

01;05

Стационарные термомагнитные волны в сверхпроводниках

© Н.А. Тайланов, У.Т. Яхшиев

Национальный университет Узбекистана, Научно-исследовательский институт прикладной физики,
700174 Ташкент, Республика Узбекистан
e-mail: taylanov@iaph.silk.org

(Поступило в Редакцию 4 декабря 2000 г.)

Изучена качественная картина распространения нелинейной стационарной термомагнитной волны в сверхпроводнике при учете влияния внешнего магнитного поля. Оценены скорость движения и ширина фронта волны. Показано, что учет влияния внешнего магнитного поля почти не меняет профиль нелинейной термомагнитной волны.

Благодаря наличию значительных нелинейных эффектов, обусловленных джоулевым тепловыделением при диссипативном движении магнитного потока возникают различные режимы волновых процессов, описывающих динамику эволюции тепловых и электромагнитных возмущений в сверхпроводнике [1–3]. Одним из наблюдавшихся таких режимов является стационарное распространение нелинейной ударной термомагнитной волны в резистивном состоянии сверхпроводников. В [1] было показано, что в сочетании с дисперсионными и нелинейными эффектами диссипативные процессы приводят к формированию устойчивых образований — термоэлектрических \mathbf{E} и термомагнитных \mathbf{H} волн в зависимости от условий на поверхности сверхпроводника. При этом предполагалось, что критическая плотность тока j_c не зависит от локального значения внешнего магнитного поля \mathbf{H} (модель критического состояния Бина [4]). Однако в области достаточно сильных полей эта зависимость является весьма существенной (см., например, [5]) и должна сказаться на характере нелинейной термомагнитной волны.

В данной работе изучена структура ударной термомагнитной волны при учете произвольной зависимости плотности критического тока j_c от величины внешнего магнитного поля \mathbf{H} , оценены ее скорость и ширина фронта.

Динамика термомагнитных волн в сверхпроводнике, движущихся с постоянной скоростью v вдоль оси x в автономных переменных $\xi(x, t) = x - vt$ описывается нелинейным уравнением теплопроводности [1]

$$-\nu v \frac{dT}{d\xi} = \frac{d}{d\xi} \left[k \frac{dT}{d\xi} \right] + jE, \quad (1)$$

системой уравнений Максвелла

$$\frac{dE}{d\xi} = -\frac{4\pi v}{c^2} j, \quad E = \frac{v}{c} H \quad (2), (3)$$

и связанным с ними уравнением критического состояния

$$j = j_c(T, H) + j_r(E), \quad (4)$$

где ν и k — коэффициенты теплоемкости и теплопроводности, j_r — резистивный ток.

В приближении слабого разогрева $(T - T_0) \ll (T_c - T_0)$ для области вязкого течения потока $(E > E_f)$ (E_f — эффективное поле [5]) зависимость плотности резистивного тока j_r от вихревого электрического поля E линейна, т.е. $j_r \approx \sigma_f E$, σ_f — эффективная проводимость, T_0 и T_c — равновесная и критическая температура сверхпроводника. В области слабых полей $(E < E_f)$ зависимость $j_r(E)$ существенно нелинейна и она, по-видимому, обусловлена термоактивационным движением магнитного потока (крип-потока [5]).

В интервале между двумя критическими значениями магнитного поля $H_{c1} \ll H \ll H_{c2}$ зависимость критического тока j_c от T и H можно аппроксимировать в виде произведения двух функций, зависящих соответственно от T и H ,

$$j_c = j_c(T, H) = j_c(T) \Phi(H). \quad (5)$$

Здесь $j_c(T) = j_c(T_0) - a(T - T_0)$; $j_c(T_0) = j_0$ — равновесная плотность тока; a характеризует термическое ослабление пиннинга абрикосовских вихрей на дефектах кристаллической решетки; Φ — функция, вид которой будет определен ниже для разных значений внешнего поля H . Соответствующие тепловые и электродинамические граничные условия к уравнениям (1)–(5) имеют вид

$$\begin{aligned} T(\xi \rightarrow +\infty) = T_0, \quad \frac{dT}{d\xi}(x \rightarrow -\infty) = 0, \\ E(\xi \rightarrow +\infty) = 0, \quad E(\xi \rightarrow -\infty) = E_e, \end{aligned} \quad (6)$$

где E_e — постоянное внешнее электрическое поле.

Решая совместно системы уравнений (1)–(5) с учетом граничных условий (6), получим следующее уравнение для распределения E -волны:

$$\frac{d^2 E}{dz^2} + F\left(E, \frac{dE}{dz}\right) + \frac{dU}{dE} = 0, \quad (7)$$

где

$$F = \beta(1 + \tau) - \frac{c}{v\Phi} \frac{d\Phi}{dE} \left[\beta\tau \frac{j_r(E)}{\sigma_d} + \frac{dE}{dz} \right] \frac{dE}{dz}, \quad (8)$$

$$U = \beta^2 \tau \int_0^E \left[1 + \frac{j_0}{j_r} \Phi \right] \frac{j_r}{\sigma_d} - \frac{E^2}{2E_k} \Phi dE. \quad (9)$$

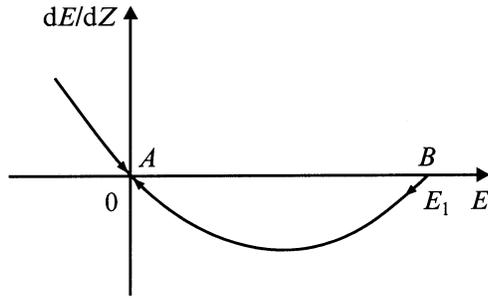
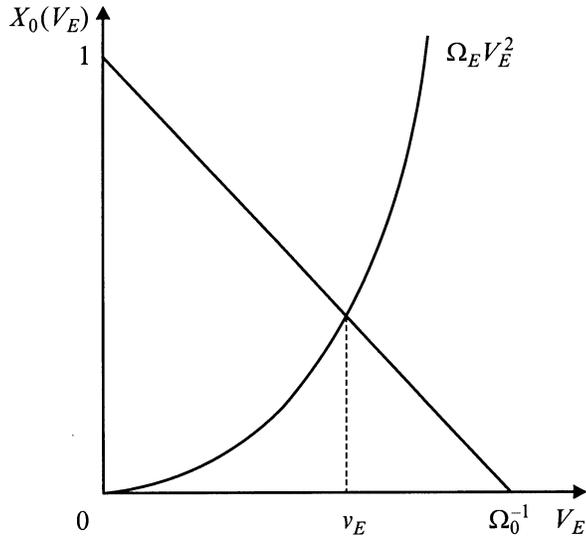


Рис. 1. Фазовый портрет уравнения (10).


 Рис. 2. Зависимость $X_0(V_E)$.

Здесь введены следующие параметры: $z = \xi/L$, $\beta = (vt_k)/L$, $\tau = (4\pi\sigma_f k)/c^2\nu$, $t_k = (\nu L^2)/k$, $E_k = k/(aL^2)$, $L = (cH_e)/(4\pi j_0)$ — глубина проникновения магнитного поля образца, σ_d — дифференциальная проводимость, H_e — внешнее магнитное поле.

Уравнения стационарных точек на фазовой плоскости $(E, dE/dz)$ представим в виде [6]

$$\beta^2 \tau \frac{j_r}{\sigma_d} \left[1 + \frac{j_0}{j_r} \Phi \right] - \frac{E^2}{2E_k} \Phi = 0. \quad (10)$$

В не слишком сильных полях, когда $H \ll H_{c2}$ для зависимости $\Phi(\frac{c}{v}E)$ можно выбрать модель Кима–Андерсона [7]. В данной ситуации уравнение (10) имеет два состояния равновесия: $E_0 = 0$ — устойчивый узел и $E = E_1$ — седло. Фазовый портрет соответствующий этим состояниям равновесия приведен на рис. 1. Сепаратриса AB , соединяющая эти две особые точки, соответствует решению типа “перепад” с амплитудой E_e .

С учетом граничных условий ($E = E_e$ при $z \rightarrow -\infty$) уравнение можно рассматривать как уравнение для определения скорости волны v_e

$$1 - \Omega_0 V_E = X_0(V_E) = \Omega_E V_E^2, \quad (11)$$

где введены параметры

$$\Omega_0 = 2\tau c \frac{t_k^2 E_k}{L^2 H_0} \left[1 - \frac{j_0}{\sigma_d E_e} \right], \quad \Omega_E = 2\tau \frac{t_k^2 E_k}{L^2 E_e}, \quad (12)$$

H_0 — некий постоянный параметр.

Общие точки графиков функции $X_0(V_E)$ и квадратной параболы $\Omega_E V_E^2$ дают нам необходимые значения скорости v_E

$$v_E = \frac{cE_e}{2H_0} \left[1 - \frac{j_0}{\sigma_d E_e} \right] \left[\left(1 + \frac{2L^2}{c^2 t_k^2} E_k \frac{H_0^2}{\tau E_e} \left[1 - \frac{j_0}{\sigma_d E_e} \right]^2 \right)^{1/2} - 1 \right]. \quad (13)$$

Соответствующий график приведен на рис. 2. Из физических соображений мы оставляем положительное значение v_E^+ . В предельном переходе $H_0 \rightarrow \infty$ (модель Бина [4]) скорость волны определяется выражением

$$v_E = \frac{L}{t_k} \left[\frac{E_e}{2\tau E_k} \right]^{1/2}. \quad (14)$$

В обратной ситуации, когда $H_0 \rightarrow 0$, величина скорости преимущественно мала и, кроме того, почти не зависит от амплитуды волны E_e

$$v_E \approx \frac{L^2}{ct_k^2} \frac{H_0^2}{2\tau E_k E_e} \left[1 - \frac{j_0}{\sigma_d E_e} \right]^{-1}. \quad (15)$$

При полях H , очень близких к H_{c2} , справедлива следующая зависимость:

$$v_E \approx c \frac{j_0 E_e}{j_1 H_{c2}} \left(\ln \frac{E_e}{E_0} \right)^{-1}. \quad (16)$$

Таким образом, из полученных результатов следует, что учет произвольной зависимости j_c от H почти не меняет профиль волны, коль скоро не меняется существенно образом топология фазового портрета. В заключение отметим, что приведенный здесь качественный анализ может быть пригоден при экспериментальном изучении динамики проникновения магнитного потока в сверхпроводник, находящийся во внешнем магнитном поле. Результаты работы могут быть также полезными при разработке конструктивных мер по защите сверхпроводящих устройств.

Список литературы

- [1] Максимов И.Л., Мастаков Ю.Н., Тайланов Н.А. // ФТТ. 1986. Т. 28. Вып. 8. С. 2323.
- [2] Тайланов Н.А., Кучкаров С. // ЖТФ. 1991. Т. 61. Вып. 7. С. 197.
- [3] Тайланов Н.А., Кучкаров С. // ФТТ. 1991. Т. 33. Вып. 6. С. 1873.
- [4] Bean C.P. // Phys. Rev. Lett. 1962. Vol. 8. N 6. P. 250.
- [5] Милиц Р.Г., Рахманов А.Л. Неустойчивости в сверхпроводниках. М.: Наука, 1984. 264 с.
- [6] Карпман В.И. Нелинейные волны в диспергирующих средах. М.: Наука, 1973. 175 с.
- [7] Anderson P.W., Kim Y.B. // Rev. Mod. Phys. 1964. Vol. 36. N 1. P. 36.