

01;05

Теория зуба текучести в малодислокационных кристаллах

© Б.В. Петухов

Институт кристаллографии РАН,
117333 Москва, Россия
e-mail: petukhov@ns.crys.ras.ru

(Поступило в Редакцию 18 января 2001 г.)

Рассчитан критерий существования зуба текучести на деформационных кривых исходно малодислокационных кристаллов. Предложена новая теория состояния деформируемого кристалла в районе нижнего предела текучести, радикально отличающаяся от известной теории Александра–Хаазена.

Введение

Пластическая деформация кристаллов с низкой начальной плотностью дислокаций, в первую очередь полупроводников, отличается специфически немонотонным поведением кинетических кривых при переходе к развитию пластическому течению. Наличие пика деформирующего напряжения (так называемого зуба текучести) может провоцировать хрупкое разрушение материала. Поэтому прогнозированию поведения таких материалов уделяется повышенное внимание.

Для описания начальной стадии пластической деформации были предложены модели упругопластического перехода, основанные на различных кинетических закономерностях дислокационного размножения. Широко используется линейный закон размножения [1,2]

$$\frac{d\rho}{dt} = A\rho\tau_e^n. \quad (1)$$

Здесь ρ — плотность дислокаций; τ_e — эффективные напряжения $\tau_e = \tau - \alpha\sqrt{\rho}$; τ — внешнее напряжение; α — коэффициент тейлоровского упрочнения; A — коэффициент пропорциональности, определяемый механизмом размножения дислокаций. Показатель степени n в (1) в модели [1] совпадает с показателем степени в зависимости скорости дислокаций V от напряжения $V = B\tau_e^m$ ($n = m$), в модели [2] отличается на единицу ($n = m + 1$). Согласно экспериментальным данным, для полупроводниковых кристаллов [3–8] B содержит аррениусовский фактор $B = V_0 \exp(-E/kT)$, причем для наиболее исследованного случая кремния $m \approx 1$ [6].

В дальнейшем речь будет идти о механических испытаниях образцов типа активного нагружения (при постоянной скорости деформации $\dot{\varepsilon} = \text{const}$). Расчет деформационных кривых, т.е. зависимости деформирующего напряжения от величины деформации ε (или времени t , $\varepsilon = \dot{\varepsilon}t$), с помощью уравнения (1) действительно дает при определенных условиях немонотонное поведение $\tau(\varepsilon)$ в области перехода от упругой к пластической ветвям кривых деформации, что качественно соответствует экспериментальным наблюдениям. Типичное поведение схематически приведено на рис. 1. После достижения максимума напряжения в конце участка, соответствующего упругой деформации

(верхнего предела текучести τ_u), при образовании достаточно большой плотности подвижных дислокаций начинается интенсивное пластическое течение и происходит частичная разгрузка (падение нагрузки до нижнего предела текучести τ_l). Затем деформирующее напряжение относительно медленно нарастает за счет упрочнения внутренними напряжениями, обусловленными полями народившихся дислокаций $\tau_l = \alpha\sqrt{\rho}$. Верхний и нижний пределы текучести являются характерными параметрами, удобными для измерения. Изучению их зависимостей от температуры T , скорости деформации $\dot{\varepsilon}$, исходной плотности дислокаций ρ_0 и т.п. уделяется большое внимание [2,5,9]. Теоретический расчет таких зависимостей может служить для идентификации механизмов пластического течения.

В недавнее время появились расчеты деформационных кривых весьма перспективным методом моделирования динамики дислокационных ансамблей на мезоскопическом уровне [10]. Тем не менее подход, основанный на феноменологическом уравнении (1), в силу своей наглядности не утратил своего значения. Тот факт, что относительно простые модели типа (1) качественно правильно передают многие черты пластической деформации реальных материалов (хотя и далеко не все), делает их широко распространенной основой интерпретации

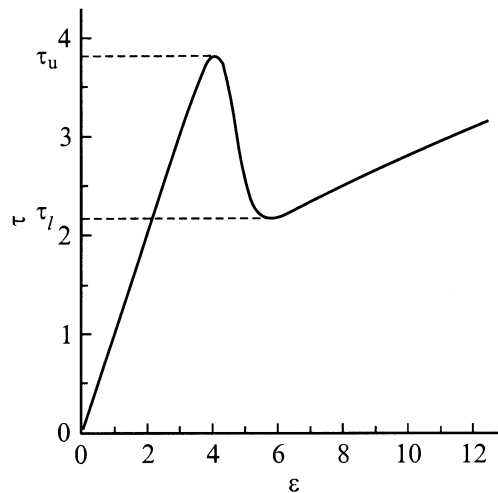


Рис. 1. Типичная кривая, представляющая изменение величины напряжения с изменением деформации.

экспериментальных данных на протяжении сорока лет. Однако достаточно полного расчета поведения деформационных кривых в окрестности зуба текучести при изменении всего набора параметров в рамках этих моделей до настоящего времени не существует. Имеющиеся численные расчеты [1,11] чрезвычайно полезны, но в принципе не могут в полной мере справиться с этой задачей. Цель данной работы заключается в том, чтобы восполнить этот пробел рядом новых результатов аналитического решения описанного класса моделей. Из имеющихся результатов отметим ставший классическим расчет Александра–Хаазена [2] верхнего предела текучести в пренебрежении влиянием упрочнения и их же описание нижнего предела текучести. Как будет показано ниже, результат Александра и Хаазена, касающийся нижнего предела текучести, верен лишь в ограниченной области низкой величины упрочнения, что, в частности, не позволяет решить вопрос об условиях самого существования зуба текучести. В настоящей работе такие условия будут определены.

Основное внимание будет уделено простейшему варианту $n = m = 1$ модели дислокационного размножения Джонстона–Гилмана [1], который, согласно [5], лучше всего описывает экспериментальные данные для кремния. Затем метод обобщается на модели с произвольными n и m , а качественные выводы из настоящего исследования справедливы и в более общем случае.

Масштабный анализ модели

Будем исходить из уравнения (1), описывающего кинетику изменения плотности дислокаций ρ , и соотношения, выражающего полную скорость деформации $\dot{\epsilon}$ как сумму упругого и пластического вкладов,

$$\frac{1}{S} \frac{d\tau}{dt} = \dot{\epsilon} - \rho bV. \quad (2)$$

Здесь S — комбинированный упругий модель образца и испытательной машины, b — величина вектора Бюргера дислокаций. Введем также коэффициент размножения дислокаций w , связанный с коэффициентом A , в (1) соотношением $A = wB$. Для упрощения последующих формул перейдем к безразмерным переменным, выделив зависимость от большинства параметров в виде масштабных множителей. Для этого будем измерять напряжение в единицах τ_1 , плотность дислокаций — в единицах ρ_1 , время — в единицах t_1 , упрочнение — в единицах a

$$\begin{aligned} \tau_1 &= \left(\frac{\dot{\epsilon} S}{wB} \right)^{1/(n+1)}, \\ \rho_1 &= \frac{1}{b} \left(\frac{w}{B} \right)^{m/(n+1)} \left(\frac{\dot{\epsilon}}{B} \right)^{(n-m+1)/(m+1)}, \\ t_1 &= (wB)^{-1/(n+1)} (\dot{\epsilon} S)^{-n/(n+1)}, \\ a &= \frac{a}{\sqrt{b}} \left(\frac{B}{\dot{\epsilon}} \right)^{(m+1-n)/(2(n+1))} \left(\frac{w}{S} \right)^{(m+2)/(2(n+1))}. \end{aligned}$$

Чтобы не загромождать формул, для безразмерных переменных, которые только и фигурируют в дальнейшем, будут использоваться прежние обозначения. Уравнения примут вид

$$\dot{\rho} = \rho (\tau - a\sqrt{\rho})^n, \quad (3)$$

$$\dot{\tau} = 1 - \rho (\tau - a\sqrt{\rho})^m. \quad (4)$$

Произведенное масштабное преобразование экономным образом дает первое приближенное представление о зависимости характеристик пластического течения от большинства параметров, так как их число сократилось в задаче всего до двух: a и безразмерная начальная плотность дислокаций ρ_0 . К тому же, как будет видно из дальнейшего, зависимость многих величин, например верхнего предела текучести, от оставшихся параметров a и ρ_0 является весьма слабой (логарифмической). Таким образом, возможность выделить явно масштабные факторы сама по себе уже объясняет многие особенности кинетики деформации, например сходную температурную зависимость τ_u и τ_l , определяемую содержащимся в τ_1 аррениусовским фактором B , а также зависимость от скорости деформирования $\dot{\epsilon}$,

$$\tau_u \sim \tau_l \sim \dot{\epsilon}^{\frac{1}{n+1}} \exp\left(-\frac{E}{kT(n+1)}\right).$$

Приступим теперь к исследованию предсказываемой уравнениями (3), (4) кинетики деформации, начав с наиболее простого, но иллюстрирующего основные черты общего поведения случая.

$m = n = 1$. Низкое упрочнение

Как уже отмечалось, экспериментальные данные [3–6] свидетельствуют о том, что для наиболее исследованного материала — кремния зависимости скорости движения дислокаций и кинетики их размножения от напряжения близки к линейной. Поэтому случай $m = n = 1$ заслуживает отдельного изучения. Масштабные факторы даются при этом выражениями

$$\tau_1 = \sqrt{\frac{S\dot{\epsilon}}{wB}}, \quad t_1 = \frac{1}{\sqrt{Sw\dot{\epsilon}B}}, \quad \rho_1 = \frac{1}{b} \sqrt{\frac{w\dot{\epsilon}}{SB}},$$

$$a = \frac{a}{\sqrt{b}} \left(\frac{B}{\dot{\epsilon}} \right)^{1/4} \left(\frac{w}{S} \right)^{3/4}.$$

Преобразуем для этого случая систему уравнений (3), (4) к одному замкнутому уравнению. Для этого, складывая уравнения друг с другом, приходим к соотношению $\dot{\tau} + \dot{\rho} = 1$, из которого следует после интегрирования по времени $\tau = t - \rho + \rho_0$. Подставляя это соотношение в (3), приходим к уравнению с исключенным τ

$$\dot{\rho} = \rho (t - \rho + \rho_0 - a\sqrt{\rho}). \quad (5)$$

Для начала исследуем область малого упрочнения. При $a = 0$ уравнение (5) принимает вид

$$\dot{\rho} = \rho(t - \rho + \rho_0). \quad (6)$$

Его решение есть

$$\rho(t) = \frac{\rho_0 \exp\left(\frac{1}{2}t^2 + \rho_0 t\right)}{1 + \rho_0 J(t)}, \quad (7)$$

где

$$J(t) = \int_0^t \exp\left(\frac{1}{2}t'^2 + \rho_0 t'\right) dt'.$$

В исходно малодислокационных кристаллах начальная плотность дислокаций мала $\rho_0 \ll 1$. В этом случае вкладом $\rho_0 t$ в экспонентах в (7) можно пренебречь. Учитывая, что отклонение знаменателя в (7) от единицы в силу малости ρ_0 может стать заметным лишь при больших $t \gg 1$, будем использовать для интеграла $J(t)$ асимптотическое выражение $J(t) \approx \exp(t^2/2)(1 + 1/t^2)/t$.

Вследствие резкого поведения экспоненциального множителя $\exp(t^2/2)$ при $t \gg 1$, меняющегося в e раз при изменении t на малую величину $\delta t = 1/t \ll 1$, знаменатель в (7) меняется от значений, близких к единице, до большой величины в узком интервале времен вблизи $t = t_0$, определяемом условием $\rho_0 J(t_0) = 1$. В результате в поведении $\rho(t)$ имеется резкий переход от

$$\rho(t) \approx \rho_0 \exp(t^2/2), \quad t < t_0 \quad (8)$$

к

$$\rho(t) \approx t(1 - 1/t^2), \quad t > t_0. \quad (9)$$

Изменение характера решения при $t > t_0$ может быть качественно объяснено асимптотическими выходами при больших t на квазистационарное поведение, когда производная по времени в уравнении (6) мала и в главном порядке $\rho \approx t$, а в следующем порядке $\rho \approx t - \dot{\rho}/\rho \approx t - 1/t$ в соответствии с (9). Нетривиальным моментом является лишь то обстоятельство, что ширина переходной области составляет малую величину порядка $1/t_0 \ll 1$, так что этот переход в первом приближении может рассматриваться как излом кинетических закономерностей, происходящий в точке $t = t_0$.

Зависимость напряжения от времени $\tau(t) = t - \rho(t)$ имеет вид кривой с максимумом и последующим монотонным спаданием $\tau(t)$. Окрестность максимума вплоть до $t = t_0$ будет называться областью зуба текучести. За ее пределами напряжение спадает более плавно $\tau(t) \approx 1/t$. В области зуба текучести поведение напряжения может быть приближенно описано с использованием выражения (8) для $\rho(t)$

$$\tau(t) \approx t - \rho_0 \exp(t^2/2). \quad (10)$$

Положение максимума t_u определяется из уравнения

$$\dot{\tau} \approx 1 - t_u \rho_0 \exp(t_u^2/2) = 0. \quad (11)$$

При $\ln(1/\rho_0) \gg 1$ уравнение (11) может быть решено итерациями с любой требуемой точностью. Ограничиваясь второй итерацией, получаем

$$t_u \approx \left[2 \ln \left(\frac{1}{\rho_0 \sqrt{2 \ln(1/\rho_0)}} \right) \right]^{1/2}. \quad (12)$$

Подстановка t_u в (10) дает величину верхнего предела текучести

$$\tau_u = t_u - 1/\tau_u \approx \sqrt{2 \ln(1/\rho_0)} - \frac{\ln \sqrt{2 \ln(1/\rho_0)} + 1}{\sqrt{2 \ln(1/\rho_0)}}. \quad (13)$$

Проследим, как меняются результаты при наличии упрочнения. Пока коэффициент упрочнения мал, заметно меняется поведение лишь при относительно больших $t > t_0$ в области квазистационарного поведения. В уравнении (5), переписанном в виде

$$t = \rho + a\sqrt{\rho} + \dot{\rho}/\rho, \quad (14)$$

два последних слагаемых малы и в них может быть подставлено решение нулевого приближения $\rho \approx t$. Получаем тогда $\rho \approx t - a\sqrt{t} - 1/t$ и

$$\tau = t - \rho \approx a\sqrt{t} + 1/t. \quad (15)$$

В отличие от случая нулевого упрочнения зависимость (15) представляет собой кривую с минимумом, возрастающую при $t \rightarrow \infty$. Минимум находится при $t = t_l = (2/a)^{2/3}$ и отвечает $\tau_l = 3(a/2)^{2/3}$. Это есть решение для нижнего предела текучести, аналогичное полученному Александером и Хаазеном [2]. Его характерной особенностью является независимость τ_l от начальной плотности дислокаций ρ_0 . Обсуждению свойств нижнего предела текучести уделяется большое внимание (см., например, [5,11]). Однако условия применимости решения Александера–Хаазена исследовались недостаточно.

Из вывода решения очевидно, что оно может быть справедливо лишь при условии, что минимум находится в квазистационарной области $t_l > t_0$, т.е. при $a < 2/t_0^{3/2} \ll 1$. При более высоких значениях коэффициента упрочнения подход Александера–Хаазена неприменим и описание нижнего предела текучести должно быть пересмотрено.

Граница перехода к квазистационарному участку также, хотя и слабо, зависит от a и в дальнейшем вместо t_0 будет обозначаться t_a . Будем исходить из того обстоятельства, что лишь квазистационарный участок деформационной кривой при $t > t_a$ столь сильно искажается под действием упрочнения. Влияние упрочнения на вид деформационной кривой при $t < t_a$, и в том числе на форму зуба текучести, значительно слабее и становится существенным при гораздо более высоких значениях a (см. ниже; в частности, это проявляется и в слабой зависимости τ_u от a). Поэтому монотонность спада $\tau(t)$ между t_u и t_a сохраняется, в то время как

при $a > 2/t_0^{3/2}$ в области $t > t_a$ имеет место монотонный рост и, следовательно, минимум деформационной кривой находится вблизи $t \approx t_a$.

Итак, положение минимума деформационной кривой определяется границей перехода к квазистационарному режиму деформирования. Учитывая в уравнении (14) слагаемое с $\dot{\rho}$ по теории возмущений, получаем приближенный закон изменения со временем плотности дислокаций в квазистационарном режиме

$$\rho(t) \approx \left(\sqrt{t + a^2/4} - a/2\right)^2 - \frac{1}{t + a^2/4}. \quad (16)$$

Граница перехода t_a может быть приближенно найдена как точка пересечения зависимостей ρ от времени (8) и (16)

$$\rho_0 \exp(t^2/2) \approx \left(\sqrt{t + a^2/4} - a/2\right)^2 - \frac{1}{t + a^2/4}. \quad (17)$$

При переходе от решения Александра–Хаазена $t_l = (2/a)^{2/3}$ к $t_l \approx t_a$, определяемому уравнением (17), зависимость положения минимума от величины коэффициента упрочнения a значительно ослабляется. Итак, при значениях коэффициента упрочнения $a > 2t_0^{-3/2}$ величина нижнего предела текучести оценивается путем подстановки в $\tau(t)$ минимального для квазистационарной области значения $t = t_a$ как

$$\tau_l \approx t_a - \left(\sqrt{t_a + a^2/4} - a/2\right)^2 + \frac{1}{t_a + a^2/4}. \quad (18)$$

Так как t_a зависит от ρ_0 , величина нижнего предела текучести (18) также зависит от начальной плотности дислокаций, отличаясь качественно от решения, полученного Александром и Хаазеном [2]. Для иллюстрации на рис. 2 представлена зависимость t_l от a , найденная численным решением уравнения (5). Видно, что граница зуба текучести t_a является как бы барьером для уменьшения t_l в широком интервале значений a .

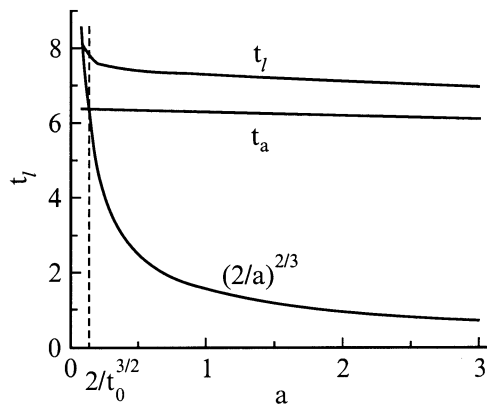


Рис. 2. Зависимость положения нижнего предела текучести от коэффициента упрочнения для начальной плотности дислокаций $\rho_0 = 10^{-8}$. Показаны также решение Александра–Хаазена $t_l = (2/a)^{2/3}$ и положение границы зуба текучести t_a .

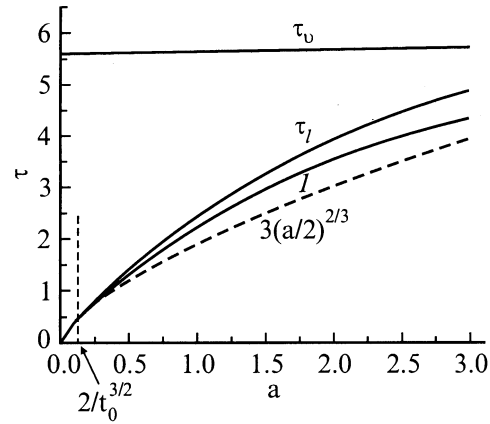


Рис. 3. Зависимость верхнего и нижнего пределов текучести от коэффициента упрочнения. $\rho_0 = 10^{-8}$. Показаны также решение Александра–Хаазена $\tau_l = (2/a)^{2/3}$ и приближение (18).

В результате в этом интервале положение минимума близко к t_a и, следовательно, t_a действительно является неплохой аппроксимацией положения минимума.

На рис. 3 показана зависимость верхнего и нижнего пределов текучести τ_u и τ_l от a , найденная численным решением уравнения (5). Нетрудно видеть, что вне сравнительно узкого интервала применимости зависимости Александра–Хаазена решение (18) (кривая I) является лучшим приближением величины нижнего предела текучести. Отметим также упоминавшуюся раньше слабую зависимость от a верхнего предела текучести τ_u .

$m = n = 1$. Критерий существования зуба текучести

При увеличении a точки максимума t_u и минимума t_l сближаются, а высота зуба текучести $\tau_u - \tau_l$, как видно из рис. 3, уменьшается. При некоторой критической величине $a = a_c$ максимум и минимум сливаются и деформационная кривая становится монотонной. Таким образом, условием существования зуба текучести является $a < a_c$. Рассчитаем величину a_c . Для этого будем исходить из приближенного варианта уравнения (5), в котором слагаемое $a\sqrt{\rho}$ преобладает $\dot{\rho} = \rho(t - a\sqrt{\rho})$. Его решение имеет вид

$$\rho = \frac{\rho_0 \exp(t^2/2)}{\left[1 + \frac{a}{2}\sqrt{\rho_0} J_a(t)\right]^2}, \quad (19)$$

где

$$J_a(t) = \int_0^t \exp(t'^2/4) dt' \approx \exp(t^2/4) \frac{2}{t} \left(1 + \frac{2}{t^2}\right).$$

Из этого решения видно, в частности, что подобно тому, что имело место в случае низкого упрочнения, характер временной зависимости резко меняется в окрестности точки t_a , определяемой условием

$(a/2)\sqrt{\rho_0}J_a(t_a) = 1$. При $t < t_a$ $\rho(t) \approx \rho_0 \exp(t^2/2)$, как и прежде (в случае $a = 0$), и практически не зависит от величины упрочнения. При $t > t_a$ $\rho(t) \approx (t^2 - 4)/a^2$, что согласуется с (16) для рассматриваемого предела $1 \ll t \ll a^2$. Таким образом, пока максимум деформационной кривой находится в области $t_u < t_a$, его положение и высота слабо искажаются упрочнением. Однако с увеличением a граница квазистационарного режима приближается к t_u , что может привести к исчезновению максимума. Исследуем, как это происходит.

Обратимся к уравнению на экстремумы $\tau(t)$ $\dot{\tau} = 1 - \rho(t - \rho - a\sqrt{\rho}) = 0$, которое означает также, что в точках экстремумов $\dot{\rho} = 1$. Перепишем его в виде

$$t = \rho(t) + a\sqrt{\rho(t)} + 1/\rho(t). \quad (20)$$

При $a < a_c$ существуют две точки пересечения линий, представляющих левую и правую части уравнения, отвечающие точкам максимума t_u и минимума t_l деформационных кривых. При увеличении a t_u и t_l сближаются и сливаются, когда линия t превращается в касательную к зависимости от t , соответствующей правой части (20). Таким образом, критическим условием является равенство производных левой и правой частей уравнения (20)

$$1 = \left(1 + \frac{a}{2\sqrt{\rho}} - \frac{1}{\rho^2}\right) \frac{d\rho}{dt} = 1 + \frac{a}{2\sqrt{\rho}} - \frac{1}{\rho^2}. \quad (21)$$

Здесь учтено, что в точках экстремумов $\dot{\rho} = 1$. Выражая из (21) ρ_c через a_c , $\rho_c = (2/a_c)^{2/3}$, находим затем из уравнения (20), что $t_c = 3(a_c/2)^{2/3} + (2/a_c)^{2/3}$. Подставляя эти значения в выражение для $\rho(t)$ (19), получаем критическое условие в виде

$$\ln(1/\rho_{0c}) \approx \frac{9}{2} \left(\frac{a_c}{2}\right)^{4/3} + \frac{2}{3} \ln(a_c/54) + 3. \quad (22)$$

На рис. 4 показано соответствие этой формулы численному решению задачи. Из рисунка видно также, что чем меньше начальная плотность дислокаций, тем шире область существования зуба текучести. Чтобы

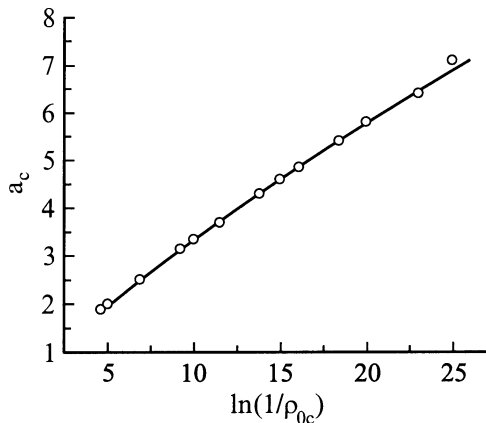


Рис. 4. Граница существования зуба текучести $a_c(\rho_0)$ (22). \circ — результат численного решения.

проследить зависимость от других параметров, следует вернуться к размерным переменным и записать критическое условие в виде

$$\frac{\alpha}{\sqrt{b}} \left(\frac{w}{S}\right)^{3/4} \left(\frac{B}{\dot{\epsilon}}\right)^{1/4} < a_c.$$

Пренебрегая логарифмической зависимостью, обусловленной содержащейся в ρ_0 нормировочном множителем ρ_1 , можно сделать вывод, что уменьшение температуры и увеличение скорости деформирования $\dot{\epsilon}$ благоприятствуют появлению зуба текучести.

Обобщение

Основные качественные особенности деформационных кривых сохраняются и в более общем случае произвольных m и n . Перечислим их бегло, ввиду полной аналогии с детально разобранным случаем $m = n = 1$. Что описать окрестность верхнего предела текучести, достаточно вычислить первую поправку к упругому поведению. В нулевом приближении $\rho \approx 0$, $\tau \approx \tau_e \approx t$. В следующем приближении

$$\rho \approx \rho_0 \exp(t^{n+1}/(n+1)), \quad (23)$$

$$\tau \approx t - \rho_0 t^{m-n} \exp(t^{n+1}/(n+1)). \quad (24)$$

Положения экстремумов находятся из уравнения $\dot{\tau} = 0$, т.е.

$$\tau = a\sqrt{\rho} + 1/\rho^{1/m}. \quad (25)$$

При малом упрочнении максимум деформационной кривой находится в области низкой плотности дислокаций, в уравнении (25) слагаемым $a\sqrt{\rho}$ можно пренебречь, τ заменить на t , а для $\rho(t)$ использовать выражение (23). В результате уравнение (25) сведется к

$$\rho_0 \exp(t_u^{n+1}/(n+1)) \approx 1/t_u^m. \quad (26)$$

Решая это уравнение итерациями, подставим в правую часть $t_u = 1$ и найдем первое приближение $t_1 = [(n+1) \ln(1/\rho_0)]^{1/(n+1)}$. Подставляя затем в правую часть (26) $t_u = t_1$, получаем следующее приближение, которым и ограничимся: $t_u \approx t_1 [1 - m(n+1)/t_1^{n+1}]^{1/(n+1)}$. Подстановка этого решения в (25) определяет затем величину верхнего предела текучести

$$\tau_u = t_u - t_u^{m-n} \rho(t_u) \approx t_u - 1/t_u^n \approx t_1 - [m \ln(t_1) + 1]/t_1^n. \quad (27)$$

Нетрудно получить и обобщенный критерий существования зуба текучести. Для этого будем решать уравнение на экстремумы $\tau = a\sqrt{\rho} + 1/\rho^{1/m}$ совместно с условием бифуркации, обобщающим (21),

$$\dot{\tau} = 0 = \frac{a}{2\sqrt{\rho}} - \frac{1}{m\rho^{\frac{m+1}{m}}}.$$

Находим отсюда

$$\rho_c = \left(\frac{2}{a_c m}\right)^{\frac{2m}{m+2}}, \quad \tau_c \approx t_c \approx \frac{m+2}{m} \left(\frac{a_c m}{2}\right)^{\frac{2}{m+2}}. \quad (28)$$

Для получения критерия в главном логарифмическом приближении, т.е. с точностью до численных слагаемых порядка единицы, малых по сравнению с основными вкладками, достаточно использовать для зависимости ρ от времени приближенное итерационное выражение (23), в которое следует подставить значения (28). Имеем в итоге

$$\ln(1/\rho_{0c}) \approx \frac{1}{n+1} \left(\frac{m+2}{m}\right)^{n+1} \left(\frac{a_c m}{2}\right)^{\frac{2(n+1)}{m+2}} + \frac{2m}{m+2} \ln\left(\frac{a_c m}{2}\right). \quad (29)$$

В дополнение к зависимости a_c от ρ_0 эта формула выражает также зависимость критерия существования зуба текучести от показателей m и n , характеризующих чувствительности скорости дислокаций и кинетики их размножения к напряжению.

Заключение

Отметим некоторые качественные выводы из проведенного исследования, общие для всех моделей такого типа.

1. В исходно малодислокационных кристаллах ширина области перехода к квазистационарному поведению деформационных кривых мала, смена режимов происходит резко, так что в некотором приближении можно говорить о "точке" перехода t_0 или t_a . Эта точка является столь же важной характеристикой кинетики деформации, как и верхний и нижний пределы текучести.

2. При некотором критическом значении коэффициента упрочнения $a = a_c$ максимум и минимум на деформационной кривой сливаются и исчезают, деформационная кривая становится монотонной. Величина a_c тем больше, чем меньше начальная плотность дислокаций.

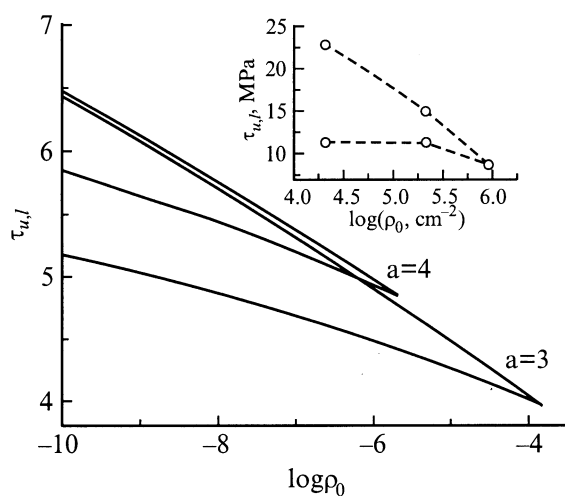


Рис. 5. Зависимости верхнего и нижнего пределов текучести от начальной плотности дислокаций. Коэффициент упрочнения $a = 3$ и 4 . На вставке — экспериментальные зависимости для кремния по данным [12] ($T = 800^\circ\text{C}$, $\dot{\epsilon} = 1.2 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$).

В эксперименте может быть более удобным изменять начальную плотность дислокаций ρ_0 при фиксированных прочих параметрах. Зуб текучести уменьшается с увеличением ρ_0 и исчезает при превышении некоторого критического значения ρ_{0c} . Качественное соответствие поведения, предписываемого рассматриваемой моделью, экспериментальным данным для кремния [12] проиллюстрировано на рис. 5.

3. Квазистационарный участок деформационной кривой не зависит от начальной плотности дислокаций ρ_0 . Если нижний предел текучести попадает в этот участок, то он также не зависит от ρ_0 . Однако это может иметь место лишь в ограниченном интервале значений коэффициента упрочнения, при большей его величине нижний предел текучести находится вблизи t_a — точки выхода на квазистационарный режим деформирования и его величина зависит от начальной плотности дислокаций. Такие условия заведомо выполняются вблизи границы существования зуба текучести, когда минимум деформационной кривой попадает в окрестность зуба текучести. Это подтверждается экспериментальными данными для кремния [12], приведенными на рис. 5, показывающими наличие зависимости τ_l от ρ_0 вблизи точки слияния τ_u и τ_l .

Сдвиг положения нижнего предела текучести в сторону больших времен и, следовательно, больших значений плотности дислокаций может также объяснять наблюдаемое в эксперименте [12] значительное превышение величины внутренних напряжений над эффективными в области нижнего предела текучести по сравнению с предсказываемым теорией Александера–Хаазена [2] соотношением $\tau_l = 2\tau_e/m$.

Список литературы

- [1] Johnston W.G., Gilman J.J. // J. Appl. Phys. 1959. Vol. 30. N 2. P. 129–144.
- [2] Alexander H., Haasen P. // Sol. St. Phys. 1968. Vol. 22. P. 22–158.
- [3] Никитенко В.И. // Динамика дислокаций. Киев: Наукова думка, 1975. С. 7–26.
- [4] George A., Rabier J. // Rev. Phys. Appl. 1987. Vol. 22. N 9. P. 941–966.
- [5] Alexander H. // Dislocations in Solids / Ed. F.R.N. Nabarro. Amsterdam; Oxford; New York; Tokyo: North Holland, 1986. Vol. 7. Ch. 35. P. 113–234.
- [6] Sumino K., Imai M. // Phil. Mag. 1983. Vol. A47. N 5. P. 753–766.
- [7] Иунин Ю.Л., Никитенко В.И., Орлов В.И., Фарбер Б.Я. // ФТТ. 1991. Т. 33. Вып. 4. С. 1262–1270.
- [8] Suzuki T., Koizumi H., Kirchner H.O.K. // Phil. Mag. A. 1995. Vol. 71. N 2. P. 389–397.
- [9] Rabier J., George A. // Rev. Phys. Appl. 1987. Vol. 22. N 11. P. 1327–1351.
- [10] Noulin A., Condat M., Kubin L.P. // Acta Mater. 1999. Vol. 47. N 10. P. 2879–2888.
- [11] Suezawa M., Sumino K., Yonenaga I. // Phys. Stat. Sol. (a). 1979. Vol. 51. N 1. P. 217–226.
- [12] Yonenaga I., Sumino K. // Phys. St. Sol. (a). 1978. Vol. 50. N 2. P. 685–693.