

01;04;10

Оценка продольного электрического поля, возбуждаемого релятивистским электронным пучком в плазме

© В.Б. Владыко

(Поступило в Редакцию 26 октября 1999 г. В окончательной редакции 28 июля 2000 г.)

На азимутально-симметричной модели получена аналитическая оценка продольного электрического поля, возникающего в плазме при инжекции в нее электронного пучка. Полученное соотношение позволяет оценить энергетические потери электронного пучка в той области параметров, в которой теоретические исследования опираются лишь на численное моделирование. Результаты работы представляют интерес для задачи получения релятивистских электронных пучков, их релаксации в плазме, а также для исследования новых методов ускорения заряженных частиц.

В связи со сложностью анализа систем, состоящих из большого числа частиц, и мощным развитием вычислительной техники теоретические исследования взаимодействия электронных пучков с плазмой опираются в основном на численное моделирование, которое способно учесть множество различных процессов, протекающих одновременно. Такой подход позволяет точно предсказать поведение сложной системы с заданными параметрами. Однако наряду с расчетом конкретных установок необходимо проводить и анализ физических процессов, выделяя основные из них. Эти процессы определяют поведение системы, а их изучение уже на приближенных моделях, не включающих в себя все детали, позволяет получить ряд полезных соотношений. В данной работе на основе анализа результатов численного моделирования, проведенного в работах [1–4], развита аналитическая модель и получено уравнение для определения продольного электрического поля в плазме при инжекции в нее релятивистского электронного пучка (РЭП). Практическая значимость полученного результата обусловлена тем, что передача энергии от пучка происходит как раз за счет возбуждаемого в плазме продольного электрического поля.

В работе рассмотрено взаимодействие плазмы и РЭП в аксиально-симметричном приближении. Система уравнений Максвелла в цилиндрической системе координат (r, φ, z) при условии $\partial/\partial\varphi = 0$ имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial B_\varphi}{\partial z} &= \frac{1}{c} \frac{\partial E_r}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} j_{pr}, \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r B_\varphi &= \frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} (j_{pz} + j_b), \\ \frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial B_\varphi}{\partial t}, \end{aligned} \quad (1)$$

где B_φ — азимутальная составляющая магнитного поля; E_r, E_z — радиальная и продольная составляющие электрического поля; j_{pr}, j_{pz} — радиальная и продольная составляющие плотности тока плазменных электронов; j_b — плотность тока пучка.

В системе уравнений (1) пренебрегается радиальной составляющей тока пучка. Кроме того, в первом прибли-

жении можно пренебречь воздействием электромагнитных полей на электроны пучка и считать пучок заданным, а индуцированные в системе поля — зависящими не отдельно от продольной координаты z и времени t , а от переменной $\zeta = t - (z/V_b)$, где V_b — продольная скорость электронов пучка. Искользованные предположения позволяют существенно упростить задачу и в то же время изучить физические процессы, определяющие поведение системы. В этом случае из (1) имеем

$$\frac{\partial E_z}{\partial r} = -\frac{1}{\gamma_b^2 \beta_b^2 c} \frac{\partial B_\varphi}{\partial \zeta} + \frac{4\pi}{\beta_b c} j_{pr}, \quad (2)$$

где $\gamma_b = 1/\sqrt{1 - V_b^2/c^2}$.

Так как все величины зависят не отдельно от z и t , а от ζ , то электромагнитные поля и заряды переносятся вместе с пучком. Для того чтобы картина прояснилась, используем дополнительные предложения. Если ток пучка нарастает достаточно медленно (можно пренебречь токами смещения), а продольные скорости плазменных электронов малы (можно не учитывать продольную составляющую плотности тока плазменных электронов), уравнение непрерывности $\partial\rho/\partial t + \text{div } \mathbf{j} = 0$ примет вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial \zeta} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r j_{pr} - \frac{1}{4\pi\beta_b} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial \zeta} B_\varphi = 0. \quad (3)$$

Из уравнения (3) после интегрирования по r получаем

$$\frac{\partial B_\varphi}{\partial \zeta} = \frac{2}{r} \beta_b \frac{\partial Q}{\partial \zeta} + 4\pi\beta_b j_{pr}, \quad (4)$$

где $Q = \int_0^r 2\pi r \rho dr$ — заряд, находящийся в прямом цилиндре единичной длины, радиус которого r , а ось цилиндра совпадает с осью пучка.

Подставляя (4) в (2), получаем

$$\frac{\partial E_z}{\partial r} = -\frac{1}{\gamma_b^2 \beta_b c} \frac{2}{r} \frac{\partial Q}{\partial \zeta} + \frac{4\pi\beta_b}{c} j_{pr}. \quad (5)$$

Первое слагаемое правой части уравнения (5) обусловлено переносом заряда в продольном направлении и

содержит в знаменателе γ_b^2 , поскольку связанные с переносом заряда вихревое и кулоновское поля направлены в противоположные стороны и отличаются в β_b^2 раз. Уже при умеренных значениях релятивистского фактора $\gamma_b > 3$ этим членом можно пренебречь, если погонная плотность плазменного канала $N_p > N_b \gamma_b^{-2}$. Последнее условие выполняется с запасом для большинства практических приложений. В этом случае уравнение (5) сводится к простому уравнению для определения продольного электрического поля

$$\frac{\partial E_z}{\partial r} = \frac{4\pi\beta_b}{c} j_{pr}. \quad (6)$$

Остановимся подробнее на следствиях из уравнения (6). Это уравнение позволяет определять значение продольного электрического поля по известной радиальной динамике электронов плазмы. Например, в случае транспортировки даже умеренно релятивистского пучка ($\gamma_b > 3$) по плазменному каналу радиусом b , плотность которого значительно превышает плотность пучка, в качестве граничного условия для напряженности продольной составляющей электрического поля можно использовать следующее соотношение:

$$E_z(b) = 0, \quad (7)$$

являющееся очевидным следствием уравнения (6), так как радиальные токи возможны только внутри канала. Полученное граничное условие (7) справедливо в широком диапазоне параметров и может быть применено для анализа транспортировки пучка по плотным плазменным каналам.

Используя уравнение (6), определим потери энергии электронного пучка, обусловленные вытеснением электронов плазмы. Рассмотрим инжекцию электронного пучка с погонной плотностью частиц N_b , превышающей погонную плотность электронов N_p плазменного канала. Поэтому можно считать, что за достаточно большое время T все плазменные электроны покинут канал и высадятся на стенках трубки дрейфа, радиус которой R . В сделанных предположениях потери энергии пучка W_b , связанные с вытеснением электронов из канала на дистанции Δz , можно оценить из следующего соотношения:

$$W_b = \Delta z \int_0^T I_b E_z(0) dt, \quad (8)$$

где I_b — ток пучка, $E_z(0)$ — поле на оси системы.

Из (6) для продольного электрического поля на оси системы следует, что

$$E_z(0) = \int_R^0 \frac{4\pi\beta_b}{c} j_{pr} dr. \quad (9)$$

Предполагая плазменный канал однородным, имеем

$$\int_0^T j_{pr} dt = \begin{cases} \frac{N_p e}{2\pi r}, & r > b, \\ \frac{N_p e}{2\pi r} \frac{r^2}{b^2}, & r \leq b \end{cases} \quad (10)$$

(e — заряд электрона).

Используя (9) и (10), из (8) получаем

$$W_b = \frac{I_b N_p e \beta_b}{c} \Delta z (1 + 2 \ln R/b). \quad (11)$$

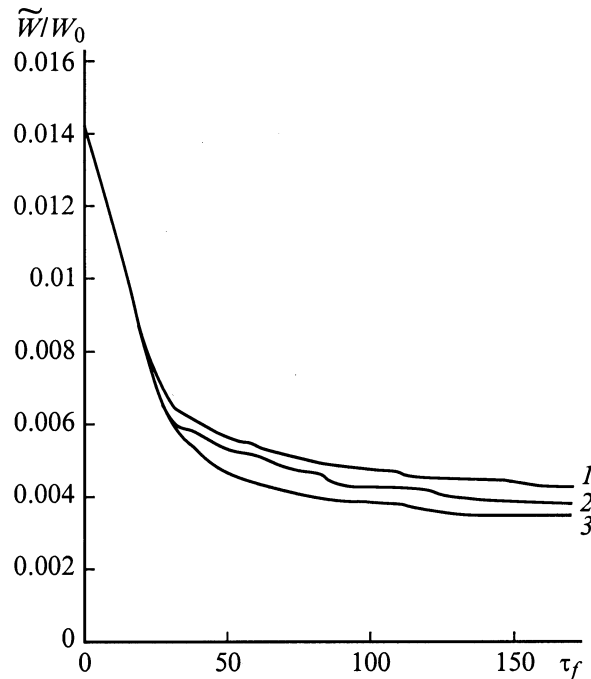
Соотношение (11) находится в полном соответствии с результатами как численных исследований, так и аналитических расчетов, полученных на других моделях в работах [2–6]. Следует подчеркнуть, что определенные потери энергии относятся к немагнитной плазме, в замагниченной плазме $j_{pr} = 0$ и таких потерь нет.

Важным следствием уравнения (6) является то, что продольное электрическое поле определяется радиальной составляющей плотности тока плазменных электронов. Если фронт пучка будет достаточно пологим, то потери энергии существенно уменьшатся. Данное предположение было проверено на численной модели, в основе которой лежат система уравнений Максвелла и уравнение Власова.

На рис. 1 представлена зависимость потерь энергии

$$\tilde{W} = W_b \frac{c^4}{\omega_p^4 R^4} \frac{N_p}{N_b}$$

от $\tau_f = t_f \omega_p$ для различных $(\omega_p R)/c$. Радиус пучка $a = b$. Видно, что \tilde{W} практически не зависит от



Зависимости потери энергии пучка \tilde{W} от τ_f . ($N_b/N_p = 2$, $a = b = 0.5R$). $\omega_p R/c = 0.5$ (1), 1 (2), 1.5 (3). $\tilde{W}_0 = mc^2 mc^2 / 16e^2 \Delta z$.

$(\omega_p R)/c$, но сильно зависит от τ_f . Для малых $\tau_f (< 20)$ потери энергии пучка определяются в основном кинетической энергией, набираемой плазменными электронами в электромагнитных полях, индуцированных фронтом пучка. По мере увеличения длительности фронта в системе уменьшаются электромагнитные поля и плазменные электроны набирают меньшую кинетическую энергию. В этой области параметров наблюдается резкое уменьшение потерь энергии \dot{W} при увеличении τ_f . Однако начиная с $\tau_f > 100$ потери энергии практически перестают зависеть от τ_f , так как длительность фронта импульса пучка становится много больше периода колебаний плазменных электронов. Электронный пучок, несмотря на пологий фронт, возбуждает радиальные колебания плазменных электронов. Основные потери энергии пучка теперь определяются именно амплитудой этих колебаний, которая слабо зависит от длительности фронта импульса. Таким образом, показано, что затягивание длительности фронта импульса может в несколько раз уменьшить потери энергии. При больших дистанциях распространения экономии энергии может оказаться значительной. Необходимо отметить хорошее совпадение результатов численного моделирования для $\tau_f = 0$ с (11).

Список литературы

- [1] Sanford T.W.L., Welch D.R., Mock R.C. // Phys. Plasmas. 1994. Vol. 1. N 2. P. 404–420.
- [2] Krall J., Nguyen K., Joyce G. // Phys. Fluids. 1989. Vol. B1. N 10. P. 2099–2105.
- [3] Filimonov A.B., Nikulin M.G., Vinogradov S.V. // XIV Intern. Symposium on Dish. and Elect. Isul. in Vacuum. Santa-Fe. 1990. P. 742–746.
- [4] Владыко В.Б., Рудяк Ю.В. // Физика плазмы. 1994. Т. 20. № 4. С. 973–981.
- [5] Buchanan H.L. // Phys. Fluids. 1987. Vol. 30. N 1. P. 221–231.
- [6] Uhm H.S., Joyce G. // Phys. Fluids B. 1991. Vol. 3. N 7. P. 1587–1598.