

01;06;07;09

Нелинейное возбуждение второй гармоники в полупроводниковой сверхрешетке, помещенной в магнитное поле

© А.А. Булгаков, О.В. Шрамкова

Институт радиофизики и электроники им. А.Я. Усикова НАН Украины,
61085 Харьков, Украина

(Поступило в Редакцию 22 января 2001 г.)

Изучается нелинейное взаимодействие волн в периодической структуре, образованной чередующимися слоями полупроводника и диэлектрика и помещенной во внешнее магнитное поле. Для теоретического исследования нелинейных процессов применяется методика "трехволновых взаимодействий". Показано, что характер нелинейных явлений в среде с трансляционной симметрией и в однородной среде различен. Проанализированы условия резонансного взаимодействия первой и второй гармоник. Показано, что возбуждение второй гармоники может происходить как при взаимодействии первых пространственных гармоник, распространяющихся в одном направлении, так и при распространении их в противоположных направлениях, что возможно именно в периодических структурах. Рассмотрены резонансные явления, приводящие к повышению эффективности генерации гармоник.

Введение

Для локальной диагностики структуры широко используется метод генерации второй гармоники. За последнее десятилетие проведен ряд экспериментальных и теоретических работ по исследованию особенностей генерации второй гармоники в кристаллах [1–5], тонких пленках [6–9], периодических [10–13] и других структурах. Один из эффектов, имеющих место в неоднородных, в частности периодических средах, — увеличение эффективности генерации гармоник на частотах, соответствующих краю зоны пропускания. Причины аномально сильного увеличения эффективности генерации гармоник излучения накачки в фотоионизированной плазме рассмотрены в [14]. Возможность повышения эффективности генерации волн произвольной природы в периодической среде рассматривается в [15]. Данная работа посвящена возбуждению второй гармоники в полупроводниковой сверхрешетке, помещенной в магнитное поле. В теоретических исследованиях нелинейных процессов используется методика "трехволновых взаимодействий" [16–20]. Основным предположением нашей методики является малость нелинейных слагаемых. Достоинство метода — учет нелинейных механизмов, действующих в различных слоях структуры. В работе изложен метод нахождения уравнений связи, обсуждены особенности нелинейного взаимодействия волн в периодической структуре, проанализированы условия взаимодействия первой и второй гармоник, дано объяснение существенному увеличению взаимодействия волн, связанному с тремя резонансными явлениями (циклотронным, брэгговским и нелинейным резонансами).

Постановка задачи. Получение уравнений связи

Рассмотрим периодическую структуру, образованную повторением слоя полупроводника толщиной d_1 и диэлектрика толщиной d_2 . Поместим структуру во внешнее магнитное поле H_0 , параллельное оси OY . Ось OZ перпендикулярна границам слоев. Будем предполагать, что в направлениях OX и OY структура однородна, поэтому исключим из уравнений зависимость от координаты y , положив $\partial/\partial y = 0$. В этом случае уравнения Максвелла распадутся на уравнения для двух поляризаций. В работе исследуется поляризация с компонентами E_x , E_z , H_y , отличными от нуля.

Целью работы является исследование нелинейного взаимодействия волн в данной сверхрешетке. В методике, предложенной в работе [18] для однородной среды, нелинейная система дифференциальных уравнений сводится к алгебраической системе. Для неоднородной структуры мы получаем систему дифференциальных уравнений, для решения которой используется формула Грина [21],

$$\int_a^b [\tilde{f}^* (\hat{L}f) - (\tilde{\hat{L}}\tilde{f})^* f] dv = f\tilde{f} \Big|_a^b, \quad (1)$$

где \hat{L} — линейный дифференциальный оператор, образованный слагаемыми линеаризованной системы уравнений; $\tilde{\hat{L}}$ — транспонированный оператор \hat{L} ; f и \tilde{f} — собственные функции этих операторов; звездочка означает комплексное сопряжение; запись $\tilde{f}^*(\hat{L}f)$ — скалярное

произведение; v — координатное пространство, в котором действуют операторы \hat{L} и \hat{L}' ; a и b — границы области интегрирования.

Смысл этой формулы в том, что собственные функции транспонированного линейного дифференциального оператора ортогональны к правой части системы линейных дифференциальных уравнений. Такой метод анализа нелинейных волновых взаимодействий в периодических структурах применялся в работах [19,22,23].

В нашей задаче нелинейные механизмы связаны с нелинейностью тока в слоях полупроводника, включающей в себя нелинейные слагаемые в уравнении движения носителей и уравнении непрерывности. Взаимодействие электромагнитных волн описывается уравнениями Максвелла, уравнением непрерывности и уравнением движения носителей

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H}_1 &= \frac{\varepsilon_{01}}{c} \frac{\partial \mathbf{E}_1}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_1, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E}_1 &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}_1}{\partial t}, \\ \frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial t} + (\mathbf{v}_1 \operatorname{grad}) \mathbf{v}_1 &= \frac{e}{m} \mathbf{E}_1 + \frac{e}{mc} [\mathbf{v}_1 \mathbf{H}_0] + \frac{e}{mc} [\mathbf{v}_1 \mathbf{H}_1], \\ \frac{\partial n_1}{\partial t} + \frac{1}{e} \operatorname{div} \mathbf{j}_1 &= 0, \\ \mathbf{j}_1 &= e(n_0 + n_1) \mathbf{v}_1. \end{aligned} \quad (2)$$

Система уравнений (2) записана для полупроводникового слоя (в дальнейшем индекс 1 будет относиться к слоям полупроводника, а индекс 2 — диэлектрика). Для диэлектрического слоя $\mathbf{j} = 0$, а ε_{01} следует заменить на ε_2 . Схематически систему уравнений (2) можно записать в виде

$$\hat{L}f = \hat{H}(f, f), \quad (3)$$

где \hat{H} — билинейный оператор-столбец, образованный нелинейными членами системы уравнений (2).

Согласно методу работы [18], решение системы уравнений (2) представим следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \sum_{k_x=-\infty}^{\infty} C_k(t) \left(\mathbf{e}(z) + \mathbf{e}^{(ad)} \right) \exp(-i\omega_k t + ik_x t), \\ H_y &= \sum_{k_x=-\infty}^{\infty} C_k(t) \left(h_y(z) + h_y^{(ad)} \right) \exp(-i\omega_k t + ik_x t), \end{aligned} \quad (4)$$

где $C_k(t)$ — медленно меняющаяся во времени амплитуда k -й волны; компоненты \mathbf{e} и h_y зависят от z , так как в направлении OZ структура неоднородна; $\mathbf{e}^{(ad)}$ и $h_y^{(ad)}$ — дополнительные поля, описывающие отклонения направления полей от линейных, вызванные действием нелинейных механизмов.

Вследствие предполагаемой малости нелинейных слагаемых в уравнениях (2) будем считать, что нелинейность приводит к "медленному" изменению амплитуд взаимодействующих волн во времени, т. е.

$$\omega \gg \frac{d \ln C}{dt}. \quad (5)$$

Оператор \hat{L} получается из линеаризованной системы уравнений для полупроводникового и диэлектрического слоев (2) для первого слоя ($Nd \leq z < d_1 + Nd$)

$$\begin{aligned} \hat{L}f &= \\ &\begin{pmatrix} i\frac{c}{\omega} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + i\frac{\omega}{c} \varepsilon_0 - & c\frac{k_x}{\omega} \frac{\partial}{\partial z} - \varepsilon_0 \frac{\omega_p^2}{c} \frac{\omega_H}{\omega^2 - \omega_H^2} \\ -i\varepsilon_0 \frac{\omega_p^2}{c} \frac{\omega}{\omega^2 - \omega_H^2} & \\ c\frac{k_x}{\omega} \frac{\partial}{\partial z} + \varepsilon_0 \frac{\omega_p^2}{c} \frac{\omega_H}{\omega^2 - \omega_H^2} & -i\frac{c}{\omega} k_x^2 + i\frac{\omega}{c} \varepsilon_0 - \\ & -i\varepsilon_0 \frac{\omega_p^2}{c} \frac{\omega}{\omega^2 - \omega_H^2} \end{pmatrix} \\ &\times \begin{pmatrix} C_k \left(e_{x1} + e_{x1}^{(ad)} \right) \\ C_k \left(e_{z1} + e_{z1}^{(ad)} \right) \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (6)$$

для второго слоя ($d_1 + Nd \leq z < (N+1)d$)

$$\begin{aligned} \hat{L}f &= \begin{pmatrix} i\frac{c}{\omega} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + i\frac{\omega}{c} \varepsilon_0 & c\frac{k_x}{\omega} \frac{\partial}{\partial z} \\ c\frac{k_x}{\omega} \frac{\partial}{\partial z} & -i\frac{c}{\omega} k_x^2 + i\frac{\omega}{c} \varepsilon_0 \end{pmatrix} \\ &\times \begin{pmatrix} C_k \left(e_{x2} + e_{x2}^{(ad)} \right) \\ C_k \left(e_{z2} + e_{z2}^{(ad)} \right) \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (7)$$

Уравнения для нахождения зависимости $C_k(t)$ (уравнения связи) получим, воспользовавшись формулой Грина. Рассмотрим подробное интегрирование в формуле (1). В результате интегрирования по dx и dt получим δ -функции $\delta(\tilde{\omega} - \omega) \delta(\tilde{k}_x - k_x)$ в линейных операторах. Интегрирование по dz приводит к разности соответствующих компонент полей на границах структуры. Так как поля удовлетворяют граничным условиям, то интегралы от линейных слагаемых равны нулю. В левой части (1) остаются только члены с дополнительными полями $\mathbf{e}^{(ad)}$

$$\begin{aligned} L(\partial/\partial z) C_k \varphi_k^{(ad)} &= \frac{dC_k}{dt} \varphi_k \\ &+ \sum_{k_x=k'_x+k''_x} C_{k'} C_{k''} \hat{H}_1(\varphi_{k'}, \varphi_{k''}) e^{-i(\omega' + \omega'' - \omega)t}, \end{aligned}$$

где \hat{H}_1 — оператор, состоящий только из нелинейных слагаемых полупроводникового слоя; φ_k — вектор-столбец, образованный составляющими поля \mathbf{e} ; $\varphi_k^{(ad)}$ — вектор-столбец, образованный составляющими поля $\mathbf{e}^{(ad)}$.

Данная система уравнений является неоднородной. Нелинейные слагаемые полупроводникового слоя имеют вид

$$\begin{aligned} H_1 &= \frac{4\pi}{c} e n_0 \left((\nabla \mathbf{v}_1) \mathbf{v}_1 + \frac{i}{\omega} \frac{e}{mc} (\omega_H^2 - \omega^2) [\mathbf{v}_1 \mathbf{H}] \right. \\ &\left. + i\omega (\mathbf{v}_1 \nabla) \mathbf{v}_1 - \left(\frac{e}{mc} \right)^2 \mathbf{v}_1 (\mathbf{H}_0 \mathbf{H}_1) - [(\mathbf{v}_1 \nabla) \mathbf{v}_1 \mathbf{H}_0] \right). \end{aligned} \quad (8)$$

Для получения оператора \hat{H}_1 необходимо выразить \mathbf{v}_1 и \mathbf{H}_1 через \mathbf{E}_1 и провести симметризацию полученного выражения. Из системы уравнений (2) для исследуемой поляризации находим

$$\mathbf{v}_1 = \frac{-i\omega_m \mathbf{E}_1 + \frac{e^2}{m^2 c} [\mathbf{E}_1 \mathbf{H}_0]}{\omega_H^2 - \omega^2},$$

$$\mathbf{H}_1 = -i \frac{c}{\omega} [\nabla \mathbf{E}_1]. \quad (9)$$

При интегрировании по dz в нелинейных слагаемых в формуле (1) разбиваем интеграл $\int_{-\infty}^{\infty}$ на сумму интегралов по слоям структуры, выделяя вблизи каждой границы область шириной $2\delta_i$ ($\delta_i \rightarrow 0$),

$$\int_{-\infty}^{\infty} = \lim_{\delta_i \rightarrow 0, i=0, \pm 1, \dots} \dots + \int_{-\delta_0}^{\delta_0} + \int_{\delta_0}^{-\delta_1+d_1} + \int_{-\delta_1+d_1}^{\delta_1+d_1} + \int_{\delta_1+d_1}^{-\delta_2+d} + \dots,$$

где $d = d_1 + d_2$ — период структуры.

Так как рассматриваемая структура является периодической, то в результате применения теоремы Флоке сведем интегралы от нелинейных слагаемых к первому периоду. Тогда периодичность структуры выразится в сумме

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp[i(\bar{k}' + \bar{k}'' - \bar{k} + 2\pi n/d)z]; \quad n = 0, \pm 1, \dots,$$

приводящей к закону сохранения для блоховской компоненты волнового вектора

$$\bar{k}' + \bar{k}'' - \bar{k} + 2\pi n/d = 0, \quad (10)$$

где \bar{k} — так называемое блоховское волновое число, являющееся "усредненным" волновым числом вместо поперечных волновых чисел полупроводникового и диэлектрического слоев k_{z1} и k_{z2} .

Предположим, что компоненты поля добавок подчиняются тем же граничным условиям, что и линеаризованные. Тогда при выполнении резонансных условий (условий синхронизма)

$$\begin{aligned} \omega' + \omega'' - \omega &= 0, \\ k'_x + k''_x - k_x &= 0, \\ \bar{k}' + \bar{k}'' - \bar{k} + \frac{2\pi n}{d} &= 0 \end{aligned} \quad (11)$$

уравнение для амплитуды C_k имеет вид [17–19]

$$\frac{dC_k}{dt} = W_{k,k',k''} C_{k'} C_{k''}, \quad (12)$$

где $W_{k,k',k''}$ — матричный коэффициент.

Уравнения для амплитуд двух других волн $C_{k'}$ и $C_{k''}$ получаем перестановкой индексов. Следует учесть, что,

кроме соотношений (11) и (12), k , ω , k_x связаны дисперсионным соотношением для безграничной периодической среды, помещенной в магнитное поле [24],

$$\begin{aligned} \cos kd &= \cos k_{z1} d_1 \cos k_{z2} d_2 - \frac{\varepsilon_{f1} \varepsilon_2}{2k_{z1} k_{z2}} \left[\left(\frac{k_{z1}}{\varepsilon_{f1}} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{k_{z2}}{\varepsilon_2} \right)^2 - k_x^2 \left(\frac{\varepsilon_{\perp 1}}{\varepsilon_{\parallel 1} \varepsilon_{f1}} \right)^2 \right] \sin k_{z1} d_1 \sin k_{z2} d_2, \end{aligned} \quad (13)$$

где $k_{z1} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{f1} - k_x^2}$, $k_{z2} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_2 - k_x^2}$ — поперечные волновые числа полупроводникового и диэлектрического слоев; $\varepsilon_f = \varepsilon_{\parallel} + \varepsilon_{\perp}^2 / \varepsilon_{\parallel}$ — фойгтовская проницаемость; ε_{\parallel} и ε_{\perp} — компоненты тензора диэлектрической проницаемости

$$\varepsilon_{\parallel} = \varepsilon_{xx} = \varepsilon_{zz} = \varepsilon_0 \left\{ 1 - \frac{\omega_p^2 (\omega + i\nu)}{\omega [(\omega + i\nu)^2 - \omega_H^2]} \right\},$$

$$\varepsilon_{\perp} = \varepsilon_{xz} = -\varepsilon_{zx} = -i\varepsilon_0 \frac{\omega_p^2 \omega_H}{\omega [(\omega + i\nu)^2 - \omega_H^2]}, \quad (14)$$

ω_p — плазменная частота, ε_0 — решеточная часть диэлектрической проницаемости, ω_H — циклотронная частота, ν — эффективная частота столкновений.

Для получения дисперсионного уравнения (13) в работе [24] используется метод передаточной матрицы, связывающей поля в начале и конце периода.

В дальнейшем понадобятся выражения для полей. Их нахождение не имеет особенностей, поэтому сразу запишем результат для первого слоя ($Nd \leq z < d_1 + Nd$)

$$H_{y1} = A_1 (\cos k_{z1} z + A_2 \sin k_{z1} z),$$

для второго слоя ($d_1 + Nd \leq z < (N+1)d$)

$$H_{y2} = A_1 (B_1 \cos k_{z2} z + B_2 \sin k_{z2} z).$$

Коэффициенты A_2 , B_1 , B_2 определяются из условия непрерывности для тангенциальных компонент полей на границах слоев и теоремы Флоке

$$\begin{aligned} B_1 &= \cos k_{z1} d_1 \cos k_{z2} d_1 + \frac{\varepsilon_2}{k_{z2} \varepsilon_{f1}} \sin k_{z2} d_1 \\ &\quad \times \left(k_{z1} \sin k_{z1} d_1 - ik_x \frac{\varepsilon_{\perp 1}}{\varepsilon_{\parallel 1}} \cos k_{z1} d_1 \right) \\ &\quad + A_2 \left\{ \sin k_{z1} d_1 \cos k_{z2} d_1 - \frac{\varepsilon_2}{k_{z2} \varepsilon_{f1}} \sin k_{z2} d_1 \right. \\ &\quad \left. \times \left(k_{z1} \cos k_{z1} d_1 + ik_x \frac{\varepsilon_{\perp 1}}{\varepsilon_{\parallel 1}} \sin k_{z1} d_1 \right) \right\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B_2 &= \cos k_{z1}d_1 \sin k_{z2}d_1 + \frac{\varepsilon_2}{k_{z2}\varepsilon_{f1}} \cos k_{z2}d_1 \\
&\times \left(ik_x \frac{\varepsilon_{\perp 1}}{\varepsilon_{\parallel 1}} \cos k_{z1}d_1 - k_{z1} \sin k_{z1}d_1 \right) \\
&+ A_2 \left\{ \sin k_{z1}d_1 \sin k_{z2}d_1 + \frac{\varepsilon_2}{k_{z2}\varepsilon_{f1}} \cos k_{z2}d_1 \right. \\
&\times \left. \left(k_{z1} \cos k_{z1}d_1 + ik_x \frac{\varepsilon_{\perp 1}}{\varepsilon_{\parallel 1}} \sin k_{z1}d_1 \right) \right\}, \\
A_2 &= i \frac{\omega}{c} \frac{\varepsilon_{f1}}{k_{z1}} \frac{1}{m_{12}} \left\{ \cos k_{z1}d_1 \cos k_{z2}d_2 \right. \\
&- \frac{k_{z1}\varepsilon_2}{k_{z2}\varepsilon_{f1}} \sin k_{z1}d_1 \sin k_{z2}d_2 \\
&\left. + i \frac{k_x\varepsilon_2}{k_{z2}\varepsilon_{f1}} \frac{\varepsilon_{\perp 1}}{\varepsilon_{\parallel 1}} \cos k_{z1}d_1 \sin k_{z2}d_2 - e^{-ikd} \right\},
\end{aligned}$$

где m_{12} — элемент передаточной матрицы,

$$\begin{aligned}
m_{12} &= -i \frac{\omega}{c} \frac{\varepsilon_{f1}}{k_{z1}} \sin k_{z1}d_1 \cos k_{z2}d_2 - i \frac{\omega}{c} \frac{\varepsilon_2}{k_{z2}} \cos k_{z1}d_1 \sin k_{z2}d_2 \\
&- \frac{\omega}{c} \frac{\varepsilon_{\perp 1}}{\varepsilon_{\parallel 1}} \frac{k_x}{k_{z1}k_{z2}} \varepsilon_2 \sin k_{z1}d_1 \sin k_{z2}d_2.
\end{aligned} \quad (15)$$

Зонная структура спектра с учетом конечности скорости света приведена на рис. 1 (кривые 1–8). Расчеты произведены для сверхрешетки со следующими параметрами: первый слой — полупроводник типа InSb ($\varepsilon_{01} = 17.8$), второй слой — диэлектрик ($\varepsilon_2 = 2$),

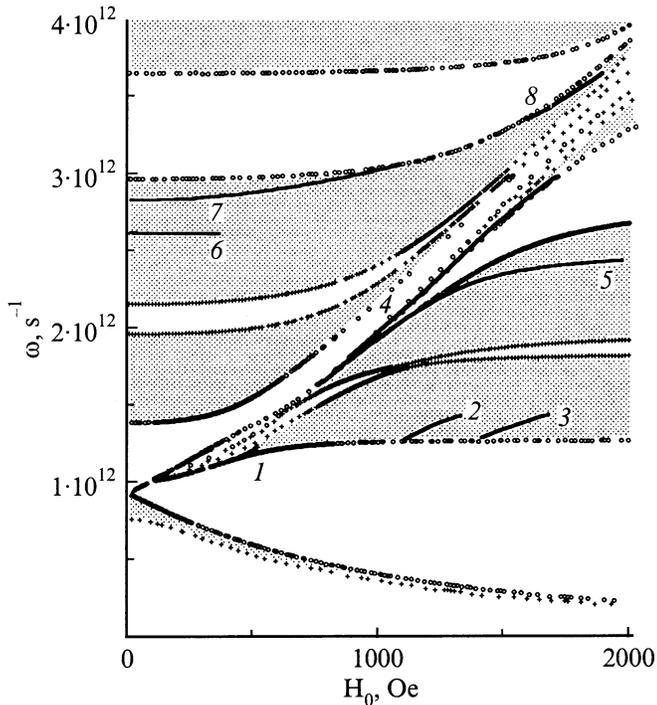


Рис. 1. Дисперсионная зависимость. $\varepsilon_0 = 17.8$, $d_1 = 0.01$ см, $\varepsilon_2 = 2$, $d_2 = 0.015$ см, $k_x d = 2$.

$d_1 = 0.01$ см, $d_2 = 0.015$ см, $k_x d = 2$. Зоны пропускания выделены штриховкой.

Особенности нелинейного взаимодействия, связанного с периодичностью структуры, заключены в следующем.

1. Матричный элемент и условия синхронизма имеют смысл только в зонах пропускания решетки.

2. Первые два закона аналогичны законам синхронизма в однородной среде, а последний — закон для блоховских компонент волнового вектора содержат слагаемое $(2\pi n)/d$, связанное с периодичностью среды. Это соотношение заменяет закон для z -овых компонент волнового вектора, как в случае однородных сред.

3. Для периодической структуры матричный элемент $W_{k,k',k''}$ — комплексная величина, а для однородной — мнимая.

Схематически матричный элемент можно представить как сумму четырех слагаемых вида

$$f_s \frac{\cos k_s d_1 - 1 + i \sin k_s d_1}{k_s}, \quad (16)$$

где $k_s = k_{z1} \pm k'_{z1} \pm k''_{z1}$; f_s — коэффициент, определяемый с помощью амплитуд взаимодействующих волн.

Исследование уравнений связи проведено в работе [20]. Показано, что физические характеристики взаимодействия волн могут быть получены при исследовании зависимостей матричных коэффициентов $W_{k,k',k''}$ от параметров структуры.

Взаимодействие первой и второй гармоник

Проанализируем условия взаимодействия первой и второй гармоник с частотами $\omega = 2\omega'$ и ω' . При этом условия синхронизма следующие:

$$\omega = 2\omega', \quad k_x = 2k'_x, \quad k = 2k'. \quad (17)$$

Для определения k'_x и ω' используем систему дисперсионных соотношений

$$\begin{aligned}
\cos k'd &= \cos k'_{z1}d_1 \cos k'_{z2}d_2 - \frac{\varepsilon'_{f1}\varepsilon_2}{2k'_{z1}k'_{z2}} \left[\left(\frac{k'_{z1}}{\varepsilon'_{f1}} \right)^2 \right. \\
&\left. + \left(\frac{k'_{z2}}{\varepsilon_2} \right)^2 - k'^2_x \left(\frac{\varepsilon'_{\perp 1}}{\varepsilon'_{\parallel 1}\varepsilon'_{f1}} \right)^2 \right] \sin k'_{z1}d_1 \sin k'_{z2}d_2,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\cos kd &= \cos k_{z1}d_1 \cos k_{z2}d_2 - \frac{\varepsilon_{f1}\varepsilon_2}{2k_{z1}k_{z2}} \left[\left(\frac{k_{z1}}{\varepsilon_{f1}} \right)^2 \right. \\
&\left. + \left(\frac{k_{z2}}{\varepsilon_2} \right)^2 - k^2_x \left(\frac{\varepsilon_{\perp 1}}{\varepsilon_{\parallel 1}\varepsilon_{f1}} \right)^2 \right] \sin k_{z1}d_1 \sin k_{z2}d_2.
\end{aligned} \quad (18)$$

Так как $\varepsilon_{f1} \neq \varepsilon'_{f1}$, то, следовательно, $k_{z1} \neq 2k'_{z1}$. Вследствие этого аналитически данную систему уравнений решить не удастся, численное решение данной системы

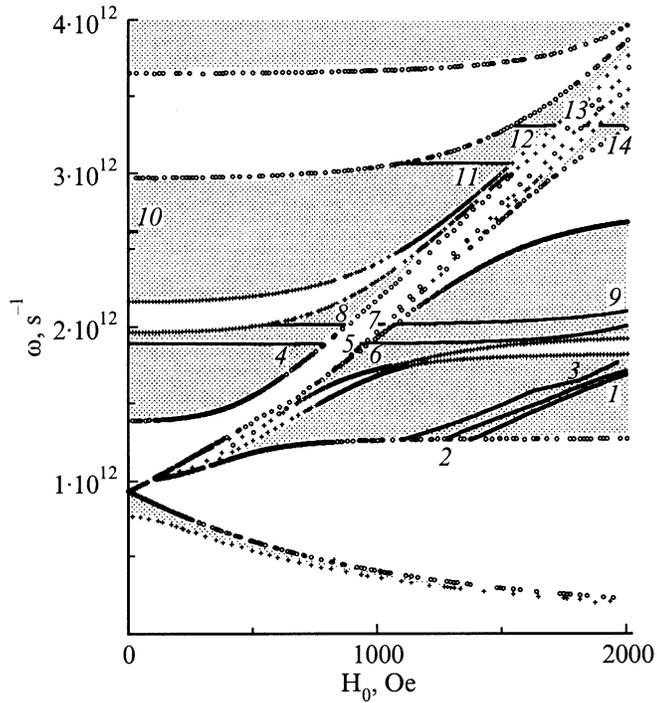


Рис. 2. Дисперсионная зависимость.

представлено на рис. 1 сплошными кривыми 1–8 для первой гармоники. Кривые расположены в зонах пропускания. Все кривые обрываются при значении $k' = \pi/2$, поскольку при $k' > \pi/2$, $k > \pi$, т.е. вторая гармоника в этом случае попадает в зону непропускания.

Поскольку знак блоховского волнового числа из дисперсионного соотношения не определяется, то наличие специфического закона для блоховских чисел приводит к новому типу взаимодействия

$$\omega = 2\omega', \quad k_x = 2k'_x, \quad k \pm \frac{2\pi n}{d} = \bar{k}' - \bar{k}', \quad (19)$$

т.е. вторая гармоника возбуждается в результате взаимодействия двух первых гармоник, бегущих навстречу друг другу вдоль оси OZ.

Численное решение системы дисперсионных уравнений для условий синхронизма (19) представлено на рис. 2 сплошными кривыми 1–14 для первых гармоник.

Рассмотрим зависимость матричного коэффициента W от частоты и магнитного поля. На рис. 3, а приведены зависимости $W'(\omega)$, $W'(H)$ для кривой 7 (рис. 1), на рис. 3, б — зависимости $W(\omega)$, $W(H)$ для второй гармоники этой кривой, а на рис. 3, с — для кривой 5 (рис. 1). Зависимости нормированы на максимальные значения. Величина матричного коэффициента определяется тремя резонансными явлениями: циклотронным, нелинейным и брэгговским резонансом.

а) При $\omega' = \omega_H$ ($\omega = 2\omega_H$) или $\omega = \omega_H$ ($\omega' = 2\omega_H/2$) имеет место циклотронный резонанс для первой или второй гармоник, приводящий к бесконечным значениям W и W' . Расходимость на рис. 3, с для зависимостей $W'(\omega')$

и $W'(H)$ связана с возрастанием скорости движения носителей v_1 при $\omega = \omega_H$ (см. (9)). Разумеется, что расходимость связана с неучетом процессов диссипации. Если их учесть, то в формуле (9) следует $1/(\omega_H^2 - \omega^2)$ заменить на $1/(\omega_H^2 - \omega^2 - 2i\nu\omega + \nu^2)$ (см. формулу (14)).

б) Условия обращения в нуль одной из величин k_s (см. формулу (16)) также приводит к возрастанию W . Это условие можно рассматривать как нелинейный резонанс. Отметим, что в пределе $k_s \rightarrow 0$ действительная часть второго множителя в формуле (16) равна нулю, а мнимая — d_1 . Поэтому максимум будет иметь только или $\text{Re } W'$ ($\text{Re } W$), или $\text{Im } W'$ ($\text{Im } W$). Физической причиной увеличения взаимодействия волн является то, что при $k_x = 0$ энергия взаимодействующих волн оказывается наибольшей.

в) Брэгговский резонанс — резонанс на периоде структуры. Он связан с тем, что амплитуды полей принимают бесконечные значения в точках, для которых

$$m'_{12} = 0 \text{ или } m_{12} = 0. \quad (20)$$

Решения данных соотношений расположены в запрещенных зонах для первой или второй гармоник, так как $(m'_{11} + m'_{22})/2 > 1$ (или $(m_{11} + m_{22})/2 > 1$), где законы синхронизма не выполняются. Таким образом, условие для брэгговского резонанса не может быть выполнено точно. В то же время значения амплитуд полей внутри разрешенных зон конечные и зависят от близости точек резонанса и точек, удовлетворяющих условиям синхронизма (17) и расположенных на границах зон. Итак, существенное увеличение матричного элемента W на границе зоны пропускания определяется брэгговским резонансом.

Для кривых на рис. 3 максимумы $\text{Im } W(\omega)$, $\text{Im } W(H)$ и минимумы $\text{Im } W'(\omega')$, $\text{Im } W'(H)$ связаны с резонансом (б) для первой гармоники. Брэгговский резонанс (с) приводит к возрастанию $\text{Re } W(\omega)$, $\text{Re } W(H)$, $\text{Re } W'(\omega')$ и $\text{Re } W'(H)$. Характер кривых на высокочастотных концах обусловлен "конкуренцией" брэгговского (с) и нелинейного (б) резонансов.

Заключение

В работе исследовано нелинейное взаимодействие волн в периодической сверхрешетке полупроводник-диэлектрик, помещенной в магнитное поле. Исследуемая нами нелинейность обусловлена нелинейностью тока свободных носителей в полупроводниковых слоях. В работе изложена методика "трехволнового взаимодействия", примененная к периодическим структурам. Предполагается, что нелинейность малая, т.е. энергия нелинейного взаимодействия меньше энергии взаимодействующих волн. Рассмотрены особенности нелинейного взаимодействия, связанные с периодичностью структуры. Изучены два типа возбуждения второй гармоники: возбуждение, происходящее при взаимодействии первых гармоник, распространяющихся в одном направлении, и

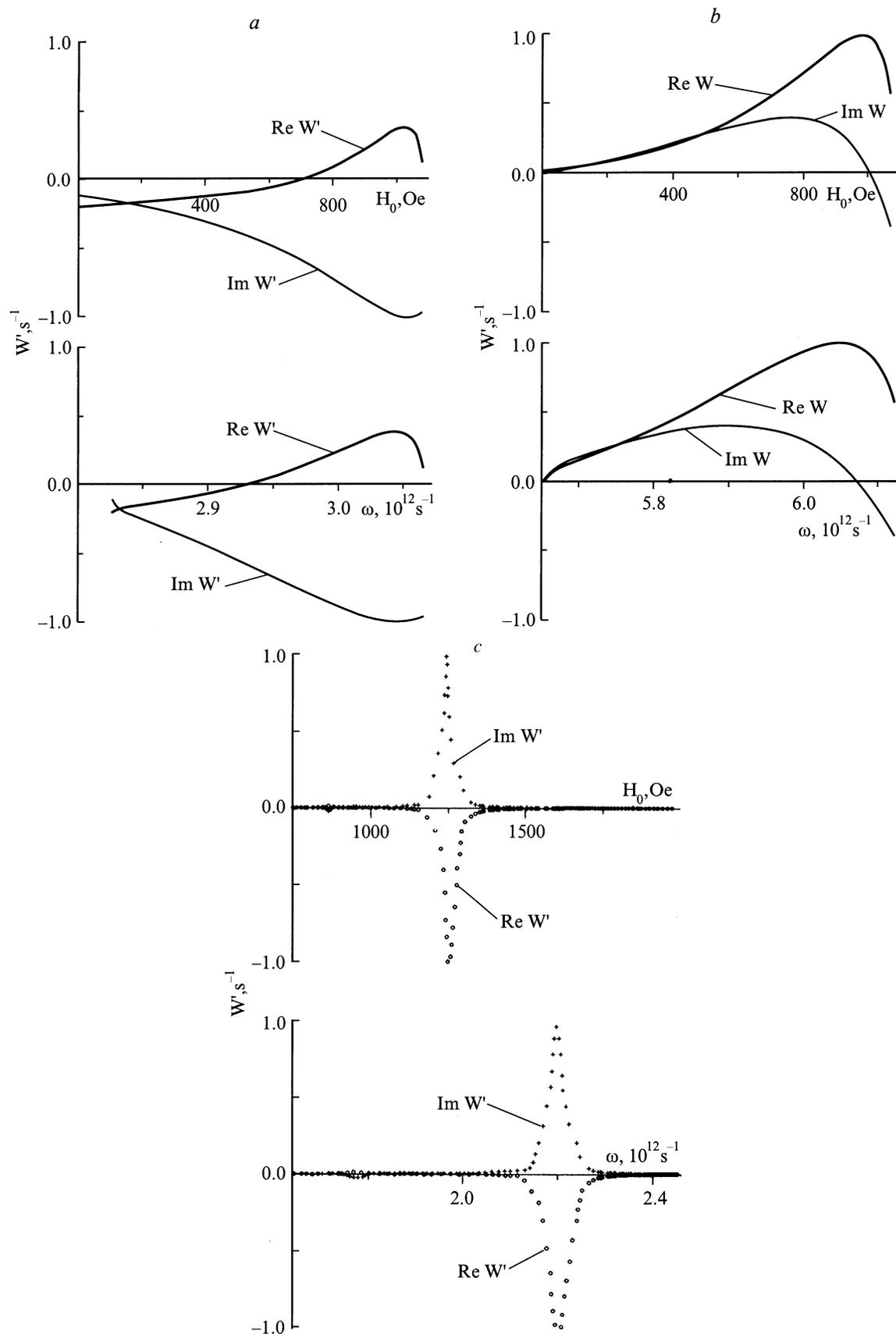


Рис. 3. Зависимости нелинейных коэффициентов от частоты и магнитного поля. *a* — для кривой 7 (первая гармоника) на рис. 1, *b* — для второй гармоники кривой 7 на рис. 1, *c* — для кривой 5 на рис. 1.

возбуждение, происходящее при взаимодействии первых гармоник, распространяющихся в противоположных направлениях. Показано, что изменение амплитуд первой и второй гармоник связано с несколькими резонансными явлениями: циклотронным резонансом, брэгговским резонансом и нелинейным резонансом. "Конкуренция" между данными типами резонансов приводит к сложным зависимостям нелинейных коэффициентов от частоты и магнитного поля. Особое внимание следует обратить на то, что для полупроводниковой сверхрешетки, помещенной в магнитное поле, эффективность генерации гармоник зависит от величины магнитного поля: так, в точке циклотронного резонанса наблюдается значительное увеличение взаимодействия волн.

- [23] *Басс Ф.Г., Булгаков А.А., Тетервов А.П.* Высокочастотные свойства полупроводников со сверхрешетками. М.: Наука, 1989. 287 с.
- [24] *Булгаков А.А., Шрамкова О.В.* // РЭ. 2001. Т. 46. Вып. 2. С. 236–240.

Список литературы

- [1] *Моисеевко В.Н., Гречук Т.З., Носенко А.Е., Антоненко М.М.* // ФТТ. 1996. Т. 38. Вып. 11. С. 3343–3344.
- [2] *Kador L., Braun M., Allakhverdiev K.R., Salaev E.Yu.* // Opt. Commun. 1997. Vol. 143. N 1–3. P. 62–66.
- [3] *Allakhverdiev K.R., Ismailov F., Kador L., Braun M.* // Sol. St. Commun. 1997. Vol. 104. N 1. P. 1–3.
- [4] *Martorell Jordi, Vilaseca R., Corbalan R.* // Appl. Phys. Lett. 1997. Vol. 79. N 6. P. 702–704.
- [5] *Yoo Jeong-Geun, Choi Suk-Won, Hoshi Hajime et al.* // Jap. Appl. Phys. 1997. Vol. 36. N 6. P. L1168–L1171.
- [6] *Акципетров О.А., Воротилов К.А., Климкин Д.А. и др.* // ФТТ. 1996. Т. 38. Вып. 10. С. 3101–3107.
- [7] *Любчанский И.И.* // ФТТ. 1995. Т. 37. Вып. 6. С. 1812–1818.
- [8] *Hoshi H., Manaka T., Ishikawa K., Takezoe H.* // Jap. J. Appl. Phys. 1. Regul. Pap. Notes Rev. Pap. 1997. Vol. 36. N 10. P. 6403–6404.
- [9] *Zayats A., Vinogradov E., Keller O. et al.* // Proc. SPIE. Int. Soc. Opt. Eng. 1996. Vol. 2801. P. 115–123.
- [10] *Scalora V., Bloemer M.J., Manka A.S. et al.* // Phys. Rev. A. 1997. Vol. 506. N 40. P. 3166–3174.
- [11] *Azarenkov N.A., Denisenco I.B., Osticov K.N.* // Surf. Rev. Lett. 1995. Vol. 2. N 5. P. 579–585.
- [12] *Tomaru S., Watanabe T., Hikita M. et al.* // Appl. Phys. Lett. 1996. Vol. 68. N 13. P. 1760–1762.
- [13] *Vilaseca R., Trull J., Martorell J., Corbalan R.* // Proc. SPIE–Int. Soc. Opt. Eng. 1996. Vol. 2801. P. 108–114.
- [14] *Силин В.П.* // ЖЭТФ. 2000. Т. 117. Вып. 5. С. 926–931.
- [15] *Пожар В.Э., Чернозатонский Л.А.* // ФТТ. 1985. Т. 27. В. 3. С. 682–685.
- [16] *Бломберген Н.* Нелинейная оптика М.: Мир, 1966. С. 424.
- [17] *Вильгельмссон Х., Вейланд Я.* Когерентное нелинейное взаимодействие волн в плазме. М.: Энергоиздат, 1981. С. 224.
- [18] *Галеев А.А., Карпман В.И.* // ЖЭТФ. 1963. Т. 44. Вып. 2. С. 592–602.
- [19] *Bulgakov A.A., Bulgakov S.A., Vazquez L.* // Phys. Rev. E. 1998. Vol. 58. N 5. P. 7887–7898.
- [20] *Булгаков А.А., Шрамкова О.В.* ФТП. 2001. Т. 35. Вып. 5. С. 578–585.
- [21] *Хартман Ф.* Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Мир, 1966. 490 с.
- [22] *Булгаков А.А., Харкина С.И., Яковенко В.М.* // ФТТ. 1980. Т. 22. Вып. 8. С. 2536–2538.