

01;07;09

Методы расчета спектральных свойств многослойных анизотропных структур на основе скрещенных решеток-поляризаторов

© А.В. Аржанников, С.А. Кузнецов

Институт ядерной физики СО РАН,
630090 Новосибирск, Россия
e-mail: sakuzn@inp.nsk.su

(Поступило в Редакцию 27 февраля 2001 г.)

Описаны методы расчета спектральных свойств многослойных анизотропных структур, образованных плоскопараллельными решетками-поляризаторами из линейных проводников, для случая произвольного направления проводников в соседних решетках. Методы используют математические подходы, применяемые в интерференционной оптике многослойных изотропных структур.

Введение

Как известно, в оптических интерферометрах Фабри–Перо используются полупрозрачные зеркала, изготавливаемые на основе сплошных металлических пленок. При работе в длинноволновом диапазоне, включающем миллиметровые и субмиллиметровые волны, применение в многолучевых интерферометрах и интерференционных фильтрах отражателей из сплошных пленок оказывается невозможным по причине высокого коэффициента поглощения электромагнитной волны в скин-слое пленки [1]. Для минимизации коэффициента поглощения в качестве отражателей интерферометров типа Фабри–Перо в СВЧ диапазоне принято использовать периодические решетки¹ из линейных проводников [2–7]. Такие решетки эксплуатируются, как правило, в условиях длинноволнового приближения, когда период расположения проводников l много меньше длины волны λ падающего излучения. При условии $l/\lambda \ll 1$ решетка является эффективным поляризатором излучения, поскольку она хорошо отражает волну E -типа и практически полностью пропускает H -волну.² Микроволновые интерферометры Фабри–Перо высокого спектрального разрешения работают в режиме, когда падающая на интерферометр электромагнитная волна является волной E -типа для обеих решеток.

Использование решеток-поляризаторов с одинаковой ориентацией проводников составляет неотъемлемое свойство традиционных многоуровневых интерферометров СВЧ диапазона. В общей теории дифракции волн на многослойных решетках [8,9] также исследуются только системы одинаково ориентированных решеток. С другой стороны, представляет интерес рассмотрение таких многослойных интерференционных структур (систем), в которых проводники в соседних решетках

ориентированы под некоторыми ненулевыми углами по отношению друг к другу. Общий вид такой структуры из N плоскопараллельных решеток показан на рис. 1. Преимущество использования решеток с непараллельной (скрещенной) ориентацией проводников состоит в возможности плавного варьирования спектральных свойств такой многослойной структуры за счет изменения углов скрещенности решеток без замены последних.

В настоящей работе мы изложим два достаточно общих метода расчета спектральных свойств многослойных анизотропных структур на основе скрещенных решеток, которые эксплуатируются в условиях длинноволнового приближения. Рассмотрение проводится на примере случая нормального падения излучения.

Постановка задачи и предварительные замечания

Рассмотрим общий случай многослойной анизотропной структуры, состоящей из N произвольно скрещенных решеток из линейных проводников, плоскости которых параллельны друг другу (рис. 1). Для простоты будем полагать, что решетки находятся в одной изотропной среде с единичным показателем преломления. Пронумеруем решетки последовательно от 1 до N слева направо. Введем декартову систему координат XYZ , плоскость XOY которой совпадает с поверхностью решетки 1, а ось OZ направлена в сторону возрастания их порядкового номера. Обозначим через $\alpha_n \in [0, \pi]$ отсчитываемый против часовой стрелки угол между осью OX и направлением образующих проводников n -й решетки, а через d_n — расстояние между решетками под номерами n и $n + 1$ (в последнем случае индекс n пробегает значения от 1 до $N - 1$). Обозначим далее через τ_n^E, τ_n^H (ρ_n^E, ρ_n^H) амплитудные коэффициенты пропускания (отражения) соответственно E - и H -неполяризованных волн для n -й решетки. При работе последней в длинноволновом пределе указанные коэффициенты представляют собой амплитуды основных незатухающих гармоник бесконечного дифракционного спектра решетки, при этом между

¹ Совместно с термином "решетка" используется также термин "одномерная сетка", что обусловлено технологией изготовления решеток.

² Согласно принятой терминологии, падающая на решетку волна называется E -поляризованной, если вектор ее электрического поля параллелен проводникам, и H -поляризованной, если вектор магнитного поля волны параллелен проводникам.

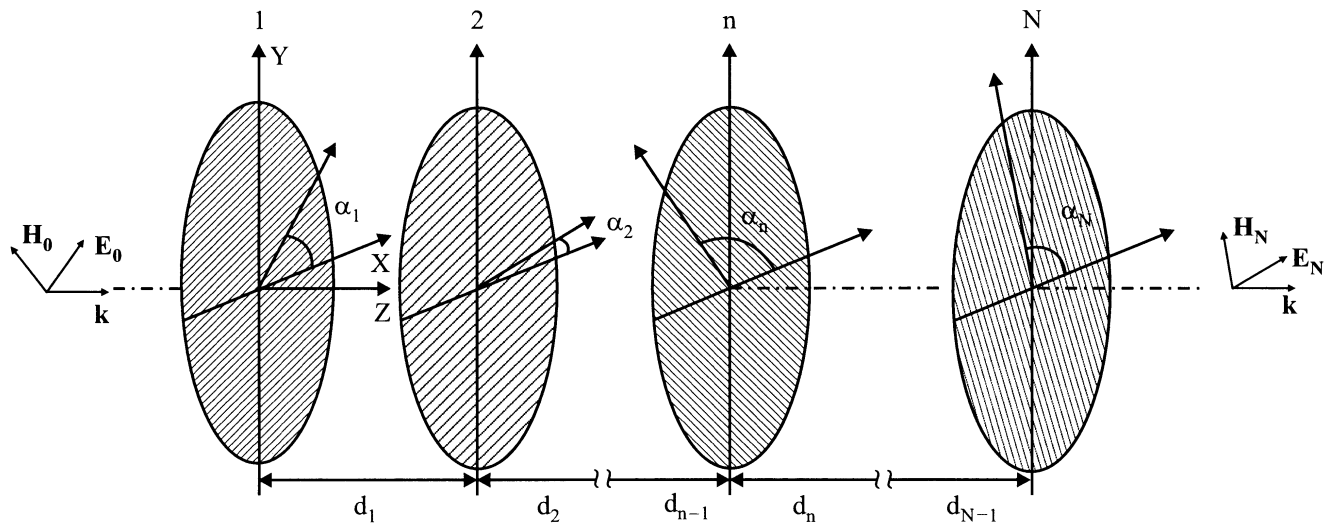


Рис. 1. Многослойная структура на основе N произвольно скрещенных решеток.

коэффициентами пропускания и отражения существует связь $\tau_n^E = 1 + \rho_n^E$, $\tau_n^H = 1 + \rho_n^H$. В дальнейшем мы не будем конкретизировать геометрию и поперечные размеры проводников решетки, от которых (при фиксированной длине волны излучения) зависит явный вид введенных коэффициентов [7–10], а рассмотрим задачу в общем виде.

Пусть на рассматриваемую многослойную структуру слева (из области $Z < 0$) по нормали к поверхности решеток падает плоская монохроматическая линейно поляризованная электромагнитная волна, амплитуда электрического поля \mathbf{E}_0 которой имеет в общем случае ненулевые x - и y -компоненты, а волновой вектор равен \mathbf{k} . Для пренебрежения дифракционными эффектами будем считать, что апертура решеток, а также ширина фронта падающего излучения много больше длины волны λ . Требуется найти амплитуду поля \mathbf{E}_n волны, прошедшей сквозь рассматриваемую многослойную структуру.

Ниже мы рассмотрим два независимых, но физически эквивалентных метода расчета. В первую очередь будет рассмотрен метод прямого суммирования многократных отражений, включающий на случай рассматриваемых анизотропных структур метод рекуррентных формул Власова [11–13]. Далее мы рассмотрим метод граничных условий для интерферирующих полей, обобщающий (прямые) матричные методы расчета многослойных изотропных покрытий [11–13].

Прежде чем приступить к описанию указанных методов, отметим, что при расчете многослойных изотропных структур падающая под произвольным углом на структуру волна всегда представляется в виде суперпозиции ортогональных друг другу TE - и TM -компонент (или по другой терминологии s - и p -поляризаций), которые интерферируют независимо. Возможность независимого рассмотрения интерференции TE - и TM -по-

ляризованных волн составляет неотъемлемое свойство изотропных сред. Данное утверждение в терминах E - и H -поляризованных компонент относится, очевидно, и к многослойным анизотропным структурам на основе одинаково ориентированных решеток. Однако произвольно ориентированная решетка-поляризатор характеризуется матрицами пропускания и отражения (называемыми матрицами Джонса [14]) в общем случае недиагонального вида.

Для выбранной выше системы координат XYZ явные выражения для матриц Джонса n -й решетки, входящей в рассматриваемую нами N -решеточную структуру, получаются следующим образом. Сначала решетка рассматривается в новой системе координат $X'Y'Z'$, которая образована из исходной XYZ путем ее поворота вокруг оси OZ на угол α_n , так что в системе координат $X'Y'Z'$ проводники оказываются направленными вдоль оси OX' . В полученной системе координат матрицы Джонса решетки имеют вид

$$\mathcal{J}'_N = \begin{pmatrix} \tau_n^E & 0 \\ 0 & \tau_n^H \end{pmatrix} - \text{матрица пропускания,}$$

$$\mathcal{R}'_N = \begin{pmatrix} \rho_n^E & 0 \\ 0 & \rho_n^H \end{pmatrix} - \text{матрица отражения.}$$

Учитывая далее, что при повороте системы координат матрицы Джонса преобразуются по закону

$$\mathcal{J}'_n = P_n^{-1} \mathcal{J}'_n P_n, \quad \mathcal{R}'_n = P_n^{-1} \mathcal{R}'_n P_n,$$

где

$$P_n = \begin{pmatrix} \cos \alpha_n & \sin \alpha_n \\ -\sin \alpha_n & \cos \alpha_n \end{pmatrix} - \text{матрица поворота,}$$

находим явный вид матриц пропускания \mathcal{J}_n и отражения \mathcal{R}_n n -й решетки в системе координат XYZ

$$\mathcal{J}_n = \left\{ \begin{array}{l} \tau_n^E \cos^2 \alpha_n + \tau_n^H \sin^2 \alpha_n \vdots (\tau_n^E - \tau_n^H) \cos \alpha_n \sin \alpha_n \\ \dots \vdots \dots \\ (\tau_n^E - \tau_n^H) \cos \alpha_n \sin \alpha_n \vdots \tau_n^E \sin^2 \alpha_n + \tau_n^H \cos^2 \alpha_n \end{array} \right\}, \quad (1)$$

матрица \mathcal{R}_n получается из матрицы \mathcal{J}_n путем замены $\tau_n^E \rightarrow \rho_n^E, \tau_n^H \rightarrow \rho_n^H$.

Из выражения (1) следует, что недиагональные элементы матриц $\mathcal{J}_n, \mathcal{R}_n$ обращаются в нуль лишь для трех значений углов: $\alpha_n = 0, \pi/2, \pi$ (напомним, что $\tau_n^E \neq \tau_n^H$, поскольку в длинноволновом пределе $|\tau_n^E| \ll 1, |\tau_n^H| \approx 1$). Это означает, что в многослойных анизотропных структурах на основе произвольно скрещенных решеток-поляризаторов, т.е. таких, для которых нарушается хотя бы одно из равенств $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_n = \dots = \alpha_N$, разбиение векторной задачи интерференции на соответствующие независимые скалярные задачи оказывается принципиально невозможным, поскольку взаимно ортогональные компоненты прошедшего и отраженного полей оказываются взаимосвязанными между собой. Отсюда следует, что обобщение на случай скрещенных решеток-поляризаторов методов расчета многослойных структур должно состоять в корректной замене скалярных френелевских коэффициентов пропускания и отражения, фигурирующих в традиционных методах многолучевой интерференционной оптики, на соответствующие матрицы пропускания и отражения решеток.

Метод рекуррентных формул (суммирование многократных отражений)

Выделим в многослойной системе из N -решеток, представленной на рис. 1, подсистему, включающую решетки под номерами от 1 до n . Обозначим матрицы пропускания и отражения выбранной изолированной n -решеточной подсистемы³ для волны, падающей на нее слева ($k_z > 0$) через T_n^{\rightarrow} и R_n^{\rightarrow} соответственно, а для волны, падающей справа ($k_z < 0$) — T_n^{\leftarrow} и R_n^{\leftarrow} . В общем случае, очевидно, $T_n^{\rightarrow} \neq T_n^{\leftarrow}$ и $R_n^{\rightarrow} \neq R_n^{\leftarrow}$. Добавим теперь к указанной подсистеме $(n+1)$ -ю решетку, соответствующие матрицы пропускания и отражения которой равны $\mathcal{J}_{n+1}^{\rightarrow}, \mathcal{R}_{n+1}^{\rightarrow}, \mathcal{J}_{n+1}^{\leftarrow}, \mathcal{R}_{n+1}^{\leftarrow}$. Для общности используемых в дальнейшем обозначений в верхних индексах символов матриц решетки мы также используем символы стрелок, подразумевая, что (для случая нормального падения) $\mathcal{J}_{n+1}^{\rightarrow} = \mathcal{J}_{n+1}^{\leftarrow} \equiv \mathcal{J}_{n+1}, \mathcal{R}_{n+1}^{\rightarrow} = \mathcal{R}_{n+1}^{\leftarrow} \equiv \mathcal{R}_{n+1}$ (см. (1)). Для нахождения

³ Термин "изолированная подсистема" здесь означает, что подсистема с обеих сторон ограничена полубесконечным пространством (т.е. решетки с последующими за n номерами отсутствуют).

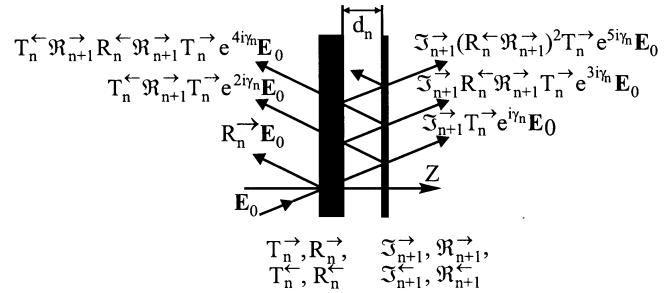


Рис. 2. К методу рекуррентных формул. Для наглядности падение волны показано под углом к поверхности зеркал интерферометра.

далее матриц пропускания $T_{n+1}^{\rightarrow}, T_{n+1}^{\leftarrow}$ и отражения $R_{n+1}^{\rightarrow}, R_{n+1}^{\leftarrow}$ полученной подсистемы из $(n+1)$ -й решетки, рассматриваемой изолированно от оставшихся $(N-n-1)$ решеток исходной системы, представим ее схематически в виде двухзеркального многолучевого интерферометра (Фабри–Перо) с анизотропными отражателями (рис.2). Роль первого анизотропного зеркала интерферометра выполняет подсистема из n -решеток, а роль второго — $(n+1)$ -я одиночная решетка.

Пусть на интерферометр слева падает волна амплитуды E_0 . Вычислим для начала векторную амплитуду E_{tr} волны, прошедшей сквозь интерферометр. Она представляет собой, очевидно, суперпозицию векторов амплитуд прошедших сквозь рассматриваемую систему парциальных волн, которые образуются путем деления исходной волны в ходе многократных отражений от зеркал. Рассматривая случай нормального падения, когда число парциальных волн бесконечно, повторим, как и в случае интерферометра с изотропными отражателями, процедуру суммирования амплитуд полей, учитывая матричные законы их преобразования. Пользуясь схемой, представленной на рис. 2, и полагая, что зависимость фазы волны от координаты z определяется множителем $\exp(ik_z z)$, получим

$$\begin{aligned} E_{tr} &= \mathcal{J}_{n+1}^{\rightarrow} T_n^{\rightarrow} e^{i\gamma_n} E_0 + \mathcal{J}_{n+1}^{\rightarrow} R_n^{\leftarrow} \mathcal{R}_{n+1}^{\rightarrow} T_n^{\rightarrow} e^{3i\gamma_n} E_0 \\ &+ \mathcal{J}_{n+1}^{\rightarrow} (R_n^{\leftarrow} \mathcal{R}_{n+1}^{\rightarrow})^2 T_n^{\rightarrow} e^{5i\gamma_n} E_0 + \dots \\ &\dots + \mathcal{J}_{n+1}^{\rightarrow} (R_n^{\leftarrow} \mathcal{R}_{n+1}^{\rightarrow} e^{2i\gamma_n})^m T_n^{\rightarrow} e^{i\gamma_n} E_0 + \dots \\ &= \mathcal{J}_{n+1}^{\rightarrow} \left[I + R_n^{\leftarrow} \mathcal{R}_{n+1}^{\rightarrow} e^{2i\gamma_n} + (R_n^{\leftarrow} \mathcal{R}_{n+1}^{\rightarrow} e^{2i\gamma_n})^2 + \dots \right. \\ &\quad \left. \dots + (R_n^{\leftarrow} \mathcal{R}_{n+1}^{\rightarrow} e^{2i\gamma_n})^m + \dots \right] T_n^{\rightarrow} e^{i\gamma_n} E_0 \\ &= \mathcal{J}_{n+1}^{\rightarrow} \left[I + \sum_{m=1}^{\infty} (R_n^{\leftarrow} \mathcal{R}_{n+1}^{\rightarrow} e^{2i\gamma_n})^m \right] T_n^{\rightarrow} e^{i\gamma_n} E_0, \quad (2) \end{aligned}$$

где $\gamma_n = k_z d_n, I$ — единичная матрица.

Бесконечная матричная сумма, стоящая в выражении (2), может быть преобразована на основании теоремы о разложении резольвенты линейного ограниченного

оператора в ряд Неймана, согласно которой для оператора A с нормой $\|A\| < 1$ справедлива следующая формула:

$$(I - A)^{-1} = I + \sum_{m=1}^{\infty} A^m.$$

Принимая в качестве оператора A произведение $R_n^{\leftarrow} \mathcal{R}_{n+1}^{\rightarrow} e^{2i\gamma_n}$ и полагая, что оно удовлетворяет условию, накладываемому на норму,⁴ перепишем выражение (2) в виде

$$\mathbf{E}_{tr} = \mathcal{J}_{n+1}^{\rightarrow} [I - R_n^{\leftarrow} \mathcal{R}_{n+1}^{\rightarrow} e^{2i\gamma_n}]^{-1} T_n^{\rightarrow} e^{i\gamma_n} \mathbf{E}_0. \quad (3)$$

Выражение, стоящее в правой части (3) перед вектором \mathbf{E}_0 , представляет собой не что иное, как матрицу пропускания подсистемы из $(n+1)$ скрещенных решеток для волны, падающей на нее слева.

Повторение описанной процедуры для расчета амплитуды отраженной волны, а также для случая смены направления падения исходной волны ($k_z \rightarrow -k_z$) позволяет записать следующие матричные выражения:

$$T_{n+1}^{\rightarrow} = \mathcal{J}_{n+1}^{\rightarrow} [I - R_n^{\leftarrow} \mathcal{R}_{n+1}^{\leftarrow} e^{2i\gamma_n}]^{-1} T_n^{\rightarrow} e^{i\gamma_n},$$

$$R_{n+1}^{\rightarrow} = R_n^{\rightarrow} + T_n^{\leftarrow} \mathcal{R}_{n+1}^{\rightarrow} [I - R_n^{\leftarrow} \mathcal{R}_{n+1}^{\rightarrow} e^{2i\gamma_n}]^{-1} T_n^{\rightarrow} e^{2i\gamma_n}. \quad (4)$$

$$T_{n+1}^{\leftarrow} = T_n^{\leftarrow} [I - \mathcal{R}_n^{\rightarrow} R_n^{\leftarrow} e^{2i\gamma_n}]^{-1} \mathcal{J}_{n+1}^{\leftarrow} e^{i\gamma_n},$$

$$R_{n+1}^{\leftarrow} = \mathcal{R}_{n+1}^{\leftarrow} + \mathcal{J}_{n+1}^{\leftarrow} R_n^{\leftarrow} [I - \mathcal{R}_n^{\rightarrow} R_n^{\leftarrow} e^{2i\gamma_n}]^{-1} \mathcal{J}_{n+1}^{\leftarrow} e^{2i\gamma_n}. \quad (5)$$

Таким образом, мы получили рекуррентные соотношения для расчета многослойных анизотропных структур, содержащих произвольное число скрещенных решеток-поляризаторов. В таком случае рекуррентный процесс расчета N -решеточной структуры, состоящий из $N-1$ шагов, заключается в последовательном увеличении на единицу числа поляризаторов n от 2 до N и расчете промежуточных вариантов n -решеточных систем на основании формул (4), (5). Важно отметить, что в полученных выражениях не допустима перестановка матриц, поскольку их произведение в общем случае не является коммутативным.

Метод граничных условия (прямой матричный метод)

Рассмотрим теперь картину интерференции волн в многослойной системе с несколькими иными позициями. В предположении неограниченности апертуры зеркал и ширины фронта падающего излучения поле внутри каждой пары соседних решеток может быть представлено как поле двух волн, распространившихся в противоположных (относительно оси OZ) направлениях (рис. 3).

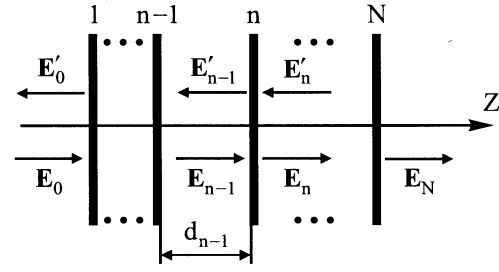


Рис. 3. К методу граничных условий.

В таком случае значения напряженности поля всех волн оказываются связанными друг с другом системой граничных условий, которые представляют собой условия непрерывности вектора полного поля при переходе через поверхность решеток. Выраженные в терминах матриц пропускания и отражения решеток указанные условия применительно к n -й решетке записываются в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_n e^{-i\gamma_n} &= \mathcal{J}_n^{\rightarrow} \mathbf{E}_{n-1} + \mathcal{R}_n^{\leftarrow} \mathbf{E}'_n e^{i\gamma_n}, \\ \mathbf{E}'_{n-1} &= \mathcal{R}_n^{\rightarrow} \mathbf{E}_{n-1} + \mathcal{J}_n^{\leftarrow} \mathbf{E}'_n e^{i\gamma_n}, \end{aligned} \quad (6)$$

где $\gamma_n = k_z d_n$.

Уравнения (6) имеют наглядную физическую интерпретацию: поле волны \mathbf{E}_n является суперпозицией поля прошедшей сквозь n -ю решетку волны \mathbf{E}_{n-1} и поля отраженной от решетки волны \mathbf{E}'_n (для волны \mathbf{E}'_{n-1} аналогично). Здесь положено, что отсчет фаз волн, распространяющихся между n -й и $(n+1)$ -й решетками ведется от поверхности $(n+1)$ -й решетки. Соотношение (6) удобно переписать в матричной форме

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E}_n \\ \mathbf{E}'_n \end{pmatrix} = M_n \begin{pmatrix} \mathbf{E}_{n-1} \\ \mathbf{E}'_{n-1} \end{pmatrix}, \quad (7)$$

где матрица M_n имеет вид

$$M_n = \begin{pmatrix} [\mathcal{J}_n^{\rightarrow} - \mathcal{R}_n^{\leftarrow} (\mathcal{J}_n^{\leftarrow})^{-1} \mathcal{R}_n^{\rightarrow}] e^{i\gamma_n} & \mathcal{R}_n^{\leftarrow} (\mathcal{J}_n^{\leftarrow})^{-1} e^{i\gamma_n} \\ \dots & \dots \\ -(\mathcal{J}_n^{\leftarrow})^{-1} \mathcal{R}_n^{\rightarrow} & (\mathcal{J}_n^{\leftarrow})^{-1} e^{i\gamma_n} \end{pmatrix}.$$

Применяя далее граничные условия типа (7) последовательно для поверхности каждой решетки, составляющей N -решеточную структуру, получим в итоге следующую связь амплитуд полей падающей \mathbf{E}_0 , отраженной \mathbf{E}'_0 и прошедшей \mathbf{E}_N сквозь структуру волн:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E}_N \\ \mathbf{E}'_0 \end{pmatrix} = \prod_{n=N}^1 M_n \begin{pmatrix} \mathbf{E}_0 \\ \mathbf{E}'_0 \end{pmatrix} = M_N M_{N-1} M_{N-2} \dots M_1 \begin{pmatrix} \mathbf{E}_0 \\ \mathbf{E}'_0 \end{pmatrix} \quad (8)$$

(заметим, что для случая $n = N$ формально следует полагать $\gamma_N = 0$). Вводя обозначение

$$\tilde{M} = \begin{pmatrix} \tilde{M}_{11} & \tilde{M}_{12} \\ \tilde{M}_{21} & \tilde{M}_{22} \end{pmatrix} = \prod_{n=N}^1 M_n,$$

⁴ Условие $\|R_n^{\leftarrow} \mathcal{R}_{n+1}^{\rightarrow} e^{2i\gamma_n}\| < 1$ означает, что модуль амплитуды волны после двух последовательных отражений (соответственно от правого и левого зеркал интерферометра) убывает, что с физической точки зрения представляет собой очевидный результат.

получим решение исходной задачи

$$\mathbf{E}_N = [\tilde{M}_{11} - \tilde{M}_{12}\tilde{M}_{22}^{-1}\tilde{M}_{21}] \mathbf{E}_0.$$

Как и в случае изотропных структур, преимущество прямого матричного метода по сравнению с методом рекуррентных формул состоит в том, что при изменении параметров какой-либо n -й решетки или расстояния d_n , согласно (7), (8), не требуется перерасчета частичных произведений $\prod_{j=n-1}^1 M_j$, $\prod_{j=N}^{n+1} M_j$, что сокращает затраты на вычисления. С другой стороны, недостатком данного метода можно считать то, что в нем приходится оперировать с матрицами M_n формата (4×4) , тогда как в методе рекуррентных формул вычислительные операции производятся на базе матриц формата (2×2) .

Заключение

Мы рассмотрели два различных подхода к решению задачи о расчете спектральных свойств многослойных анизотропных структур на примере конкретного случая, когда такие структуры образованы скрещенными решетками-поляризаторами. Изложенные выше методы решения могут также использоваться для расчета спектральных свойств и других анизотропных структур, поскольку в рассмотренных моделях нами не использовались явный вид матриц пропускания и отражения поляризаторов, составляющих структуру. При этом следует подчеркнуть, что рассмотренные методы являются корректными лишь в том случае, когда работает приближение плоской монохроматической волны. По этой причине при расстояниях между соседними решетками, соизмеримых с периодом расположения в них проводников, на картине интерференции волн начинает сказываться влияние высших гармоник, что делает невозможным применение изложенных выше методов.

Наконец, отметим, что общий формализм используемых нами подходов позволяет при необходимости рассматривать случай падения под ненулевыми, но малыми углами (когда конечность апертуры решеток можно не учитывать). Строго говоря, для этого в элементах матриц пропускания и отражения решеток, фигурирующих выше, должна быть учтена их зависимость от углов падения. Однако при малых углах эта зависимость дает поправку порядка φ при расчете амплитудного коэффициента пропускания анизотропной структуры (здесь φ — угол между волновым вектором и нормалью к решетке) и порядка φ^2 при расчете энергетического коэффициента пропускания. Таким образом, при $\varphi \ll 1$ все вычисления можно проводить как для случая нормального падения, для которого в качестве z -компоненты волнового вектора следует брать величину $|\mathbf{k}| \cos \varphi$.

Список литературы

- [1] Каплан А.Е. // РиЭ. 1964. Т. 4. № 10. С. 1781–1787.
- [2] Королев Ф.А., Гриднев В.А. // Опт. и спектр. 1964. Т. 16. Вып. 2. С. 335–340.
- [3] Чернетский А.В., Зиновьев О.А., Козлов О.В. Аппаратура и методы плазменных исследований. М.: Атомиздат, 1965.
- [4] Виноградов Е.А., Дианов Е.М., Ирисова Н.А. // Письма в ЖЭТФ. 1965. Т. 2. Вып. 7. С. 323–326.
- [5] Балаханов В.Я., Русанов В.Д., Стриганов А.Р. // ЖТФ. 1965. Т. 65. Вып. 1. С. 127–131.
- [6] Багдасаров А.А., Бузанкин В.В., Васин Н.Л. и др. // Диагностика плазмы. Сб. статей. Вып. 4(1). М.: Энергоатомиздат, 1981. С. 141–146.
- [7] Walker B., Baker E.A.M., Costley A.E. // J. Phys. E. 1981. Vol. 14. P. 832–837.
- [8] Шестопалов В.П., Литвиненко Л.П., Масалов С.А., Сологуб В.Г. Дифракция волн на решетках. Харьков: Изд-во Харьковского ун-та, 1973.
- [9] Шестопалов В.П. Метод задачи Римана–Гильберта в теории дифракции и распространения электромагнитных волн. Харьков: Изд-во Харьковского ун-та, 1971.
- [10] Таранов И.Е. // ЖВМиМФ. 1965. Т. 5. № 5. С. 883–893.
- [11] Карг П.Г. Анализ и синтез многослойных интерференционных пленок. Таллин: Валгус, 1971.
- [12] Розенберг Г.В. Оптика тонкослойных покрытий. М.: ГИФМЛ, 1958.
- [13] Физика тонких пленок / Под ред. Г. Хасса. Т. 1. М.: Мир, 1967.
- [14] Аззам Р., Башара Н. Эллипсометрия и поляризованный свет. М.: Мир, 1981.