

01;10

## Исследование электромагнитной квадрупольно-октупольной линзы упрощенной конструкции

© Л.П. Овсянникова, Т.Я. Фишкова

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,  
194021 Санкт-Петербург, Россия  
e-mail: L.Ovsyannikova@pop.ioffe.rssi.ru

(Поступило в Редакцию 17 июля 2000 г.)

На основе аналитических выражений для распределения потенциала численно рассчитаны траектории пучков заряженных частиц в электромагнитной квадрупольно-октупольной линзе упрощенной конструкции. Получены положения фокусов в пространстве изображения этой линзы в широком диапазоне изменения начальных условий. Найдены соотношения между электростатической и магнитной составляющими линзы, обеспечивающие коррекцию хроматической аберрации для удаленных от оси пучков, иные, чем в классическом случае. Рассчитаны фазовые эллипсы на выходе из линзы в случае пучков, занимающих на входе большую часть апертуры и найдены условия их преобразования с наименьшими искажениями.

В работе [1] нами предложена модификация комбинированной квадрупольной линзы, позволяющая корректировать хроматическую и геометрические аберрации одновременно. Такая линза представляет собой цилиндр, разрезанный по образующим на восемь равных частей, на которые подаются электростатические потенциалы, формирующие стандартным образом поле квадрупольной и октупольной составляющих линзы. При этом четыре электрода, расположенные между электродами квадруполя, являются одновременно полюсными наконечниками магнитной линзы. Системы из таких линз могут использоваться в каналах для транспортировки пучков заряженных частиц, в микроанализаторах, электронных микроскопах и пр. В этой же работе получено аналитическое выражение скалярного потенциала комбинированной линзы бесконечно малых зазоров между электродами-полюсами.

Задачей настоящей работы является теоретическое исследование описанной выше электромагнитной квадрупольно-октупольной линзы с целью проведения с минимальными искажениями широких пучков заряженных частиц, а также узких пучков, проходящих вдали от оси. В отличие от предыдущих многочисленных работ, использующих теорию аберраций, справедливую в лучшем случае для пучков, занимающих пол-апертуры линзы, в данной работе пучок может занимать практически всю апертуру. Это связано с тем, что расчеты траекторий проведены на основе полученных нами аналитических формул для напряженностей электростатического и магнитного полей.

Распределение потенциала предложенной линзы конечной длины в декартовой системе координат имеет вид

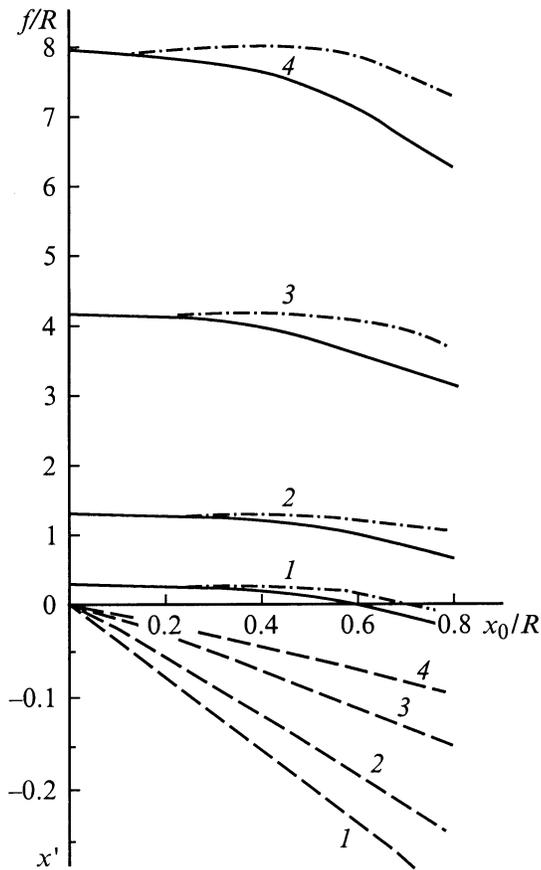
$$\Phi_{FM}(x, y, z) = 1/\pi k(z) \times \left\{ (W - V) \arctg \left[ \sqrt{2} (x^2 - y^2 + 2xy) / [1 - (x^2 + y^2)^2] \right] \right.$$

$$\left. - (W + V) \arctg \left[ \sqrt{2} (x^2 - y^2 - 2xy) / [1 - (x^2 + y^2)^2] \right] + 2U \arctg \left[ 2 (x^4 + y^4 - 6x^2y^2) / [1 - (x^2 + y^2)^4] \right] \right\}.$$

Здесь и в дальнейшем координаты отнесены к радиусу апертуры линзы  $R$ ,  $\pm V$  и  $\pm U$  — потенциалы электростатических квадруполя и октуполя соответственно,  $\pm W$  — скалярный потенциал магнитного квадруполя. Функция  $k(z)$  характеризует распределение поля вдоль оптической оси, одинаковое для электрической и магнитной составляющих. Это обстоятельство не является существенным, так как не нарушает общности последующих выводов, но облегчает расчеты. Функция  $k(z)$  задается либо численно, либо аппроксимируется подходящей аналитической функцией. Так, для коротких линз чаще всего используется колоколообразная модель, а для достаточно длинных — прямоугольная.

Параметры траекторий пучка заряженных частиц определяются из дифференциальных уравнений движения второго порядка. Для их решения нами написана программа ЭМКОЛ с использованием системы автоматизации математических расчетов MathCAD, ориентированная на IBM PC. В рамках этой программы каждое дифференциальное уравнение второго порядка сводится к системе из двух уравнений первого порядка. Погрешность при их решении не превышает  $10^{-6}$ . Программа позволяет рассчитывать траектории как в одной линзе, так и в системах из них.

В качестве примера исследована электромагнитная квадрупольно-октупольная линза с прямоугольной моделью распределения поля, эффективная длина которого равна  $L = 4R$ . Рассчитаны режимы фокусировки параллельного пучка, необходимые при использовании линз в изображающих системах. Исследовано также преобразование фазового эллипса при прохождении широкого пучка через линзу, что представляет интерес для концентрирующих систем.



**Рис. 1.** Расстояния точек пересечения оси квадрупольной линзы (сплошные кривые) и углы наклона траекторий на выходе (штриховые кривые) в зависимости от начальных координат входа параллельного пучка. Штрихпунктир относится к квадрупольно-октупольной линзе с  $U = 0.1V$ .  $1 - V/\Phi_0 = 0.15$ ,  $2 - 0.10$ ,  $3 - 0.05$ ,  $4 - 0.03$ .

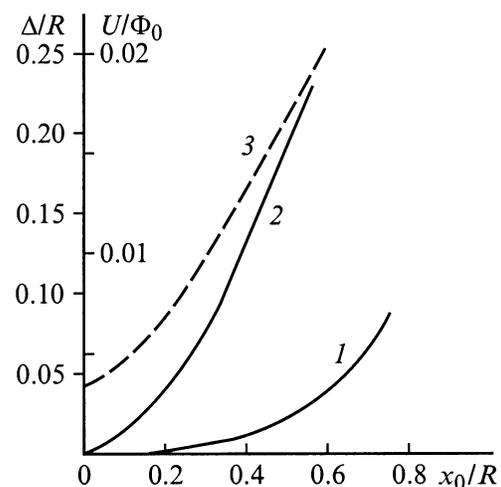
Для электростатической квадрупольной линзы с параллельным пучком на входе на рис. 1 представлены расстояния точек пересечения траекториями оптической оси, отсчитываемые от края поля, а также углы наклона траекторий на выходе для различной силы линзы в ее собирающей плоскости. При малых входных координатах  $x_0 < 0.1R$  эти расстояния определяют положение фокуса линзы той или иной силы и совпадают с величинами, вычисленными по формуле, приведенной в работе [2]. Из рис. 1 видно, что с ростом входной координаты точка пересечения оси приближается к линзе, а угол наклона траектории увеличивается. Чем слабее линза, тем больше продольный размер пятна. При этом поперечное размытие фокуса практически не зависит от силы линзы и не превышает  $0.1R$ .

В случае узких параллельных пучков на входе фокусировка осуществляется, вообще говоря, вокруг криволинейной траектории. На рис. 2 представлено поперечное и продольное расширение пятна в точке пересечения оси наиболее удаленной траекторией в зависимости

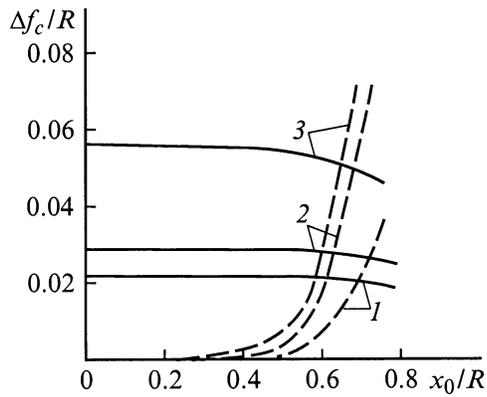
от начальной координаты центральной траектории пучка. При этом размер пучка на входе в линзу равен  $\Delta x_0 = 0.2R$ . Видно, что поперечное размытие фокуса на порядок меньше продольного. Следует отметить, что при использовании на входе кольцевых пучков продольное расширение пятна остается таким же, а поперечное возрастает в два раза.

Для улучшения условий прохождения пучка применяется октуполь. Рассматривались широкие пучки, занимающие до  $0.8$  апертуры линзы, а также узкие пучки, отстающие далеко от оси. В первом случае октупольный потенциал равен  $U = 0.1V$ . Изменение положения точки пересечения оси с ростом координаты входа становится менее резким (штрихпунктир на рис. 1), и величина продольного смещения по сравнению с чисто квадрупольной линзой уменьшается в два и более раз. При этом поперечный размер пятна в фокальной плоскости уменьшается в два раза. Во втором случае коррекция размытия пятна октупольной составляющей осуществляется таким образом, чтобы положение фокуса по мере удаления входных пучков от оси оставалось неизменным. На рис. 2 (кривая 3) представлена сила октуполя  $U/\Phi_0$  при силе квадруполя  $V/\Phi_0 = 0.1$  ( $\Phi_0$  — ускоряющий потенциал). При этом поперечный размер пучка уменьшается на два порядка по сравнению с его размером в квадрупольной линзе.

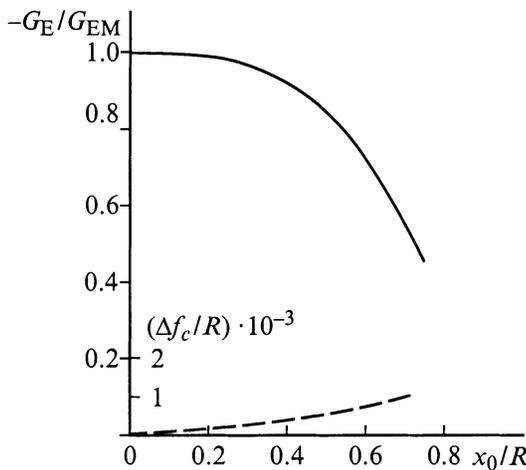
Известно, что в комбинированной электромагнитной квадрупольной линзе можно скорректировать хроматическую aberrацию в параксиальной области. Если электрическое и магнитное поля пространственно совмещены, то между их силами выполняется соотношение  $G_E = -0.5G_M$  [2], где  $G_E = V/\Phi_0$ ,  $G_M = W/c\sqrt{-2e/m\Phi_0}$ . Тогда сила ахроматической комбинированной квадрупольной линзы  $G_{ME} = G_M + G_E = -G_E$ . Однако по мере удаления пучка от оси появляется заметная хроматическая aberrация. На



**Рис. 2.** Зависимости поперечного (1) и продольного (2) расширения пятна, а также силы корректирующего октуполя (3) от координаты входа центральной траектории пучка.



**Рис. 3.** Величины продольной хроматической aberrации в электростатической (сплошные кривые) и комбинированной (штриховые кривые) линзах в зависимости от начальной координаты входа пучка при различной силе линзы. 1–3 — то же, что на рис. 1.



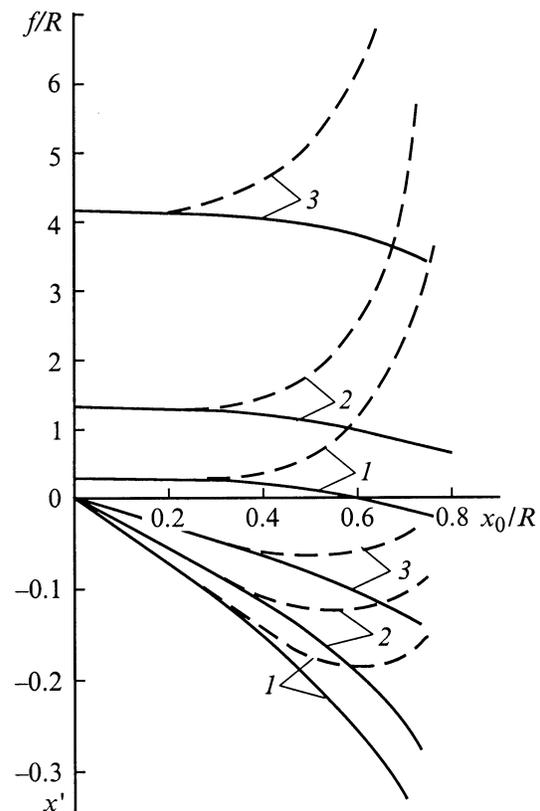
**Рис. 4.** Отношение электростатической составляющей к суммарной силе электромагнитной линзы, обеспечивающее условие ахроматизма в широкой области изменения начальных условий (сплошная кривая). Штриховая кривая — величина остаточной хроматической aberrации электромагнитной линзы.

рис. 3 представлены величины продольной хроматической aberrации при изменении начальной энергии пучка на 1% в электростатической, а также в комбинированной линзе, в которой выполняется условие коррекции для параксиальных пучков. Видно, что хроматическая aberrация электростатической линзы с ростом входного расстояния траектории от оси меняется слабо. В ахроматической линзе размер области коррекции зависит от силы линзы. Вне этой области величина хроматической aberrации резко возрастает и при  $x_0 > 0.6R$  достигает ее значений для электростатической линзы.

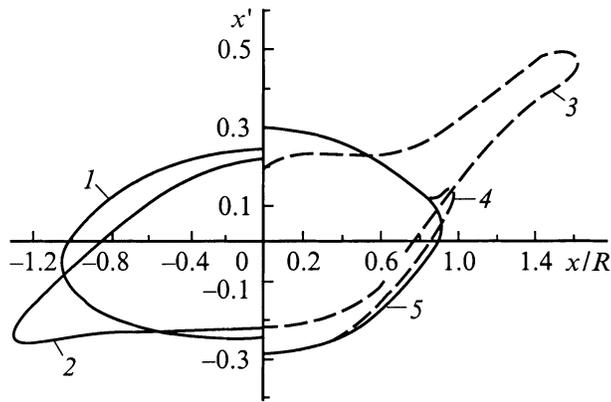
Нами были найдены соотношения сил электростатического и магнитного полей, при которых расширяется область коррекции хроматической aberrации. Зависи-

мость этого соотношения от координаты входа параллельного пучка, а также величины остаточной хроматической aberrации при разбросе начальной энергии пучка на 1% представлены на рис. 4. Оказалось, что они практически не зависят от силы линзы в достаточно широких пределах ее изменения. Из сравнения рис. 3 и 4 видно, что остаточная хроматическая aberrация линз с уточненным соотношением  $G_E/G_{EM}$  не превышает  $10^{-3}$  вплоть до 0.7 апертуры линзы, в то время как для классического ахромата в области 0.6–0.7 апертуры она в зависимости от силы линзы на один–два порядка больше.

Рассчитаны координаты точки пересечения траектории оси и углы наклона на выходе для ахроматических линз (рис. 5). Следует отметить, что для линзы с уточненным соотношением сил электростатической и магнитной составляющих эти координаты практически те же, что и для электростатической линзы (ср. рис. 1 и 5). Для ахроматической в параксиальном приближении линзы они резко возрастают по мере удаления траектории от оси, а зависимость угла наклона траектории от начальной координаты сильно отличается от линейной. Все это свидетельствует о том, что в классической ахроматической линзе геометрические aberrации существенно больше, чем в усовершенствованной.



**Рис. 5.** Расстояния точек пересечения траекториями оси и их углы наклона на выходе ахроматических линз. Сплошные кривые — электромагнитная линза с соотношением сил, приведенным на рис. 4; штриховые — классический ахромат. 1–3 — то же, что и на рис. 1.



**Рис. 6.** Фазовые контуры на выходе различных квадрупольных линз: 1 — электростатическая; 2 — магнитная; 3 — классический ахромат; 4, 5 — улучшенные ахроматические электромагнитные линзы — квадрупольная и квадрупольно-октупольная соответственно.

Электромагнитная квадрупольно-октупольная линза может концентрировать широкие пучки с большими углами наклона. Для изучения таких режимов целесообразно исследовать преобразование линзой тех или иных входных фазовых контуров. В качестве примера рассчитано преобразование фазового эллипса, размеры полуосей которого равны  $x_0 = 0.7R$ ,  $x'_0 = 0.35$ . На рис. 6 представлены половины фазовых контуров на выходе из следующих типов линз: слева — электростатический и магнитный квадруполь одинаковой силы ( $G_E = G_M = 0.1$ ); справа — классический ахромат ( $G_E = 0.1$ ,  $G_E/G_{ME} = -1$ ), а также улучшенные ахроматические линзы — квадрупольная ( $G_E = 0.1$ ,  $G_E/G_{ME} = -0.42$ ) и квадрупольно-октупольная ( $G_E = 0.1$ ,  $G_E/G_{ME} = -0.55$ ,  $U/\Phi_0 = -0.046$ ). Из этого рисунка видно, что наибольшие искажения имеет фазовый эллипс классической ахроматической линзы. Что касается интенсивности прохождения пучка, то в улучшенных ахроматических квадрупольной и квадрупольно-октупольной линзах она максимальна. В остальных линзах пучок в той или иной степени резается апертурой линзы. Сравнение улучшенных ахроматов показало, что октуполь убирает искажения фазового эллипса, имеющиеся в квадрупольном варианте. Однако при этом несколько возрастают хроматические aberrации, оставаясь тем не менее в два раза меньше, чем у электростатической линзы.

Таким образом, показано, что использованный подход расширяет возможности квадрупольной линзы в отношении пучков заряженных частиц, занимающих большую часть апертуры. При этом линза проста по конструкции, а ее параметры не хуже обычно применяемых комбинированных квадрупольных линз с приосевыми пучками.

## Список литературы

- [1] Овсянникова Л.П., Фишкова Т.Я. // Письма в ЖТФ. 1999. Т. 25. Вып. 21. С. 5.
- [2] Явор С.Я. Фокусировка заряженных частиц квадрупольными линзами. М.: Атомиздат, 1968. 262. с.