

К теории разряда в скрещенных полях

© М.А. Власов, А.В. Жаринов, Ю.А. Коваленко

Государственный научный центр Российской Федерации
Всероссийский электротехнический институт им. В.И. Ленина,
111250 Москва, Россия
e-mail: kjury@online.ru

(Поступило в Редакцию 11 апреля 2001 г. В окончательной редакции 29 марта 2001 г.)

Рассмотрена модель слоя пространственного заряда, который может формироваться между катодной и анодной плазмой при наличии поперечного магнитного поля и отсутствии влияния столкновений на движение электронов в газе. Показано, что могут иметь место два решения, отличающихся параметрами катодной плазмы, и определены критерии, которые позволяют пренебречь влиянием столкновений.

Введение

Проблема получения интенсивных потоков заряженных частиц представляет большой практический интерес. В последнее время достигнуты значительные успехи в разработке магнитогидродинамических методов ускорения плазмы, среди которых особое место занимают ускорители с замкнутым дрейфом электронов в электрических разрядах в скрещенных полях.

Теория ускорителей с замкнутым дрейфом электронов, основанная на диффузионном приближении, изложена в многочисленных публикациях [1,2]. Главной целью настоящей работы является не обзор современного состояния проблемы, а изложение новых теоретических результатов, которые, вероятно, позволят наметить пути дальнейшего усовершенствования и расширения области применения таких ускорителей.

В основе ускорителей с замкнутым дрейфом электронов лежит возможность создания сильного электрического поля, перпендикулярного к магнитному, либо в квазинейтральной плазме, либо между плазменными областями, разделенными двойным электрическим полем. В обоих случаях формируется "безэлектродный" $E \perp H$ -слой. "Безэлектродность" является ключевой особенностью, отличающей $E \perp H$ -ускоритель от электростатического. Именно эта особенность позволяет получать ионные пучки с плотностью тока в сотни раз больше, чем при электростатическом ускорении. Одним из первых теоретических обоснований существования сильного электрического поля в квазинейтральной плазме можно считать работу [3], в которой показано, что при инжекции плазмы в область с поперечным магнитным полем, напряженностью H_0 возникает тормозящий ионы скачок потенциала φ_a на длине $\approx \rho_a = \sqrt{\gamma_a^2 - 1} mc^2 / eH_0$, которая значительно превышает размер ленгмюровского слоя пространственного заряда для заданной плотности ионного тока и заданной кинетической энергии ионов ($\gamma_a = 1 + e\varphi_a / mc^2$). Этот результат был получен без предположения о диффузионном характере движения электронов. Поэтому использование диффузионного приближения кажется не всегда оправданным и достаточно противоречивым. В настоящей работе предполагается,

что определяющую роль в формировании $E \perp H$ -слоя играют электроны, эмитируемые катодной плазмой, и столкновения не влияют на их движение.

Еще одной важной особенностью таких ускорителей является столь высокая вероятность ионизации, что ионный ток в ускорителе при определенных условиях совпадает с расходом рабочего вещества и даже превышает его. Поступающие со скоростью v_g с анода нейтральные атомы, проходя сквозь $E \perp H$ -слой, ионизируются электронами с вероятностью $P(z) = 1 - \exp(-\chi(z))$, где $-\chi(z)$ удовлетворяет уравнению:

$$\frac{d\chi}{dz} = -\frac{\sigma_i(\gamma_z)}{v_g} v(z) n(z), \quad (1)$$

$\sigma_i(\gamma_z)$ — сечение ионизации газа, $\gamma_z = 1 + e\varphi(z) / mc^2$, $\varphi(z)$ — потенциал электрического поля, $v^2(z) = (1 - 1/\gamma_z^2)c^2$, $n(z)$ — плотность электронов.

Используя уравнение непрерывности для электронного тока и усредняя (1) по z , можно оценить вероятность ионизации $P = 1 - \exp(-I_H / I_g)$, где $I_H = J_i \bar{\rho}_i$ — создаваемый электронами холловский ток [1]; J_i — плотность ионного тока; $\bar{\rho}_i$ — средний ларморовский радиус ускоренных ионов, определяемый средним значением напряженности магнитного поля в $E \perp H$ -слое. $I_H = 1.5 \cdot 10^4$ А/м, $I_g = ev_g / \sigma_m = 915$ А/м и $P \cong 1 - \exp(-16)$ для ксенона при $\varphi_a = 300$ В, $\bar{H} = 10^{-2}$ Т, $\langle \sigma_i(\gamma_z) v(z) \rangle = \sigma_m v_a$, $v_a^2 = (1 - 1/\gamma_a^2)c^2$ и $J_i = 5 \cdot 10^3$ А/м². Столь высокая вероятность ионизации позволяет предположить, что в $E \perp H$ -слое возможна резко локализованная вблизи анодной поверхности ионизация атомов. Действительно, если пренебречь дисперсией начальных скоростей электронов, инжектируемых из катодной плазмы, и предположить, что столкновения не влияют на движение электронов в $E \perp H$ -слое, то на поверхности магнетронной отсечки концентрация быстрых электронов обращается в бесконечность. Поэтому все атомы, поступающие с анода, будут ионизоваться в тонком подслое вблизи поверхности магнетронной отсечки. Размер подслоя будет определяться температурой электронов, которая много меньше разности потенциалов в слое.

Отметим, что $E \perp H$ -ускоритель можно назвать "без-электродным" лишь условно. Мощность и поперечные размеры ионного пучка всегда ограничены, поэтому неизбежно возникает краевой эффект, пропорциональный отношению толщины слоя к поперечному размеру ионного пучка, который существенно затрудняет создание высокоэффективных ускорителей малой мощности со слабо расходящимся ионным потоком.

Магнитное поле, существующее в $E \perp H$ -слое, складывается из внешнего и собственного поля холловского тока. Слой может быть либо парамагнитным, либо диамагнитным. Наиболее высокая вероятность ионизации, очевидно, имеет место при полном размагничивании, когда собственное магнитное поле холловского тока совпадает с величиной внешнего магнитного поля. В этом случае краевой эффект максимален и возможна недопустимая деформация магнитного поля и геометрии ионного пучка. Следовательно, в зависимости от требований существует компромиссный оптимум, обеспечивающий необходимую угловую расходимость пучка ценой уменьшения вероятности ионизации и увеличения дисперсии скоростей ионов при уменьшении размагничивания. Представленное описание позволяет выделить две первоочередные задачи: 1) необходимо исследовать структуру $E \perp H$ -слоя в зависимости от внешних параметров, т.е. распределение потенциала, магнитного и электрического полей и плотностей пространственных зарядов частиц; 2) опираясь на решение первой задачи, изучить ионизацию газового потока, поступающего с анодной поверхности.

Следует также отметить, что эти задачи далеко не исчерпывают физику $E \perp H$ -ускорителей. В числе вопросов для последующего изучения можно указать устойчивость $E \perp H$ -слоя, влияние краевых эффектов и конфигурации магнитного поля на формирование ионного пучка, электростатическую устойчивость ионного пучка в катодной плазме и т.д.

В данной работе рассматривается одномерное приближение стационарного, плоского $E \perp H$ -слоя, однородного и эквипотенциального на любой магнитной поверхности. Электроны стартуют с поверхности катодной плазмы ($Z = 0$), ускоряются в направлении к границе анодной плазмы ($z = z_d$), отражаются магнитным полем на поверхности магнетронной отсечки ($z = z_c$) и возвращаются в катодную плазму (рис. 1). Столкновения не влияют на движение электронов.

Катодная плазма состоит из быстрых и медленных ионов, рождающихся в результате перезарядки. Ее квазинейтральность обеспечивается электронами, которые могут появляться в результате ионизации газа, вторичной эмиссии со стенок катодной полости и благодаря искусственной инжекции.

На анодной стороне слоя также находится плазма, образующаяся в результате ионизации газа, поступающего сквозь анод. Толщина $E \perp H$ -слоя определяется расстоянием магнетронной отсечки z_c , которое обычно

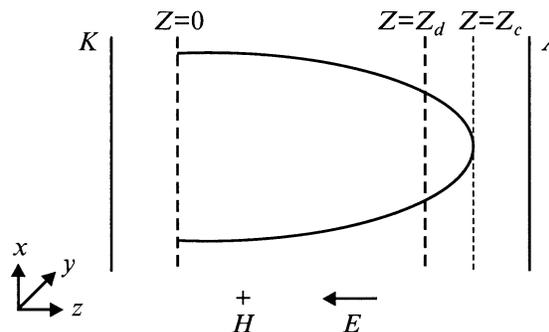


Рис. 1. K — катод, A — анод, $Z = 0$ — граница катодной плазмы, $Z = Z_d$ — граница анодной плазмы, $Z = Z_c$ — поверхность магнетронной отсечки, H и E — векторы напряженности магнитного и электрического полей.

на несколько порядков превышает толщину ленгмюровского слоя пространственного заряда для заданной плотности ионного тока и заданной разности потенциалов в слое. Отсюда следует, что $E \perp H$ -слой в основном квазинейтрален, но при этом не исключено возникновение где-то внутри двойного электрического слоя со скачком потенциала порядка φ_a .

Магнитное поле $H_y(z)$ при $z \geq z_c$ равно внешнему H_0 и убывает от поверхности магнетронной отсечки в направлении катодной плазмы благодаря действию холловского тока быстрых электронов, ускоряемых в слое.

Медленные вторичные электроны, рождающиеся при положительном потенциале в результате ионизации газа, поступающего сквозь анод, могут уходить только на анод, двигаясь перпендикулярно магнитному полю. Поэтому из-за низкой поперечной подвижности электронов в анодной плазме возможно существование значительно-го электрического поля без нарушения квазинейтральности. Теоретическое описание всех нюансов в рамках одной работы невозможно. Поэтому в дальнейшем приходится прибегать к упрощениям и ограничиваться качественным обсуждением физики.

Математическая модель двойного электрического слоя в поперечном магнитном поле

Рассмотрим двойной электрический слой в поперечном магнитном поле, образованный между плоскопараллельными бесконечными электродами, к которым примыкают плазменные слои. Электрическое поле в плазменных слоях будем считать бесконечно малым. Предположим, что электроны поступают в слой из катодной плазмы с плотностью тока j_0 и некоторой начальной энергией $\gamma_n = 1 + e\varphi_n/mc^2$. Столкновения не влияют на их движение. Будем искать стационарные решения, т.е. предположим, что время установления

много больше магнитного диффузионного времени и электронный ток существенно изменяет распределение магнитного поля в слое. Будем считать, что магнитное поле оказывает влияние лишь на движение электронов и пренебрежем собственным магнитным полем тока j_z (но не j_x). В этом случае векторный потенциал магнитного поля имеет одну компоненту $A_x(z)$. Ионы поступают в слой из анодной плазмы. Плотность ионного тока J_0 и плотности электронного тока j_0 ограничены пространственным зарядом. Электрическое поле и скорость ионов имеют единственную компоненту, направленную по оси z . В ходе решения тепловой разброс скоростей частиц в потоках не учитывается. Поставленную задачу после преобразований можно описать следующей системой уравнений [4]:

$$\frac{d^2U}{d\xi^2} = \frac{\lambda(1+U+U_n)}{\sqrt{(U+U_n)^2 + 2(U+U_n) - W^2}} - \frac{\Lambda}{\sqrt{U_a - U}}, \quad (2a)$$

$$\frac{d^2W}{d\xi^2} = \frac{\lambda W}{\sqrt{(U+U_n)^2 + 2(U+U_n) - W^2}}, \quad (2b)$$

где $U = e\varphi/mc^2$; $U_n = e\varphi_n/mc^2$; $W = eA_x/mc^2$; $\xi = eH_y(0)z/mc^2$; c — скорость света; m, e — масса и величина заряда электронов; M — масса ионов; $dA_x/dz = H_y(z)$; $\lambda = (8\pi e j_0)/(b^2 mc^3)$; $\Lambda = (4\pi e J_0 \sqrt{M/m})/(b^2 mc^3 \sqrt{2})$; $b = eH_y(0)/mc^2$; $H_y(0) \neq H_0$; $A_x(0) = 0$; $\varphi_0(0) = 0$; $\varphi(d) = \varphi_a$, φ_a — потенциал анодной плазмы; величина λ отлична от нуля в области $0 \leq z \leq z_c$.

Граничные условия имеют вид $U(0) = U'(0) = 0$, $W(0) = 0$, $W'(0) = 0$. В точке $\xi_c = eH_y(0)z_c/mc^2$ справедливо соотношение $W'(\xi_c) = H_0/H_y(0)$. Кроме того, в некоторой точке $\xi_d = eH_y(0)z_d/mc^2$ должны выполняться условия $U'(\xi_d) = 0$, $U(\xi_d) = U_a = e\varphi_a/mc^2$. Точка ξ_d является анодной границей слоя пространственного заряда. Граничные условия в точках ξ_c и ξ_d будут использованы для определения параметров λ и Λ .

Данная задача при $U_n = 0$ и сохранении магнитного потока в слое была исследована в [4], и показано, что возможно лишь незначительное увеличение плотности ионного тока по сравнению с плотностью тока для биполярного диода в отсутствие магнитного поля. Максимальное увеличение имеет место тогда, когда размер облака быстрых электронов совпадает с размером слоя пространственного заряда.

Предположение о существовании у электронов начальной энергии позволит нам найти новый класс решений задачи, который близок к решению [3], но будет получен без пренебрежения инерцией электронов непосредственно из решения уравнения Пуассона. Прежде чем переходить к изложению результатов, проанализируем систему уравнений и докажем важное соотношение,

которое является аналогом закона Чайльда–Ленгмюра для слоя в поперечном магнитном поле.

Система уравнений (2) имеет интеграл [4], который, введя $i = \lambda/\sqrt{2}\Lambda$ и $dW/d\xi = H_y(\xi)/H_y(0) = h$, легко преобразовать к виду

$$\left(\frac{dU}{d\xi}\right)^2 = h^2 - 1 + 4\Lambda \left[i \left(\sqrt{(U+U_n) + \frac{(U+U_n)^2 - W^2}{2}} - \sqrt{\frac{U_n^2}{2} + U_n} \right) + \sqrt{U_a - U} - \sqrt{U_a} \right]. \quad (3)$$

Наличие интеграла позволяет упростить задачу и использовать вместе с выражением (3) либо уравнение (2a) либо (2b). Для $z_c > z_d$ удобнее использовать уравнение (2b) и исключить расходимость, обусловленную пространственным зарядом ионов на границе с анодной плазмой.

В зависимости от соотношения между z_c и z_d возможны три случая: $z_c < z_d$ (т.е. $h(\xi) = h_c$ при $\xi_c < \xi$), $z_c = z_d$ (т.е. $h(\xi) = h_c$, $U(\xi) = U_a$ при $\xi = \xi_c = \xi_d$) и $z_c > z_d$ (т.е. $U(\xi) = U_a$ при $\xi > \xi_d$). Для точки $\xi = \xi_c$ всегда справедливо выражение $(U(\xi) + U_n) + 0.5((U(\xi) + U_n)^2 - W^2(\xi)) = 0$. В первом случае $U(\xi_c) < U_a$ и из соотношения (3) при $\xi = \xi_c$ имеем

$$\left(\frac{dU}{d\xi}\right)^2 = h_c^2 - 1 + 4\Lambda \left[\sqrt{U_a - U(\xi_c)} - \sqrt{U_a} - i\sqrt{0.5U_n^2 + U_n} \right].$$

В области $\xi_c < \xi \leq \xi_d$ существуют только ионы. Их ток ограничен пространственным зарядом, поэтому, интегрируя уравнение Пуассона от анода, получим при $\xi = \xi_c$ $(dU/d\xi)^2 = 4\Lambda\sqrt{U_a - U(\xi_c)}$. Сшивая производные, находим

$$4\Lambda = \frac{h_c^2 - 1}{\sqrt{U_a} + i\sqrt{U_n + 0.5U_n^2}}. \quad (4)$$

Во втором случае $dU/d\xi = 0$ при $\xi = \xi_c = \xi_d$. Используя уравнение (3), получим для Λ также соотношение (4).

В третьем случае для точки $\xi = \xi_d$ справедливо выражение

$$h^2(\xi_d) + 4\Lambda \left[i \left(\sqrt{(U_a + U_n) + 0.5((U_a + U_n)^2 - W^2(\xi_d))} - \sqrt{0.5U_n^2 + U_n} \right) - \sqrt{U_a} \right] = 1. \quad (5)$$

Так как при $\xi \geq \xi_d$ $U = U_a$, то уравнение (2b) имеет аналитическое решение, которое дает $h_c^2 - h^2(\xi_d) = 2\lambda\sqrt{2(U_a + U_n) + (U_a + U_n)^2 - W^2(\xi_d)}$. Подставляя отсюда $h^2(\xi_d)$ в (5), также получим соотношение (4) для Λ .

Таким образом, независимо от размеров облака быстрых электронов и слоя пространственного заряда для плотности ионного тока справедливо выражение (4). Оно является аналогом закона Чайльда–Ленгмюра для слоя в поперечном магнитном поле и следствием закона сохранения потока импульса. Соотношение (4) отражает тот факт, что электрические поля на границах катодной и анодной плазм равны нулю, а ускорение ионов происходит за счет действия ”амперовой” силы. Используя (4), по заданной величине ”размагничивания” $H_0/H_y(0)$, заданной величине напряженности внешнего магнитного поля H_0 и заданной разности потенциалов U_a можно определить плотность ионного тока при $U_n = 0$. С учетом определения Λ и выражения (4) легко показать, что плотность ионного тока

$$J_0 = \frac{H_0^2 - H_y(0)^2}{8\pi M \sqrt{2e\varphi_a/M} \left(1 + i\sqrt{\eta_n} + 0.5(\gamma_a - 1)\eta_n^2\right)}$$

$$= J_c I (1 - 1/h_c^2), \tag{6}$$

где

$$J_c = \frac{H_0^2}{8\pi M \sqrt{2e\varphi_a/M}}, \quad I = \frac{1}{1 + i\sqrt{\eta_n} + 0.5(\gamma_a - 1)\eta_n^2},$$

$$\eta_n = \frac{\varphi_n}{\varphi_a}.$$

Отсюда видно, что даже при полном размагничивании, когда $h_c \rightarrow \infty$, плотность ионного тока не может быть больше J_c . Выражение (4) позволяет исключить из уравнений параметр Λ и не проводить численную сшивку решений на границе областей, как это делалось в работе [4].

«E»-режим двойного электрического слоя в однородном внешнем магнитном поле

Решение системы уравнений (2) совместно с выражением (3) удобно искать для следующих функций: $S(t) = (h(t)^2 - 1)/(h_c^2 - 1)$, $\eta(t) = \varphi(t)/\varphi_0$, $\vartheta(t) = A_x(t)/\varphi_0$, $d\vartheta/dt = h(t) = H_y(t)/H_y(0)$, $\eta(0) = 0$, $\vartheta(0) = 0$, $S(0) = 0$, используя в качестве независимой переменной $t = H_y(0)z/\varphi_0$. Интегрирование системы проводилось от $t = 0$ до тех пор, пока $\eta(t)$ и $S(t)$ не достигали 1. При этом подбором параметров i и h_c мы добивались того, чтобы в точке $\eta(t) = 1$ выполнялось соотношение $d\eta/dt = 0$, а в точке $S(t) = 1$ выполнялось равенство $(\eta + \eta_n) + 0.5(\gamma_a - 1)((\eta + \eta_n)^2 - \vartheta^2) = 0$. Для проверки правильности предложенного алгоритма решения и сравнения с ранее полученными результатами первоначально рассматривалась задача с $\eta_n = 0$. Из определения параметра I следует, что в этом случае $I = 1$ и не зависит от i , а плотность ионного тока определяется только величиной ”размагничивания” —

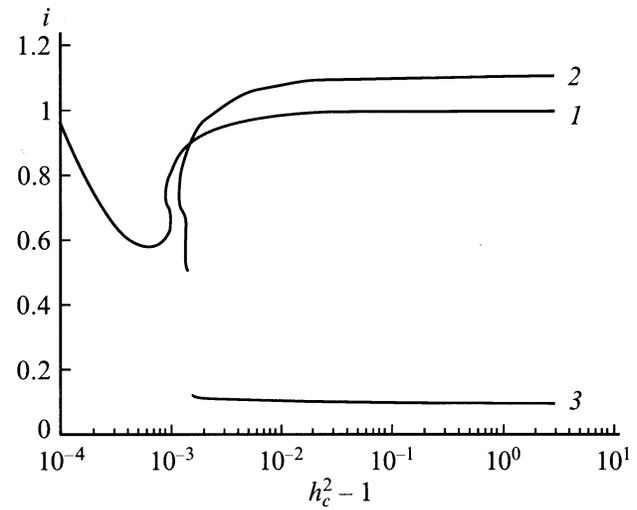


Рис. 2.

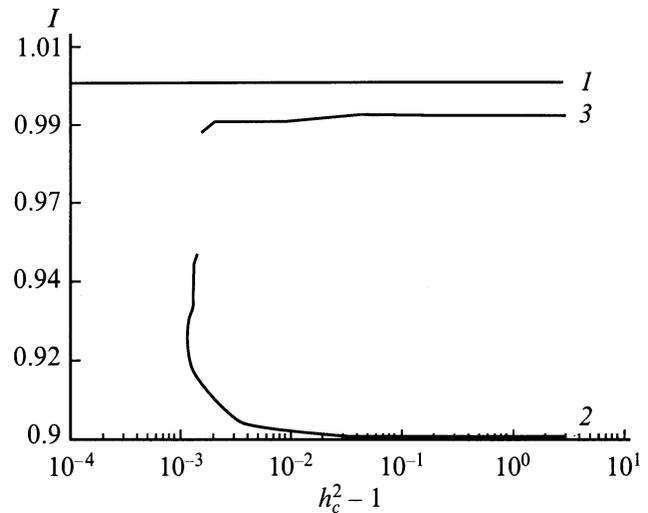


Рис. 3.

$h_c^2 - 1$. На рис. 2 представлена зависимость параметра i от величины $h_c^2 - 1$ (кривая 1), а на рис. 3 — зависимость параметра I от величины $h_c^2 - 1$ (кривая 1), $\gamma_a = 1 + 4 \cdot 10^{-4}$. Полученные результаты совпадают с результатами работы [4] и подтверждают наличие неоднозначности для i в той области решений, где размер облака быстрых электронов совпадает с размером слоя пространственного заряда ($t_c \cong t_d$). Для заданной величины ”размагничивания” и соответствующей плотности ионного тока существуют три допустимых значения толщины слоя пространственного заряда и плотности тока электронов. В данной области, несмотря на малую величину размагничивания ($h_c^2 - 1 \cong 10^{-3}$), некорректно полагать магнитное поле постоянным, как это делалось, например, в работе [5].

На рис. 4 представлена зависимость t_c , а на рис. 5 — зависимость отношения t_d/t_c от величины $h_c^2 - 1$ (кривые 1).

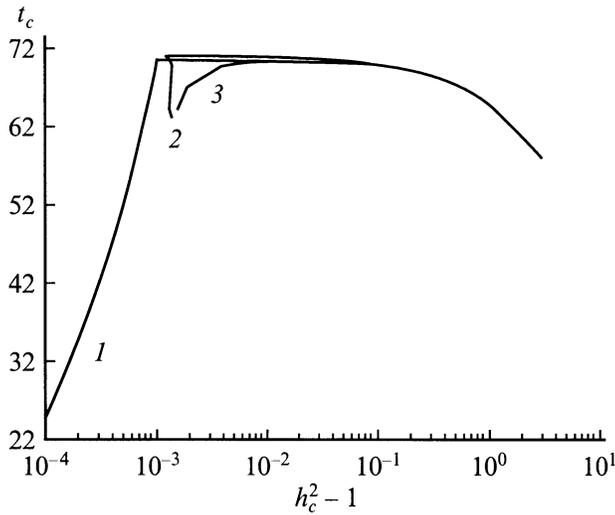


Рис. 4.

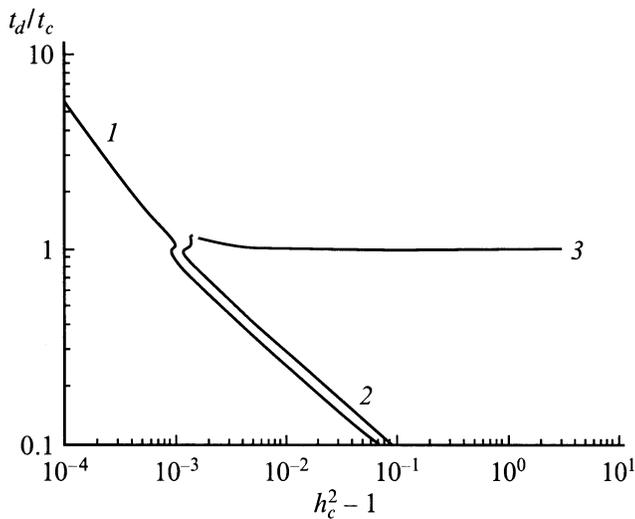


Рис. 5.

Уже при $h_c^2 - 1 \geq 0.1$ отношение $t_d/t_c < 0.1$, т.е. размер слоя пространственного заряда много меньше размера облака быстрых электронов, или длины "отсечки". Таким образом, если $J_0 \rightarrow J_c$, то размер облака быстрых электронов z_c оказывается на несколько порядков больше толщины слоя пространственного заряда между анодной и катодной плазмами ($z_d \ll z_c \approx \rho_a$). В этом случае можно считать, что магнитное поле не влияет на движение электронов в слое и решение должно совпадать с известным решением для биполярного диода, если учесть, что электроны в слое движутся как в сторону анода, так и в обратном направлении. Параметр i при этом должен быть равен 1. Из рис. 2 (кривая 1) видно, что при $h_c^2 - 1 \geq 0.1$ $i \rightarrow 1$.

Анализируя полученные результаты, следует обратить внимание на то, что в области больших значений $h_c^2 - 1$ ускорение ионов происходит в узком слое, размер ко-

торого много меньше ρ_a . При этом основная часть ионов образуется в области магнетронной отсечки при $z = z_c$, т.е. на достаточно большом расстоянии от слоя, в котором происходит ускорение ионов. Поэтому при движении к слою часть ионов может повторно ионизоваться. Оценка падения потенциала в анодной плазме, выполненная с учетом выгорания газа и влияния магнитного поля на движение медленных электронов анодной плазмы, показывает, что величина разности потенциалов между слоем и анодом при достаточно большом размагничивании оказывается порядка температуры электронов анодной плазмы и не оказывает существенного влияния.

В результате исследования задачи с $\eta_n = 0$ не удалось обнаружить решения, близкие к квазинейтральным. Поэтому мы рассмотрели задачу, в которой электроны поступают в диод с отличной от нуля начальной энергией. При $T_c = 2 \text{ eV}$ и $\gamma_a = 1 + 4 \cdot 10^{-4}$ соответствующая величина $\eta_n = 10^{-2}$. Прежде чем переходить к изложению результатов, оценим допустимые значения параметра i . В катодную плазму из слоя влетает ускоренный ионный поток с плотностью пространственного заряда $\approx \Lambda/\sqrt{U_a}$. Для существования квазинейтральности плотность пространственного заряда электронов в катодной плазме должна превышать эту величину. Отсюда находим

$$i \geq \sqrt{\eta_n} \cdot \frac{\sqrt{1 + 0.5(\gamma_a - 1)\eta_n}}{1 + (\gamma_a - 1)\eta_n}. \quad (7)$$

Решение задачи проводилось по тому же алгоритму, начиная с достаточно больших значений параметра $h_c^2 - 1$. Кривые 2 на рис. 2–5 представляют соответственно зависимости i , I , t_c , t_d/t_c от величины $h_c^2 - 1$. При $h_c^2 - 1 \geq 0.1$ $i \rightarrow 1.1$ (рис. 2). С уменьшением $h_c^2 - 1$ значение i начинает резко уменьшаться, причем быстрее, чем при $\eta_n = 0$. В области $t_c \cong t_d$ также имеют место три решения для i , но при несколько бóльших значениях $h_c^2 - 1$. Величина $I \approx 0.9$ при $h_c^2 - 1 \geq 0.1$ (рис. 3) и резко возрастает при $t_d \rightarrow t_c$. В области $t_c \cong t_d$ также имеют место три решения для I .

Попытки решить задачу при $h_c^2 - 1 < 10^{-3}$ не увенчались успехом. Данный эффект связан с тем, что при $\eta_n \neq 0$ изменение потока импульса электронов на катоде не равно 0 и, согласно закону сохранения потока импульса, для этого требуется некоторая минимальная разница в давлении магнитного поля на аноде и катоде. Чем меньше величина η_n , тем меньше предельное значение величины $h_c^2 - 1$.

Отличительной особенностью данной области решений является то, что продольная скорость электронов вначале возрастает от начального значения $-v_n$ с увеличением z , а затем уменьшается до 0, как и при $\eta_n = 0$. Иными словами, величина напряженности электрического поля оказывается достаточной для того, чтобы вблизи катода электроны испытывали ускорение в продольном направлении. Этот класс решений мы назвали E -слоем. На рис. 6 представлены характерные распределения потенциала- $\eta(t)$ (кривая 1) и перемен-

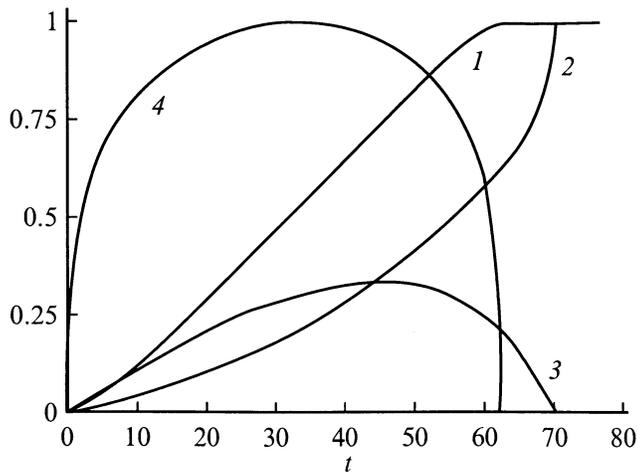


Рис. 6.

ной $S(t)$ (кривая 2), которая характеризует изменение магнитного поля, продольной скорости электронов $v_z(t)/v_a$ (кривая 3) и напряженности электрического поля $(d\eta/dt)/(d\eta/dt)_{\max}$ (кривая 4).

«H»-режим двойного электрического слоя в однородном внешнем магнитном поле

Анализ задачи показал, что при $\eta_m \neq 0$ имеется еще один класс решений, который принципиально отличается от рассмотренного выше. Если параметр i выбран таким образом, что он незначительно превышает величину, определяемую соотношением (7), то существуют решения, характерной особенностью которых является уменьшение продольной скорости электронов с увеличением расстояния от катода ($v_n > v_z \geq 0$, рис. 7, кривая 3). При этом во всей области слоя, за исключением окрестности анода, существует небольшой избыточный отрицательный пространственный заряд, плотность которого практически постоянна, о чем свидетельствует распределение электрического поля (рис. 7, кривая 4). Размер облака быстрых электронов в этом случае близок к размеру слоя, но всегда несколько меньше последнего. В узкой области вблизи анода существуют только ионы, пространственный заряд которых компенсирует небольшой избыточный отрицательный заряд в слое и обеспечивает выполнение граничных условий для электрического поля. Этот класс решений мы назвали *H*-слоем. Именно он соответствует случаю, рассмотренному в работе [3], но получен непосредственно из системы (2), не пренебрегая инерцией электронов, и показывает возможность существования квазинейтрального слоя пространственного заряда. Кривые 3 на рис. 2–5 представляют соответственно зависимости i , I , t_c , t_d/t_c от величины $h_c^2 - 1$ для *H*-слоя при $\eta_m = 10^{-2}$. С уменьшением $h_c^2 - 1$ значения параметра i несколько возрастают (рис. 2), а параметра I

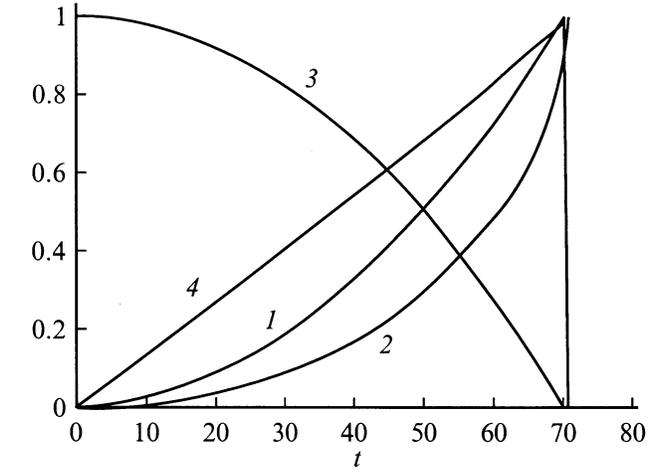


Рис. 7.

падают (рис. 3). Размер облака быстрых электронов t_c при $h_c^2 - 1 \geq 0$ практически совпадает с размером слоя (рис. 5), и становится несколько меньше последнего при уменьшении величины $h_c^2 - 1$. На рис. 7 представлены характерные распределения по слою функций $\eta(t)$ (кривая 1) и $S(t)$ (кривая 2).

Анализируя полученное решение, можно заметить, что данная модель не вполне применима к разряду в скрещенных полях, так как вся ионизация сосредоточена в области "отсечки", а при $z > z_c$ ионы отсутствуют. Но задача с рождением всех ионов в точке z_c в гидродинамическом приближении описывается той же системой уравнений, в результате будет получено лишь незначительное увеличение плотности ионного тока.

Ионизация газа в разрядах в скрещенных полях

Полученные решения описывают характеристики двойного слоя в однородном внешнем поперечном магнитном поле и показывают, что при достаточно большом размагничивании ($h_c^2 - 1 > 2 \cdot 10^{-3}$ для $\eta_m = 10^{-2}$, $\gamma_a = 1 + 4 \cdot 10^{-4}$) задача имеет только два класса решений, различающихся параметрами катодной плазмы. Режим *E*-слоя реализуется при достаточно большой концентрации катодной плазмы, когда величина $i \cong 1$, а режим *H*-слоя возникает, когда концентрация катодной плазмы значительно ниже (при $\eta_m = 10^{-2}$ $i \approx 0.1$, т. е. на порядок меньше). Так как для компенсации пространственного заряда ускоренного ионного пучка обычно применяются специальные катоды — компенсаторы, которые создают катодную плазму необходимой концентрации независимо от основного разряда, то возможен управляемый перевод разряда из *H*-режима в *E*-режим и наоборот. Для применения полученных результатов к расчету ускорителей с замкнутым дрейфом электронов достаточно теперь определить вероятность ионизации

газа и показать справедливость пренебрежения столкновениями электронов с газом.

Рассмотрим ионизацию газа в E -слое при достаточно большой величине размагничивания, когда $z_d \ll z_c$. В этом случае $W(0) = 0$, $W(\xi_d) = 0$, а $h(\xi_d) = h(0) = 1$. Интегрируя уравнение (2b), можно найти размер облака быстрых электронов, или длину "отсечки",

$$z_c = \frac{(\varphi_0 + \varphi_n)}{H_0} \sqrt{\frac{\gamma_a + 1}{\gamma_a - 1}} \int_0^1 \frac{dy}{\sqrt{1 - 2K^2\sqrt{1 - y^2}}}, \quad (8)$$

где $2K^2 = (H_0^2 - H_y(0)^2)/H_0^2 = (1 - 1/h_c^2) = J_0/(J_c I)$.

При $2K^1 = 1$ плотность ионного тока из анодной плазмы $J_0 \rightarrow J_c$, $z_c \rightarrow \infty$, а магнитное поле на катоде $H_y(0) \rightarrow 0$, как и в работе [3]. В этом случае задача не имеет стационарного решения, что может являться причиной неустойчивости.

При достаточно большой величине размагничивания, когда $z_d \ll z_c$, уравнение (1) легко проинтегрировать, используя результаты решения системы (2) и определение K . В результате получим

$$\begin{aligned} \chi(z_c) &= \chi_0 2K^2 \int_0^1 \frac{dy}{\sqrt{(1 - y^2)(1 - 2K^2\sqrt{1 - y^2})}} \\ &= \chi_0 2K^2 \Psi_d(\alpha), \end{aligned}$$

где

$$y = (A_x/\varphi_a) \sqrt{(\gamma_a - 1)/(\gamma_a + 1)}; \quad Z = \chi/\chi_0,$$

$$\begin{aligned} \chi_0 &= (\sigma_i J_c \sqrt{M/m} \rho_a) / v_g, \quad \sigma_i = 4\sigma_m I e(1 - Ie); \\ Ie &= \varphi_i / (\varphi_a + \varphi_n); \end{aligned}$$

$$\Psi_d(\alpha) = \sqrt{2} \sqrt{2 - \sin^2 \alpha} (F(\alpha, \pi/2) - F(\alpha, \pi/4));$$

φ_i — потенциал ионизации газа; $F(\alpha, \Theta)$ — эллиптический интеграл первого рода; $\sin \alpha = 2K/\sqrt{1 + 2K^2}$; функция $\Psi_d(\alpha)$ приведена на рис. 8 (кривая 1).

Для получения высокой вероятности ионизации необходимо, чтобы

$$\chi(z_c) = \frac{\Psi_d(\alpha) \sigma_i J_0 \sqrt{M/m} \rho_a}{v_g I} > 3. \quad (9)$$

Данное условие устанавливает связь между минимальной величиной давления газа вблизи анода разряда и величиной внешнего магнитного поля. В области малых значений параметра $2K^2 = J_0/(J_c I)$ $\Psi_d(\alpha)$ стремится к $\pi/2$. Это означает, что длина ионизации $\lambda_i = 1/\sigma_i n_g$ должна быть меньше половины ларморовского радиуса ионов во внешнем магнитном поле ($J_0 \cong n_g v_g$, n_g — концентрация газа в области анода и $I \cong 1$). При $J_0 \rightarrow J_c$ $2K^2 \rightarrow 1$ и $\Psi_d(\alpha)$ значительно возрастает. Например, если $\alpha = 1.554$ (89°), то $\Psi_d(\alpha) \approx 2\pi$, т. е. увеличивается

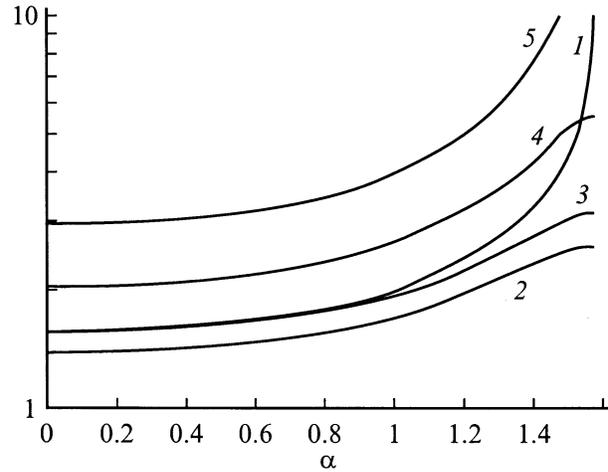


Рис. 8.

примерно в 4 раза, и требуется меньшее давление газа, чем для случая с малым размагничиванием.

Таким образом, мы нашли условия, при которых практически весь газовый поток ионизуется вблизи "отсечки". Легко показать, что эти условия не противоречат предположению об отсутствии влияния столкновений на движение электронов. Действительно, для того чтобы пренебречь столкновениями с нейтралами, необходимо, чтобы на длине пробега электронов, которая для E -слоя при $h_c^2 - 1 > 10^{-2}$ порядка $2\pi\rho_a$, выполнялось условие $2\pi\rho_a < \lambda_0$, где λ_0 — длина свободного пробега электронов. Сравнивая его с условием (9), видим, что они удовлетворяются одновременно для большинства веществ в газообразном состоянии за счет того, что в условии (9) в качестве длины входит ларморовский радиус ионов, а не электронов. При $\lambda_0 = 0.1\lambda_i$ оба условия выполняются, когда $\sqrt{M/m} > 120$.

Следовательно, полученные в ходе решения результаты достаточно корректно описывают разряд с замкнутым дрейфом электронов в режиме E -слоя. Для расчета характеристик конкретного разряда в этом режиме необходимо, используя соотношение (6), для заданной величины магнитного поля и плотности потока газа, удовлетворяющих условию (9), определить соответствующую величину "размагничивания" h_c , а по ней, используя приведенные выше результаты расчетов, все характеристики слоя.

Для E -слоя в цилиндрической геометрии возможен также случай, когда катод радиуса r_k находится во внешнем магнитном поле, а анод имеет радиус $r_a < r_k$. Движение электронов происходит тогда в направлении меньших радиусов, и поверхность магнетронной "отсечки" располагается при $r < r_k$. Азимутальный ток, возникающий в облаке быстрых электронов, является в отличие от рассмотренного выше случая парамагнитным и усиливает магнитное поле в области движения электронов. Легко показать, что размер облака быстрых электронов в предельном переходе к плоской геоме-

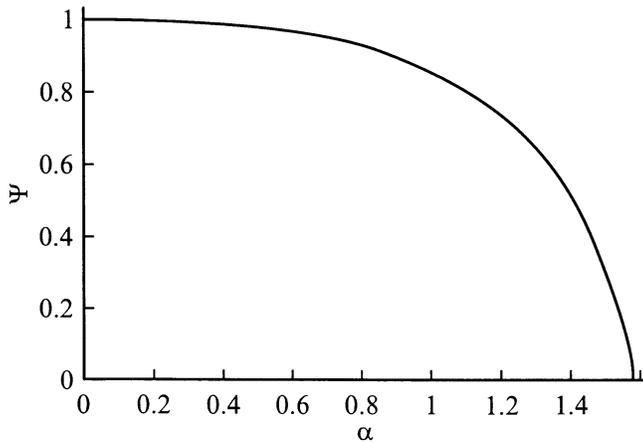


Рис. 9.

трии выражается тогда тем же соотношением (8), но $2K^2 = (H_c^2 - H_0^2)/H_c^2 < 1$ (H_c — величина магнитного поля в точке "отсечки" z_c). Следовательно, при любом усилении магнитного поля размер облака быстрых электронов конечен. Вероятность ионизации определяется в этом случае выражением

$$\chi(z_c) = \chi_0 \sqrt{1 - 2K^2} 2K^2 \int_0^1 \frac{dy}{\sqrt{(1 - y^2)(1 - 2K^2 \sqrt{1 - y^2})}}$$

$$= \frac{\pi}{2} \chi_0 \Psi(\alpha),$$

где $\Psi(\alpha) = (4/\pi) \cos \alpha (F(\alpha, \pi/2) - F(\alpha, \pi/4))$; $F(\alpha, \Theta)$ — эллиптический интеграл первого рода.

Зависимость $\Psi(\alpha)$ приведена на рис. 9. При $\alpha \rightarrow \pi/2$ $\Psi(\alpha) \rightarrow 0$, а $2K^2$ и $H_c/H_0 \rightarrow \infty$. Тем не менее при достаточной величине χ_0 , вероятность ионизации может быть высокой. С учетом "выгорания" газа легко показать, что $\chi_0 = (4v_s/v_g)((q_0/j_p) - 1)$, где $j_p = (v_g/2\sigma_m \rho_a) \sqrt{m/M}$, $v_s = \sqrt{eT_e/M}$, $q_0 = n_g v_g/2$, n_g — начальная плотность газа. Отсюда при $4v_s/v_g \approx 20$ и $(q_0/j_p) \approx 10$ получим $\chi_0 \approx 200$ и $\chi(z_c) = 10^2 \pi \Psi(\alpha)$.

Следовательно, даже при достаточно малых значениях $\Psi(\alpha) \approx 10^{-2}$ вероятность ионизации сохраняется высокой $P(z_c) = 1 - \exp(-\chi(z_c)) = 0.95$. При этом магнитное поле возрастает на несколько порядков. Отсюда следует предположение о возможности спонтанного возбуждения аксиального магнитного поля в разрядах с полым катодом. Такие типы разрядов, вероятно, могут использоваться как индуктивные накопители.

Рассмотрим теперь вероятность ионизации газа в H -слое. Для этого, строго говоря, необходимо проинтегрировать уравнение (1) совместно с системой уравнений (2). Так как решения для H -слоя близки к решению в [3], то для оценки можно воспользоваться тем фактом, что в этом случае продольная скорость электронов близка к скорости ионов. Используя это условие,

уравнение (1) легко проинтегрировать и получить

$$\chi(z_c) = \frac{\chi_0 2K^2}{(1 - Ie)} \int_0^1 \sqrt{\frac{1 + \frac{m}{M}}{y^2 + \frac{m}{M}}} \left(1 - \frac{Ie (1 + \frac{m}{M})}{y^2 + \frac{m}{M}} \right) \times \frac{dy}{\sqrt{(1 - y^2)(1 - 2K^2 \sqrt{1 - y^2})}} = \chi_0 2K^2 \Psi_d(\alpha).$$

Зависимость $\Psi_d(\alpha)$ для различных Ie приведена на рис. 8: $Ie = 0.1$ (кривая 2), 0.07 (кривая 3), 0.025 (кривая 4) и 0.004 (кривая 5). При $Ie = 0.07$ вероятность ионизации в H -слое совпадает с вероятностью ионизации в E -слое для малых значений параметра $2K^2 = J_z/(J_c I)$. С увеличением Ie вероятность ионизации в E -слое выше, чем в H -слое. С уменьшением Ie вероятность ионизации в H -слое выше, чем в E -слое. Этот результат достаточно очевиден, так как с ростом энергии электронов сечение ионизации уменьшается и существенную роль начинает ионизация в самом слое по сравнению с ионизацией в области магнетронной отсечки.

Для того чтобы пренебречь столкновениями с нейтралами, необходимо, чтобы на длине пробега электронов, которая для H -слоя порядка $2\pi \rho_a / \sqrt{\eta_n}$, выполнялось условие $2\pi \rho_a / \sqrt{\eta_n} < \lambda_0$. Сравнивая его с условием (9), видим, что одновременно они не удовлетворяются при $\eta_n \cong 10^{-2}$. Следовательно, столкновения электронов с нейтралами могут играть заметную роль в H -слое.

Заключение

В результате проведенных исследований $E \perp H$ -слоя были получены решения, которые описывают характеристики одномерного, плоского двойного слоя в однородном внешнем магнитном поле и показывают, что при достаточно большом размагничивании задача имеет только два класса решений, различающихся параметрами катодной плазмы. Показано, что режим E -слоя реализуется при достаточно большой концентрации катодной плазмы и для него справедливо пренебрежение влиянием столкновений на движение электронов.

Режим H -слоя возникает, когда концентрация катодной плазмы значительно ниже и в процессе его исследования необходимо учитывать столкновения электронов с нейтралами. Для качественного выяснения влияния столкновений необходимо обратить внимание на то, что в H -слое продольная скорость электронов при их движении уменьшается от своего начального значения до нуля, благодаря действию силы со стороны электрического и магнитного полей $F_z = e(E_z - (v_x/c)H_y)$. Эта сила оказывается в H -слое достаточно малой, и применимо приближение $E_z = (v_x/c)H_y$. В результате столкновения с нейтралом компонента скорости электронов v_x изменяется и данное равенство нарушается. На электрон в направлении оси z начинает действовать значительная ускоряющая сила, и он "выбрасывается" из слоя на анод, двигаясь без столкновений, так как толщина слоя много меньше длины

свободного пробега электрона. Следовательно, движение электронов в H -слое не является диффузионным в обычном понимании. Корректный анализ H -слоя можно провести, если считать, что в результате столкновений происходит просто потеря определенной части быстрых электронов.

Данная работа является последней, в которой принимал участие доктор физико-математических наук, профессор Власов Матвей Анатольевич. Его памяти соавторы посвящают эту статью. Выражаем также благодарность В.П. Шумилину за обсуждение результатов и помощь в работе и Т. Сапроновой за проведение расчетов.

Список литературы

- [1] Жаринов А.В., Попов Ю.С. // ЖТФ. 1967. Т. 37. Вып. 2. С. 294–298.
- [2] Вопросы теории плазмы / Под ред. М.А. Леонтовича. М.: Атомиздат, 1974. 384 с.
- [3] Chapman F., Ferraro V. // J. Geophys. Ref. 1952. Vol. 57. N 15. P. 227–239.
- [4] Bergeron K.D. // Appl. Phys. Lett. 1976. Vol. 28. N 6. P. 306–318.
- [5] Antonsen T.M., Ott E. // Phys. Fluids. 1976. Vol. 19. N 1. P. 52–63.