

01;03

Взаимодействие ударных волн с каплями пузырьковой жидкости

© В.С. Суров

Челябинский государственный университет,
454021 Челябинск, Россия
e-mail: svcs@csu.ru

(Поступило в Редакцию 12 мая 2000 г. В окончательной редакции 8 сентября 2000 г.)

Исследована задача о регулярном отражении воздушной ударной волны от сферической капли пузырьковой жидкости. В рамках обобщенно-равновесной модели численно изучено воздействие ударных волн на одиночные, имеющие различные формы капли пузырьковых жидкостей, а также на ансамбли капель (капельные экраны). Показано существенное различие режимов распада в ударных волнах капель пузырьковых жидкостей и капель без газовых включений.

При попадании жидкой капли в поток газа за фронт ударной волны (УВ) в ней в отличие от твердой частицы возникает внутреннее движение, при этом капля деформируется и в дальнейшем разрушается. Процесс распада достаточно сложен и определяется соотношением сил поверхностного натяжения, вязкости и инерции. Отметим экспериментальные работы [1–4], в которых исследовалось воздействие воздушных УВ на капли различных жидкостей. В [5] предложен метод расчета взаимодействия капли воды с плоской УВ, при этом принято допущение, что капля в процессе ее деформирования принимает форму сплюснутого в направлении потока эллипсоида вращения. Это же условие использовалось в ряде других работ [6,7]. В последующих работах для изучения взаимодействия УВ с каплями применялся метод прямого численного моделирования, при этом использовались различные модели жидкости. Так, в работе [8] жидкость полагалась идеальной сжимаемой, в [9,10] — несжимаемой вязкой, однако во всех случаях считалось, что жидкость не содержит газовых включений. Известно, что при воздействии на жидкость сильной воздушной УВ происходит ее газирование (насыщение газом) [11], при этом свойства жидкости существенно меняются. Представляет интерес изучить влияние газосодержания на процесс взаимодействия УВ с каплей (системой капель) пузырьковой жидкости. В настоящей работе при описании поведения последней использовалась обобщенно-равновесная модель, ранее применявшаяся в [12,13].

Регулярный режим отражения воздушной УВ от сферической капли пузырьковой жидкости

Пусть на сферическую каплю пузырьковой жидкости падает плоская воздушная УВ, имеющая профиль в виде полубесконечной ступеньки. При заданном числе Маха M параметры воздуха за ее фронтом, отмеченные индексом s , связаны с начальными перед скачком (с ин-

дексом 0) соотношениями Ренкина–Гюгонио

$$p_s = p_0 \left(1 + \frac{2\gamma(M^2 - 1)}{\gamma + 1} \right), \quad u_s = \frac{2c_0(M^2 - 1)}{(\gamma + 1)M},$$

$$p_s = p_0 \left(\frac{(\gamma + 1)M^2}{2 + (\gamma - 1)M^2} \right), \quad (1)$$

где γ — показатель адиабаты воздуха, c_0 и $M = D/c_0$ — соответственно скорость звука и число Маха (D — скорость перемещения фронта УВ).

Рассчитаем течения газа и пузырьковой жидкости, возникающее в окрестности точки контакта фронта падающей УВ с поверхностью капли. Система уравнений совместности в подвижной системе координат, связанной с точкой контакта (рис. 1, а), имеет вид

$$u_{1n} \sin \varphi - c_0 M \sin(\beta_1 + \varphi) = 0,$$

$$u_{1t} \sin \varphi - c_0 M \cos(\beta_1 + \varphi) = 0,$$

$$u'_{1t} \cos(\beta_1 + \delta) - u'_{1t} M \sin(\beta_1 + \delta) = 0,$$

$$u'_{1t} = u_{1t}, \quad u_{2n} - u_2 \sin(\beta_2 - \vartheta_2) = 0,$$

$$u_{2t} - u_2 \cos(\beta_2 - \vartheta_2) = 0,$$

$$u'_{2n} \cos(\beta_2 - \delta) - u'_{2t} \sin(\beta_2 - \delta) = 0, \quad u'_{2t} = u_{2t}, \quad (2)$$

где u_2 и ϑ_2 определяются из выражений

$$u_2^2 - (c_0 M \operatorname{ctg} \varphi)^2 - (c_0 M - u_s)^2 = 0,$$

$$\operatorname{tg} \vartheta_2 = (1 - M_s/M) \operatorname{tg} \varphi,$$

$$M_s = u_s/c_0.$$

Соотношения Ренкина–Гюгонио, записанные для отраженной и преломленной УВ, имеют вид

$$\rho'_2 u'_{2n} - \rho_s u_{2n} = 0, \quad p'_2 + \rho'_2 (u'_{2n})^2 - p_s - \rho_s (u_{2n})^2 = 0,$$

$$\rho'_1 u'_{1n} - \rho_{10} u_{1n} = 0, \quad p'_1 + \rho'_1 (u'_{1n})^2 - p_0 - \rho_{10} (u_{1n})^2 = 0. \quad (3)$$

Здесь индексами n и t обозначены нормальные и касательные составляющие векторов скоростей к присоединенным УВ. Параметры, помеченные штрихами относятся к величинам за отраженной и преломленной УВ.

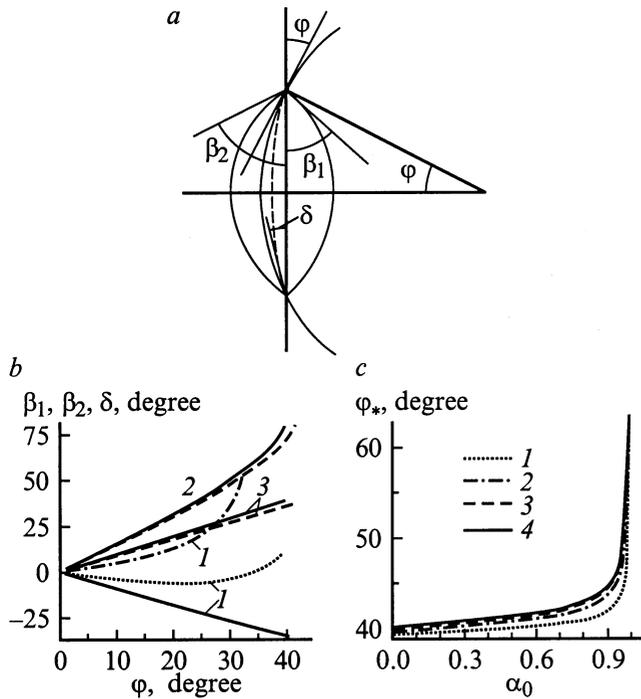


Рис. 1. Регулярный режим отражения УВ от сферической капли пузырьковой жидкости (а), зависимости β_1, β_2, δ (1–3) для концентраций газа в капле $\alpha_0 = 0.1$ (сплошные кривые), 0.2 (штриховые кривые), 0.0001 (штрих-пунктир) и 0.001 (пунктир) при $M = 2$ (b) и зависимости $\varphi_*(\alpha_0)$ при $M = 2, 5, 10$ и 20 (c, 1–4 соответственно)

Кроме того, необходимо учесть непрерывность давления при переходе через контактный разрыв за точкой контакта

$$p'_1 = p'_2 = p. \quad (4)$$

Соотношения (2)–(4) необходимо дополнить уравнениями ударных адиабат для газа и пузырьковой жидкости [12]

$$\frac{\rho_s}{\rho'_2} = \frac{\chi P'_2 + p_s}{\chi P_s + p'_2},$$

$$\frac{\rho_{10}}{\rho'_1} = \alpha_0 \frac{\chi_1 P'_1 + p_0}{\chi_1 P_0 + p'_1} + (1 - \alpha_0) \frac{\chi_*(P'_1 + p_*) + p_0 + p_*}{\chi_*(P_0 + p_*) + P'_1 + p_*}, \quad (5)$$

где α_0 — объемная доля газовой составляющей; $\chi = (\gamma - 1)/(\gamma + 1)$; $\chi_1 = (\gamma_1 - 1)/(\gamma_1 + 1)$, γ_1 — показатель адиабаты газа в пузырьках; $\chi_* = (\gamma_* - 1)/(\gamma_* + 1)$; γ_* и p_* — константы двучленного уравнения состояния [12], с использованием которого описываются свойства жидкой составляющей.

В частности, для воды (глицерина) они имеют следующие значения $\gamma_* = 5.59$ (7.85), $p_* = 4.106$ (5.936) МПа. Из (2), (3) имеем следующие выражения:

$$\frac{\rho_s}{\rho'_2} = \frac{u'_{2n}}{u_{2n}} = \frac{\text{tg}(\beta_2 - \delta)}{\text{tg}(\beta_2 - \vartheta_2)},$$

$$\frac{\rho_{10}}{\rho'_1} = \frac{u'_{1n}}{u_{1n}} = \frac{\text{tg}(\beta_1 + \delta)}{\text{tg}(\beta_1 + \varphi)},$$

$$p'_2 = p_s + p_s u'_2 \sin^2(\beta_2 - \vartheta_2) (1 - \text{tg}(\beta_2 - \delta) / \text{tg}(\beta_2 - \vartheta_2)),$$

$$p'_1 = p_0 + \frac{\rho_{10} c_0^2 M^2 \sin^2(\beta_1 + \varphi)}{\sin^2 \varphi} \left(1 - \frac{\text{tg}(\beta_1 + \delta)}{\text{tg}(\beta_1 + \varphi)} \right). \quad (6)$$

С учетом (6) соотношения (4), (5) перепишем в виде

$$\begin{aligned} & \bar{p}_s + \sin^2(\beta_2 - \vartheta_2) (1 - \text{tg}(\beta_2 - \delta) / \text{tg}(\beta_2 - \vartheta_2)) \\ &= \bar{p}_0 + \frac{\rho_{10} c_0^2 M^2 \sin^2(\beta_1 + \varphi)}{\rho_s u'_2 \sin^2 \varphi} \left(1 - \frac{\text{tg}(\beta_1 + \delta)}{\text{tg}(\beta_1 + \varphi)} \right), \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} & \text{tg}(\beta_2 - \delta) / \text{tg}(\beta_2 - \vartheta_2) \\ &= \frac{\chi \sin^2(\beta_2 - \vartheta_2) (1 - \text{ctg}(\beta_2 - \vartheta_2) \text{tg}(\beta_2 - \delta)) + \bar{p}'_s (\chi + 1)}{\sin^2(\beta_2 - \vartheta_2) (1 - \text{ctg}(\beta_2 - \vartheta_2) \text{tg}(\beta_2 - \delta)) + \bar{p}'_s (\chi + 1)}, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & \text{tg}(\beta_1 + \delta) / \text{tg}(\beta_1 + \varphi) \\ &= \alpha_0 \frac{\chi_1 \left(\frac{\sin(\beta_1 + \varphi)}{\sin \varphi} \right)^2 \left(1 - \frac{\text{tg}(\beta_1 + \delta)}{\text{tg}(\beta_1 + \varphi)} \right) + \frac{p_0 (\chi_1 + 1)}{\rho_{10} c_0^2 M^2}}{\left(\frac{\sin(\beta_1 + \varphi)}{\sin \varphi} \right)^2 \left(1 - \frac{\text{tg}(\beta_1 + \delta)}{\text{tg}(\beta_1 + \varphi)} \right) + \frac{p_0 (\chi_1 + 1)}{\rho_{10} c_0^2 M^2}} \\ &+ (1 - \alpha_0) \frac{\chi_* \left(\frac{\sin(\beta_1 + \varphi)}{\sin \varphi} \right)^2 \left(1 - \frac{\text{tg}(\beta_1 + \delta)}{\text{tg}(\beta_1 + \varphi)} \right) + \frac{(p_0 + p_*) (\chi_* + 1)}{\rho_{10} c_0^2 M^2}}{\left(\frac{\sin(\beta_1 + \varphi)}{\sin \varphi} \right)^2 \left(1 - \frac{\text{tg}(\beta_1 + \delta)}{\text{tg}(\beta_1 + \varphi)} \right) + \frac{(p_0 + p_*) (\chi_* + 1)}{\rho_{10} c_0^2 M^2}}, \end{aligned} \quad (9)$$

где $\bar{p}_s = p_s / (\rho_s u'_2)$, $\bar{p}_0 = p_0 / (\rho_s u'_2)$, $\bar{p}'_s = p_s / (\rho_s u'_2)$.

Таким образом, имеем систему из трех нелинейных уравнений (7)–(9) для определения неизвестных β_1, β_2 и δ , которая решалась итерационным методом Ньютона.

На рис. 1, b приведены зависимости углов β_1, β_2, δ от φ при отражении УВ от капли с различными значениями α_0 . Из этого рисунка видно, что угол наклона преломленной УВ β_1 в области малых значений концентраций газа в жидкости существенно зависит от α_0 . Для УВ с $M = 2$ угол β_1 отрицателен уже при концентрации газа в капле 0.1%. Отметим, что для капли жидкости без газовых включений ($\alpha_0 = 0$) зависимости, полученные из соотношений (7)–(9) совпадают с данными работы [9].

Из выражений (7)–(9) также может быть определен критический угол φ_* , т.е. такой предельный угол φ , при котором еще существует решение с присоединенными к точке контакта преломленной и отраженной УВ. Критический угол отделяет регулярный режим отражения от маховского. На рис. 1, c приведены зависимости критического угла φ_* от α_0 при различных числах Маха в падающей на каплю пузырьковой жидкости УВ.

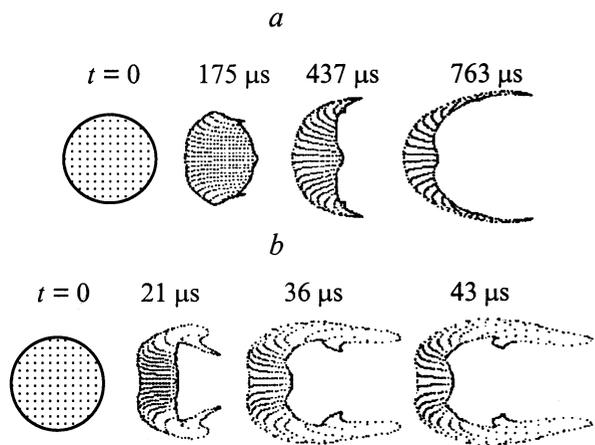


Рис. 2. Форма первоначально сферической капли ($\alpha_0 = 0.9$) в различные моменты времени после взаимодействия с УВ при $M = 1.3$ (a) и 6 (b).

Видно, что с увеличением концентрации газа в капле критический угол φ_* слабо растет, но при приближении α_0 к единице, т. е. в области, характерной для вспененных жидкостей, резко возрастает. Заметим также, что значения определяющих параметров взаимодействия слабо зависят от сорта газа, заполняющего пузыри. Для систем с большим газосодержанием полагаем, что рассматриваются пены, т. е. среды, имеющие в своем составе помимо газа и жидкости поверхностно активные вещества, которые придают вспененной жидкости особые прочностные свойства. В зависимости от плотности пены различают "влажные" и "сухие" пены. Первые, имеющие плотность более 5 kg/m^3 (если рассматриваются водные пены), обладают достаточно устойчивой пузырьковой структурой и не теряют своих свойств при взаимодействии даже с сильными ударными волнами [14]. В "сухих" же пенах пузыри под воздействием УВ разрушаются, формируя воздушно-капельную смесь [15]. Устойчивость "влажных" пен обусловлена процессами, при которых происходит не только разрушение пузырей пены, но и их образование, связанное со вспениванием среды [16]. Отметим также, что для влажных пен значения таких определяющих характеристик течения, как скорость перемещения осцилляционной УВ, осредненное давление за ее фронтом, совпадающее с равновесными, от размеров пузырей не зависят [17].

Численное моделирование взаимодействия

В предыдущем разделе рассмотрена начальная стадия дифракции УВ на капле пузырьковой жидкости. Для более полного представления о взаимодействии необходимо проинтегрировать общую систему дифференциальных уравнений в частных производных [12], описываю-

щую совместное течение газа и пузырьковой жидкости, что возможно лишь численно.

Пусть на первоначально сферическую каплю пузырьковой жидкости, покоящуюся в идеальном газе, набегают плоская УВ. Параметры газа за ее фронтом рассчитываются по соотношениям (1). Полагая, что в момент $t = 0$ фронт воздушной УВ касается поверхности капли. Варьировались как число Маха в падающей УВ, так и концентрация газа в капле. В расчетах использовался численный метод, описанный в [18]. В работе рассматриваются достаточно крупные капли. В этом случае аэродинамические силы, действующие на каплю со стороны газового потока, существенно (на несколько порядков) больше сил поверхностного натяжения, поэтому последние в расчетах не учитываются.

Как следует из расчетов, картина взаимодействия сходна с обтеканием твердой частицы. Перед каплей формируется отошедшая УВ, однако ее форма и положение изменяются с течением времени из-за деформации и ускорения капли.

На рис. 2, a представлена эволюция формы первоначально сферической капли ($r_0 = 5 \text{ mm}$) из вспененной жидкости ($\alpha_0 = 0.9$), полученная в ходе расчета в различные моменты времени при воздействии на нее УВ с числом Маха 1.3. В отличие от подходов [8–10] невесомые маркеры, перемещающиеся с локальной скоростью среды в данной точке пространства, используются лишь для визуализации деформации фрагмента дисперсной среды, функционально нигде не участвуя в расчетах. Как видно из рис. 2, a деформация капли происходит за счет развития в ней приповерхностного (с наветренной части капли) течения дисперсной среды, или, иначе, погранслоя. При этом чем ближе частица дисперсной среды находится к поверхности капли, тем на большее расстояние она смещается.

На рис. 3, a приведены зависимости относительных смещений капли ($\Delta x/d_0$) вдоль оси симметрии, ее поперечного расширения (d_y/d_0), а также толщины капли (d_x/d_0) вдоль ее продольной оси от безразмерного вре-

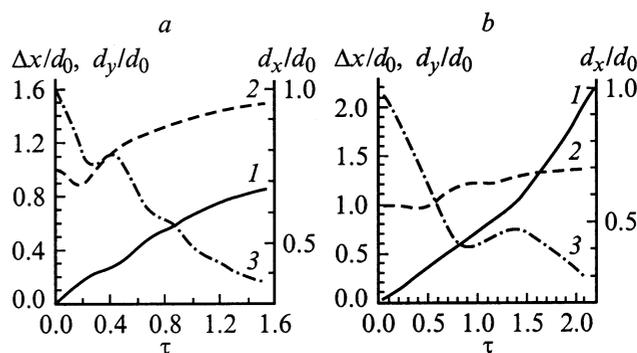


Рис. 3. Зависимости относительных смещения (1), поперечного расширения (2), толщины капли вдоль ее продольной оси (3) от τ для УВ с $M = 1.3$ (a) и 6 (b).

мени $\tau = t/t_0$, где

$$t_0 = d_0 u_s^{-1} (\rho_0 / \rho_s)^{1/2}. \quad (10)$$

Заметим, что увеличение продольного размера капли с момента времени $\tau = 0.3$ связано с выходом преломленной ударной волны, распространяющейся по капле, на ее заднюю поверхность.

С увеличением силы падающей УВ размеры приповерхностного слоя возрастают и деформация капли происходит более интенсивно, что видно из рис. 2, *b*, 3, *b*, где приведены данные для УВ с числом Маха 6.

Несколько иначе происходит взаимодействие УВ с каплями пузырьковой жидкости. Ввиду большей инерционности частиц пузырьковой жидкости толщина погранслоя мала по сравнению с ранее рассмотренным случаем капли из вспененной жидкости. Визуально наблюдается срыв с поверхности капли поверхностных маркеров, что сопровождается слабой деформацией ядра капли (рис. 4, *a*). Смещение капли достаточно хорошо описывается зависимостью $\Delta x/d_0 = 0.75\tau^2$ (рис. 4, *b*). Заметим, что для жидкости без пузырей аппроксимирующая экспериментальные данные зависимость имеет вид $\Delta x/d_0 = 0.8\tau^2$ [1], к ней стремятся соответствующие зависимости для капель из пузырьковой жидкости при $\alpha_0 \rightarrow 0$.

Таким образом, из проведенных расчетов следует, что с увеличением доли газа в капле последняя становится более подвижной, смещаясь на большее расстояние, что

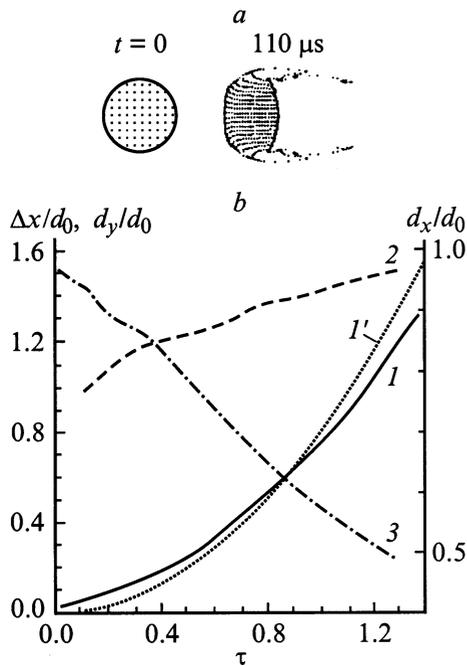


Рис. 4. Форма капли ($\alpha_0 = 0.1$) в различные моменты времени для УВ с $M = 3$ (*a*) и зависимости относительных смещения (1), поперечного расширения (2), толщины (3) капли вдоль ее продольной оси от τ ($1'$ — экспериментальная зависимость относительного смещения при $\alpha_0 = 0$) (*b*).

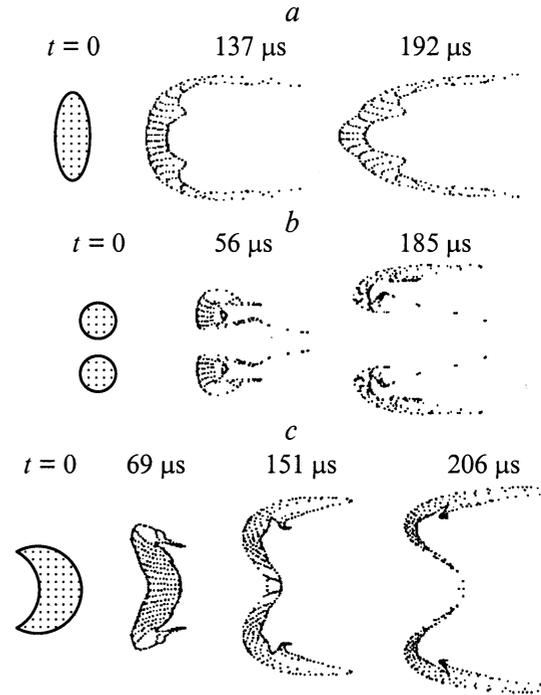


Рис. 5. Форма первоначально эллиптической (*a*), тороидальной (*b*) и сферической с выемкой (*c*) капель в характерные моменты времени для УВ с $M = 3$.

связано с уменьшением плотности пузырьковой жидкости. С увеличением α_0 растет толщина погранслоя, формирующегося в приповерхностном слое с наветренной части капли, при этом максимальный поперечный размер деформированной капли уменьшается. Последний также уменьшается с увеличением силы падающей УВ.

Помимо сферических капель рассматривались эллипсоидальные, тороидальные, а также капли с вогнутой по отношению к набегающему потоку головной частью. Рис. 5, *a-c* иллюстрируют динамику распада указанных типов капель при воздействии на них УВ. Во всех случаях число Маха в набегающей УВ равно 3, концентрация газа в жидкости (воде) $\alpha_0 = 0.1$. Заметим, что для рассматриваемого импульсного воздействия газового потока на каплю в условиях развитого течения жидкости в приповерхностном слое капли возможные неустойчивости типа Релея–Тейлора или Гельмгольца не приводят к тем катастрофическим последствиям, которые бы имели место в отсутствие развитого погранслоя в капле. Начальные возмущения в виде поверхностных волн малой амплитуды на головной части капли сносятся на периферию и не влияют на дальнейшую деформацию капли.

Рассмотрим взаимодействие УВ с двумя расположенными друг за другом сферическими каплями жидкости, причем полагаем, что ось симметрии, проходящая через центры капель, ортогональна фронту падающей на капли воздушной УВ. В момент времени $t = 0$ фронт УВ касается поверхности первой капли. Число Маха

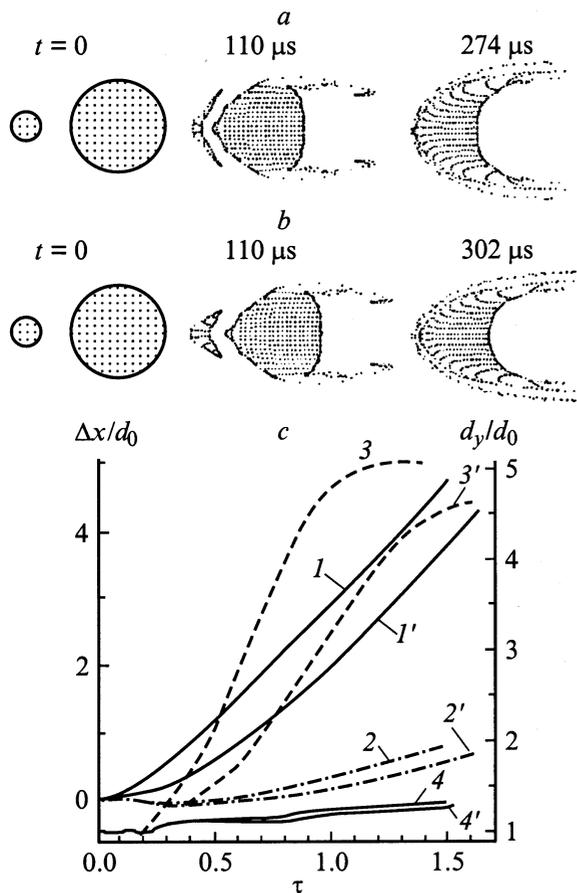


Рис. 6. Взаимодействие УВ с двумя сферическими каплями воды (а); то же, но для первой глицериновой капли (b) и зависимости относительного смещения (1) и (2), поперечного расширения (3) и (4) соответственно для первой и второй капель от τ (c). 1'-4' — для варианта на рис. 6, c.

в набегающей УВ $M = 3$. Радиусы капель равны соответственно 1 и 5 мм. Концентрация газа в первой капле $\alpha_0 = 0.5$, во второй — 0.1. Расстояние между их центрами 8 мм. Рис. 6, а иллюстрирует динамику взаимодействия УВ. Сходная ситуация имеет место в случае, если первая капля состоит не из вспененной воды, а из глицерина с $\alpha_0 = 0.95$ ($\rho_l^0 = 1200 \text{ kg/m}^3$), что видно из рис. 6, b. Геометрические характеристики капель те же, что и в первой задаче. Из-за большей инерционности жидкости в первой капле деформация последней происходит несколько медленней, что видно из сравнения данных на рис. 6, a, b. Заметим, что для рассматриваемых в работе достаточно сильных УВ влияние вязкости жидкости незначительно [10] и может не учитываться.

На рис. 6, c приведены зависимости относительных смещения капли $\Delta x/d_0$ вдоль оси симметрии, ее поперечного расширения d_y/d_0 от безразмерного времени $\tau = t/t_0$, где t_0 рассчитывается по формуле (10) по параметрам второй капли. Отметим особенность деформации второй капли, связанную со смещением жидкости у оси

симметрии навстречу набегающему потоку (рис. 6, a). Наблюдаемый процесс обусловлен тем, что часть второй капли оказывается в области аэродинамической "тени" от первой, где давление понижено. Вследствие возникшего перепада давления и наблюдается "выдавливание" жидкости у оси симметрии с образованием "носика" с наветренной стороны у второй капли (рис. 6, a). Из рис. 6, c также видно, что замена первой "легкой" капли на более плотную глицериновую приводит к замедлению деформации и смещению второй капли.

Рассмотрим взаимодействие УВ с капельным экраном. Очевидно, что общая картина течения, возникающая при падении УВ на ансамбль капель из пузырьковых жидкостей, будет отличаться от той, которая имеет место при аналогичном воздействии на капли, не содержащие пузырьков газа. Ниже изучено взаимодействие плоской УВ,

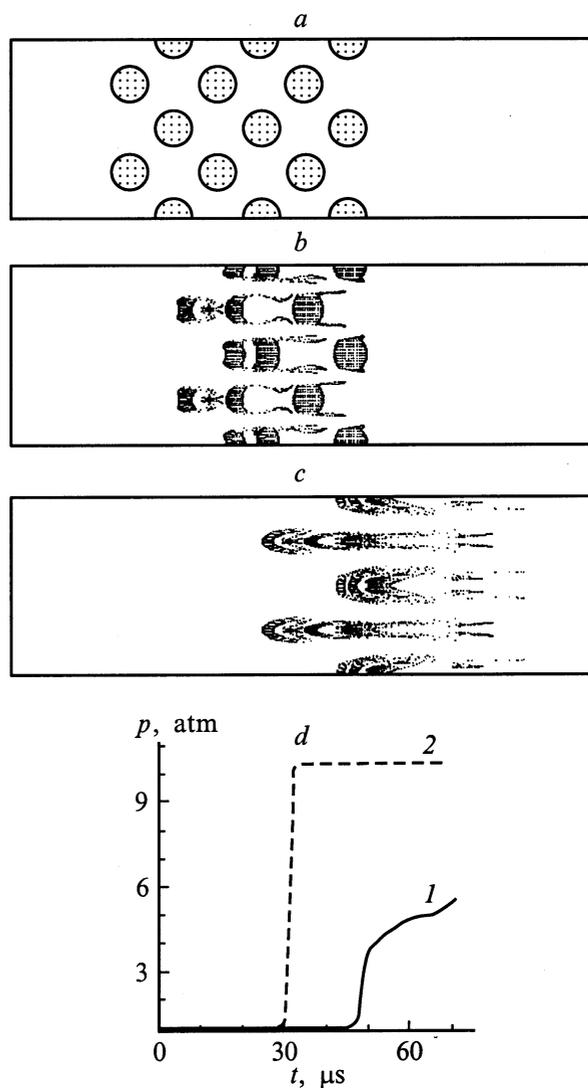


Рис. 7. Вид капель из вспененной жидкости при взаимодействии УВ ($M = 3$) с экраном к моментам времени $t = 0, 24$ и $49 \mu\text{s}$ (a-c) и зависимости $p(t)$ при наличии экрана (1) и без него (2) (d).

падающей нормально на капельный экран, представляющий собой ансамбль равномерно распределенных по плоскости (в шахматном порядке) частиц жидкости одинакового размера. Приведены данные расчета для капель из вспененной водно-воздушной смеси с $\alpha_0 = 0.9$. Число Маха в падающей УВ равно 3, диаметр капель — 1.92 mm, число слоев капель в экране — 6.

На рис. 7, *a–c* представлен вид капельного экрана в характерные моменты времени. Из этого рисунка видно, что полученная в результате взаимодействия картина течения существенно отличается от той, которая имеет место в случае капель без газовых включений [10]. Различие связано с наличием развитого срыва пограничного слоя капель в экране (рис. 7, *b*). В результате этого явления капли, находящиеся вдоль прямой, проходящей через их центры, сближаются друг с другом, формируя струйки жидкости с увеличенной головной частью, с которой происходит интенсивный срыв дисперсной среды (рис. 7, *c*), что продолжается до их полного распада.

На рис. 7, *d* представлены зависимости давления в точке на границе расчетной области (с координатой $x = 0.032$ m) от времени при наличии на пути УВ экрана и без него. Видно, что сформировавшаяся за капельным экраном преломления УВ с некоторой временной задержкой достигает границы расчетной области, причем ее амплитуда снижается более чем в два раза. В дальнейшем по мере разрушения капель экрана и их сноса давление выходит на уровень, который имеет место при отсутствии экрана.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 00-01-00523).

Список литературы

- [1] *Reinecke W.G., Waldman G.D.* // Proc. 3^d Intern. Conf. Rain Erosion and Related Phenomena. England, 1970. P. 1–42.
- [2] *Бойко В.М., Папырин А.Н., Поплавский С.В.* // ПМТФ. 1987. № 2. С. 108–115.
- [3] *Wierzbа A., Takayama K.* // AIAA J. 1988. Vol. 26. N 11. P. 1329–1335.
- [4] *Takayama K.* // Trans. Jap. Soc. Mech. Eng. B. 1989. Vol. 55. N 513. P. 1271–1276.
- [5] *Митрофанов В.В.* // Динамика сплошной среды. Новосибирск, 1979. № 39. С. 76–87.
- [6] *Клячко Л.А.* // Инженерный журнал. 1963. Т. 27. № 3. С. 554–557.
- [7] *Вольнский М.С., Липатов А.С.* // ИФЖ. 1970. Т. 18. № 5. С. 838–843.
- [8] *Суров В.С., Агеев С.Г.* // Моделирование в механике. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1990. Т. 4. № 3. С. 149–154.
- [9] *Суров В.С., Фомин В.М.* // ПМТФ. 1993. Т. 34. № 1. С. 48–54.
- [10] *Суров В.С.* // ПМТФ. 1995. Т. 36. № 3. С. 38–44.
- [11] *Нигматуллин Р.И., Губайдуллин А.А., Ахметов А.Т.* и др. // ДАН. 1996. Т. 346. № 1. С. 46–50.
- [12] *Суров В.С.* // ЖТФ. 1998. Т. 68. Вып. 11. С. 12–19.

- [13] *Суров В.С.* // ЖТФ. 1999. Т. 69. Вып. 1. С. 42–48.
- [14] *Borisov A.A., Gelfand B.E.* et al. // Acta Astron. 1978. Vol. 5. N 4. P. 1027.
- [15] *Британ А.Б., Зиновик И.И., Левин В.А.* ФГВ. 1992. Т. 28. № 5. С. 108–116.
- [16] *Суров В.С.* // ТВТ. 1997. Т. 35. №. 1. С. 25–30.
- [17] *Суров В.С.* // Теплофизика и аэромеханика. 1997. Т. 4. №. 1. С. 101–110.
- [18] *Суров В.С.* // Математическое моделирование. 1998. Т. 10. №. 3. С. 29–38.