:

$$-k_y^2 [\mu k_y^2 + (1 + \mu)k^2 - (\mu^2 + \mu - \mu_a^2)k_0^2 \varepsilon] = k^4 - 2\mu k^2 k_0^2 \varepsilon + (\mu^2 - \mu_a^2)k_0^4 \varepsilon^2, \quad (1)$$

где  $k$  — волновое число;  $k_0 = \omega/c$ ,  $\omega = 2\pi f$  — круговая частота;  $c$  — скорость света в свободном пространстве;  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость среды;  $k_y = n\pi/d$ ;  $n$  — номер моды;  $\mu$

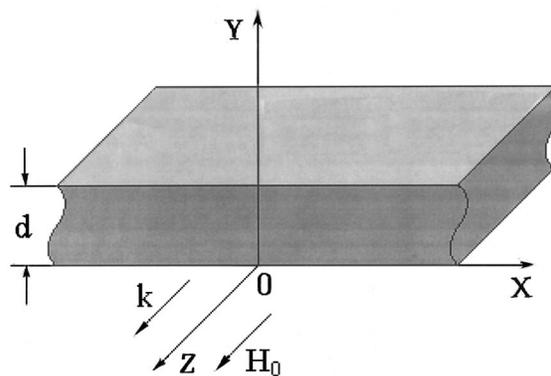
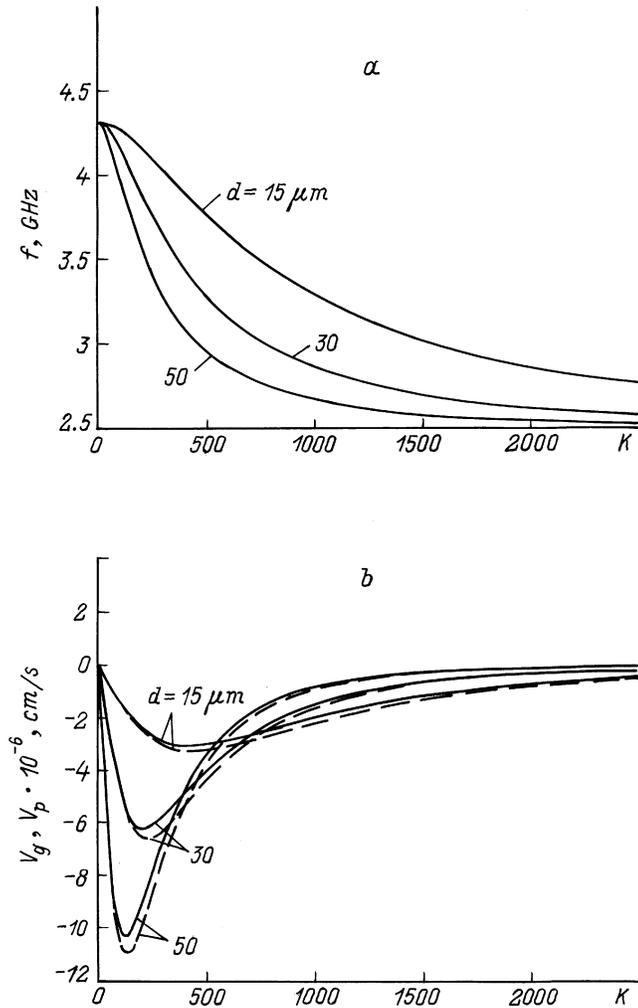


Рис. 1. Схема анализируемой структуры.



**Рис. 2.** Электродинамические характеристики медленной обратной объемной электромагнитной волны. *a* — дисперсия; *b* — групповая скорость; штриховые кривые — скорость потока энергии, рассчитанная в магнитостатическом приближении (*b*).

и  $\mu_a$  — компоненты тензора ВЧ магнитной проницаемости ( $\mu = [\omega_H(\omega_H + \omega_M) - \omega^2]/(\omega_H^2 - \omega^2)$ ,  $\mu_a = \omega_M\omega/(\omega_H^2 - \omega^2)$  [2]);  $\omega_H = \gamma H_0$ ;  $\omega_M = 4\pi\gamma M_0$ ,  $M_0$  — намагниченность насыщения,  $\gamma$  — гиромагнитное отношение.

Уравнение (1), записанное относительно частоты  $f$ , представляет собой полином 6-й степени, решениями которого являются три дисперсионные ветви электромагнитных волн. Две из них можно условно назвать быстрыми ( $k \sim k_0$ ), а третью — медленной, дисперсионная характеристика которой при  $k \gg k_0$  соответствует МСВ [1,2].

Из дисперсионного соотношения (1) определяется групповая скорость  $\mathbf{V}_g$  волны, которая в общем случае записывается как

$$\mathbf{V}_g = \nabla_k \omega(k) \quad (2)$$

и рассматривается как скорость перемещения волнового пакета ("группы волн") [11,12]. Соотношение (2)

является справедливым для изотропной диспергирующей среды с достаточно пологим ходом дисперсии, в том числе и аномальной [13], и достаточно узким спектром волновой группы. С учетом этих условий, а также того факта, что в среде "должны отсутствовать поглощение и такие явления, как вращение плоскости поляризации" [12], групповую скорость можно рассматривать как скорость распространения плотности потока энергии  $\mathbf{V}_p$ , т.е.  $\mathbf{V}_g = \mathbf{V}_p$ . Тождественность  $\mathbf{V}_g$  и  $\mathbf{V}_p$  в случае волноводной линии с произвольной формой нормального сечения, заполненной изотропным диэлектриком с малыми потерями, была доказано в [14]. Для анизотропной гиромагнитной диспергирующей среды, обладающей вращением плоскости поляризации волн при определенных направлениях внешнего магнитного поля, данное тождество может не выполняться [12].

На рис. 2 приведены рассчитанные из (1) дисперсионные характеристики и значения  $\mathbf{V}_g$  первой моды ( $n = 1$ ) медленной объемной электромагнитной волны. Расчет проводился для пленки железо-иттриевого граната ( $4\pi\gamma M_0 = 1780$  Gs) при  $H_0 = 890$  Oe и  $\varepsilon = 16$ . Как следует из кривых на рис. 2, *a*, данная волна имеет аномальную дисперсию, поэтому в литературе она получила название обратной объемной МСВ. Отметим, что для выбранных значений толщины пленки  $d$  поведение как дисперсионных характеристик, так и  $\mathbf{V}_g$ , рассчитанное из уравнения (1) и в магнитостатическом приближении, полностью совпадает при любых значениях замедления  $K = k/k_0\sqrt{\varepsilon}$ .

Из полной системы уравнений Максвелла, зависящей для анизотропной гиромагнитной среды, можно найти амплитуды компонент электромагнитных волн, распространяющихся в рассматриваемой структуре, значения которых имеют следующий вид:

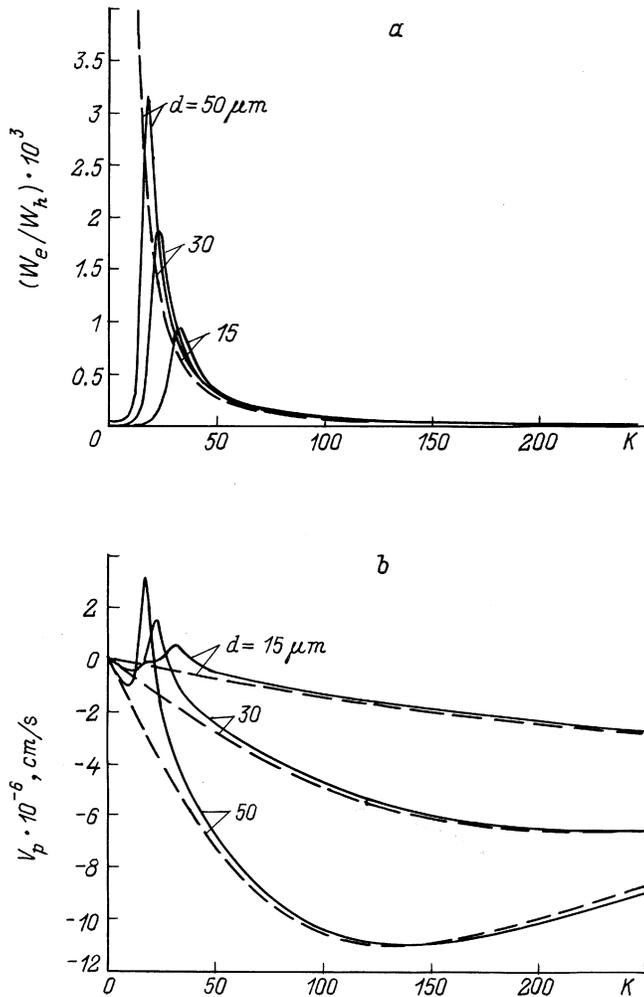
$$\begin{aligned} e_{0x} &= \frac{1}{kk_y\mu_a} \left\{ \left[ \mu(k_y^2 + k^2) - (\mu^2 - \mu_a^2)k_0^2\varepsilon \right] A \cos k_y y \right. \\ &\quad \left. + \left[ \mu k^2 - (\mu^2 - \mu_a^2)k_0^2\varepsilon \right] G \right\}, \\ e_{0z} &= A \sin k_y y, \\ h_{0x} &= i \frac{\mu(k_y^2 + k^2) - (\mu^2 - \mu_a^2)k_0^2\varepsilon}{kk_0\mu_a} A \sin k_y y, \\ e_{0y} &= -i \frac{k}{k_y} (A \cos k_y y + G), \quad h_{0x} = i \frac{k_0\varepsilon}{k_y} (A \cos k_y y + G), \\ h_{0y} &= \frac{1}{\mu_a k_y k_0} \left[ (k_y^2 + k^2 - \mu k_0^2\varepsilon) A \cos k_y y + (k^2 - \mu k_0^2\varepsilon) G \right], \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$G = H \frac{\mu(k_y^2 + k^2) - (\mu^2 - \mu_a^2)k_0^2\varepsilon}{\mu k^2 - (\mu^2 - \mu_a^2)k_0^2\varepsilon},$$

$$H = \begin{cases} -1 & \text{при } y = 0, \\ -(-1)^n & \text{при } y = d, \end{cases}$$

$A$  — произвольная постоянная.



**Рис. 3.** Энергетические характеристики медленной обратной объемной электромагнитной волны. *a* — отношение  $W_e/W_h$ , *b* — скорость потока энергии.

Усредненные по времени и объему значения вектора плотности потока энергии  $\mathbf{P}$  и электромагнитной энергии  $W$  рассчитываются при использовании следующих соотношений, справедливых для анизотропной диспергирующей среды в отсутствии потерь [15]:

$$\mathbf{P} = \frac{c}{8\pi V} \int_V \text{Re}[\mathbf{e}\mathbf{h}^*] dV, \quad (4)$$

$$W = \frac{1}{16\pi V} \int_V \text{Re} \left\{ \mathbf{e} \frac{\partial(\omega \overset{\leftrightarrow}{\epsilon}^*)}{\partial \omega} \mathbf{e}^* + \mathbf{h} \frac{\partial(\omega \overset{\leftrightarrow}{\mu}^*)}{\partial \omega} \mathbf{h}^* \right\} dV, \quad (5)$$

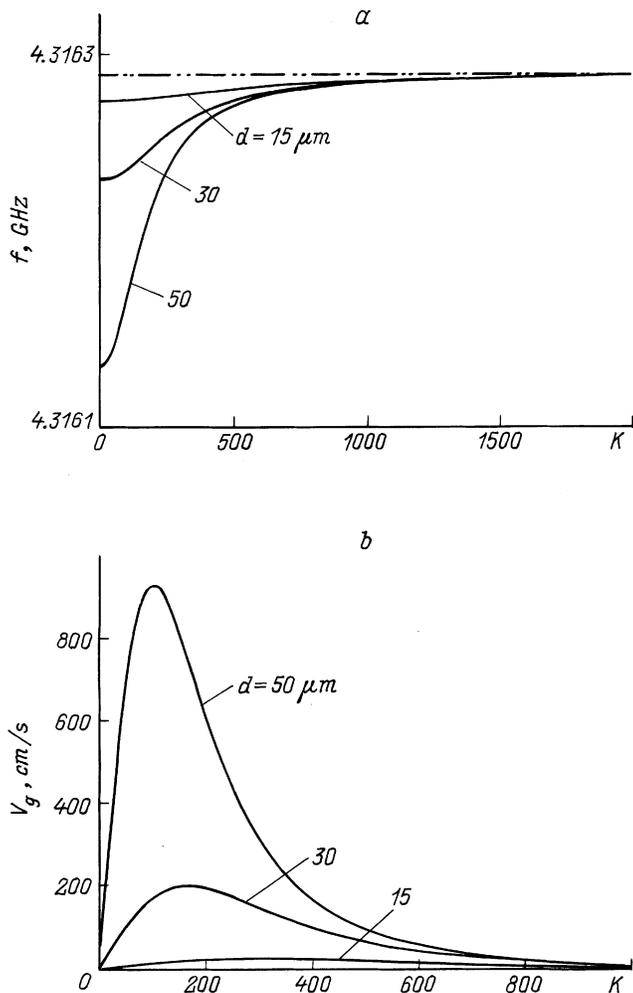
где  $\overset{\leftrightarrow}{\epsilon}^*$  — тензор диэлектрической проницаемости (в нашем случае  $\epsilon$  является скалярной величиной);  $V$  — объем ферромагнитной структуры, приходящийся на единицу площади; \* обозначает комплексно сопряженную величину.

С учетом (3) и (4) можно показать, что вектор потока энергии имеет только одну компоненту  $P_z$ .

На рис. 3 представлены результаты расчета отношения средних плотностей электрической и магнитной энергий ( $W_e/W_h$ ), а также значения вектора скорости потока энергии  $\mathbf{V}_p = \mathbf{P}/W$  от замедления  $K$  для медленных обратных объемных электромагнитных волн, рассчитанных как строго, на основе выражений (1), (3)–(5) (сплошные кривые), так и в магнитостатическом приближении (штриховые кривые). Из рис. 3, *a* (сплошные кривые) видно, что для зависимости  $W_e/W_h$  от  $K$  характерно наличие ярко выраженного максимума, который с уменьшением толщины пленки ( $d < 50 \mu\text{m}$ ) перемещается в сторону больших  $K$  ( $K > 30$ ). В отличие от строгого решения отношение  $W_e/W_h$ , рассчитанное в магнитостатическом приближении, в области малых  $K$  стремится к бесконечности при любых  $d$ . Соответствие между энергетическими характеристиками, полученными при строгом подходе и в магнитостатическом приближении, наблюдается в пленках только в области больших значений  $K$  ( $K > 100$ ), причем качественное совпадение в поведении кривых наступает в некоего порогового значения  $K$ , соответствующего экстремуму на энергетической характеристике точного решения.

Зависимости  $V_p$  от  $K$ , приведенные на рис. 3, *b* (сплошные кривые), имеют, так же как и на рис. 3, *a*, ярко выраженный максимум. Отметим, что области существования максимума для фиксированной толщины пленки на рис. 3, *a* и *b* совпадают. Наличие максимума на кривой  $V_p$  от  $K$  приводит к смене знака, т. е. к изменению направления скорости потока на противоположное, хотя характер дисперсии остается аномальным. Этот факт представляется интересным, так как при расчете обратных объемных МСВ для различных ферромагнитных структур скорость потока  $\mathbf{V}_p$  всегда направлена противоположно фазовой скорости (штриховые кривые на рис. 3, *b*) [2,4]. Отметим, что особенности в поведении зависимости  $V_p$  от  $K$  при строгом решении у медленной обратной объемной электромагнитной волны связаны только с распределением электрической и магнитной энергий в интервале волновых чисел и не зависят от характера дисперсии (кривые на рис. 2, *a*).

При сравнении  $\mathbf{V}_g$  и  $\mathbf{V}_p$ , рассчитанных в магнитостатическом приближении (кривые на рис. 2, *b*), их значения, как и следовало ожидать, совпадают в области частот, где дисперсионная характеристика обратной объемной МСВ (кривые на рис. 2, *a*) имеет пологий вид ( $K < 100$  и  $K > 2000$ ). Однако в полосе волновых чисел, где наблюдается сильная дисперсия ( $100 < K < 2000$ ), значения  $\mathbf{V}_g$  и  $\mathbf{V}_p$  не совпадают между собой. При строгом решении задачи  $\mathbf{V}_g$  и  $\mathbf{V}_p$  будут различаться (ср. сплошные кривые на рис. 2, *b* и 3, *b*) уже и в области малых  $K$  ( $K < 100$ ), что связано с наличием на кривой зависимости  $\mathbf{V}_p$  от  $K$  ярко выраженного максимума. Это расхождение в поведении  $\mathbf{V}_g$  и  $\mathbf{V}_p$  при продольном намагничивании можно объяснить наличием вращения плоскости поляризации медленной электромагнитной волны при ее распространении в ферромагнитной среде [10], на что указывается, например, в [12].



**Рис. 4.** Электродинамические характеристики медленной прямой объемной электромагнитной волны. *a* — дисперсия; *b* — групповая скорость.

При нормальном распространении волны относительно  $\mathbf{H}_0$  в касательно намагниченных пленках (поперечное намагничивание) медленная объемная электромагнитная волна обладает слабой нормальной дисперсией (рис. 4, *a*), при которой направление групповой скорости совпадает с направлением фазовой скорости [2] (рис. 4, *b*). Явление вращения плоскости поляризации при данном виде намагничивания отсутствует [10]. В этом случае, как видно из кривых, представленных на рис. 4, *b*, значения групповой скорости, рассчитанные по соотношению (2), совпадают со значениями скорости распространения плотности потока энергии, т. е.  $\mathbf{V}_g = \mathbf{V}_p$  при любых  $K$ . Следует также отметить, что дисперсионная характеристика медленной волны в магнитостатическом приближении имеет вид прямой линии при любых  $d$  (штриховая кривая на рис. 4, *a*), при этом  $\mathbf{V}_g = \mathbf{V}_p = 0$ .

Проведенный анализ свидетельствует о том, что использование магнитостатического приближения для расчета энергетических характеристик медленных обратных

объемных электромагнитных волн в продольно намагниченных ферромагнитных пленках является некорректным, так как приводит к существенному расхождению с результатами, полученными при строгом электродинамическом подходе. В области малых значений замедления ( $K < 100$ ) это несоответствие относится как к отношению электрической и магнитной энергий волны, так и к скорости потока энергии. Причем для скорости потока энергии расхождение наблюдается и в области больших значений  $K$  ( $K > 100$ ), при которых заведомо должно выполняться магнитостатическое приближение [2].

Полученные результаты представляют интерес как для выяснения физики волновых явлений в пленочных анизотропных структурах, так и для расчета конкретных характеристик СВЧ устройств спин-волновой электроники.

Работа выполнена в рамках программы "Университеты России — фундаментальные исследования" (грант № 283).

## Список литературы

- [1] Damon R.W., Eshbach J.P. // Phys. Chem. Sol. 1961. Vol. 19. N 3/4. P. 308–320.
- [2] Вашковский А.В., Стальмахов В.С., Шараевский Ю.П. Магнитостатические волны в электронике сверхвысоких частот. Саратов: Изд-во СГУ, 1993. 311 с.
- [3] Славин А.Н., Фетисов Ю.К. // ЖТФ. 1988. Т. 58. Вып. 11. С. 2210–2218.
- [4] Гречушкин К.В., Стальмахов А.В., Тюлюкин В.А. // РиЭ. 1986. Т. 21. № 8. С. 1487–1494.
- [5] Вашковский А.В., Валявский А.Б., Стальмахов А.В., Тюлюкин В.А. // РиЭ. 1987. Т. 32. № 11. С. 2450–2452.
- [6] Фетисов Ю.К., Преображенский В.Л. // ЖТФ. 1987. Т. 57. Вып. 3. С. 564–566.
- [7] Gupta S.S. // IEEE Trans. 1982. Vol. MAG-18, N 6. P. 1639–1641.
- [8] Головки Я.Д., Зависляк И.В., Костенко В.И., Сигал М.А. // ФТТ. 1987. Т. 29. Вып. 11. С. 3492–3494.
- [9] Шараевский Ю.П., Гришин С.В. Вопросы прикладной физики. Межвуз. научный сборник. Саратов: Изд-во СГУ, 1998. № 4. С. 85–88.
- [10] Микаэлян А.Л. Теория и применение ферритов на сверхвысоких частотах. М.; Л.: Госэнергоиздат, 1963. 663 с.
- [11] Бриллюэн Л., Пароди М. Распространение волн в периодических структурах. М.: ИЛ, 1959. 457 с.
- [12] Мандельштам Л.М. Полное собрание трудов. М.: АН СССР, 1950. Т. 5. 468 с.
- [13] Viot M.A. // Phys. Rev. 1957. Vol. 105. N 4. P. 1129–1137.
- [14] Луи де-Бройль. Электромагнитные волны в волноводах и полых резонаторах. М.: Госиздат, 1948. 108 с.
- [15] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. 2-е изд. М.: Наука, 1982. 623 с.