05.1

# О неустойчивости однородного пластического течения и локализации деформации в структурно-неоднородных средах

© В.Ф. Бадаева, П.П. Каминский, Ю.А. Хон

Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск

Поступило в Редакцию 2000 г.

Изменения внутренней структуры в деформируемой среде описываются дополнительными по отношению к плотностям дефектов кинетическими переменными — параметрами порядка, связанными с коллективными модами макроскопической пластической деформации. Кинетические уравнения для двух параметров порядка представляют систему нелинейных уравнений реакционно-диффузионного типа. Показано, что неустойчивость однородного решения относительно неоднородных возмущений внутренней структуры возникает в том случае, когда характерные длины изменения параметров порядка существенно различаются.

Локализация макроскопической деформации, завершающая стадию однородного пластического течения, относится к числу отличительных особенностей необратимого формоизменения твердых тел. Дальнейшая деформация при сохранении условий деформирования происходит в основном за счет изменений внутренней структуры в зоне локализации. Локализация деформации сопровождается образованием шейки при растяжении образца, накоплением несплошностей и последующим разрушении образца. Во многом благодаря этому обстоятельству выяснению механизмов и построению моделей локализации деформации посвящено большое число работ (см., например, [1–7]), в которых рассмотрены основные закономерности ее протекания. Отметим некоторые из них.

Локализация макроскопической деформации происходит в материалах, имеющих самую различную внутреннюю структуру. Ими могут быть монокристаллы, поликристаллы, субмикрокристаллические и аморфные материалы и пр. Механизмы и соответствующие им моды однородной пластической деформации также могут быть самыми различными. Например, в монокристаллах ГЦК металлов — это сдвиги по двум сопряженным кристаллографическим системам плоскостей скольжения [1]. В субмикрокристаллической меди доминирующими являются недислокационные механизмы, обусловленные возникновением пластиноподобных мезополос толщиной порядка $10\,\mu$m [7]. В любом случае до момента локализации деформации действуют, как минимум, две моды деформации. При этом изменения внутренней структуры происходят в объемах, характерные размеры которых меняются от долей микрона до размером образца в целом, и носят коллективный характер [1].

В зоне локализованной деформации по мере увеличения степени деформирования внутренняя структура может претерпевать ряд качественных изменений, приводя к стадийности кривой пластического течения [8]. При этом на каждой стадии действуют, как минимум, две моды деформации. В работе [1] подчеркнуто, что в рамках только дислокационных моделей задача о локализации макроскопической деформации в кристаллах решена быть не может. Имеются веские основания полагать, что точечные дефекты, в особенности вакансии, играют важную роль [9]. И вклад диффузионных процессов в пластическую деформацию кристаллов нельзя считать малым даже при относительно низких температурах. При этом моды деформации, связанные с движением точечных дефектов, являются аккомодационными по отношению к сдвигам по плоскостям скольжения (как кристаллографическим, так и не кристаллографическим) [7]. Внутренняя структура меняется таким образом, что становится возможным вязкое течение материала без существенного упрочнения [1].

Таким образом, как на стадии однородного, так и на стадии локализованного течения изменения внутренней структуры осуществляются, как минимум, двумя модами деформации. Каждая из них характеризуется длиной, на которой происходят изменения внутренней структуры, временем этих изменений. Возникает вопрос о том, каковы должны быть соотношения между указанными величинами, при которых однородное пластическое течение становится неустойчивым относительно неоднородных возмущений внутренней структуры. Поскольку явление локализации деформации наблюдается во всех системах независимо от их внутренней структуры, следует ожидать, что ответ на этот вопрос может быть получен в общем виде. Одному из вариантов решения этой задачи посвящена настоящая работа.

Изменения внутренней структуры, благодаря которым и протекает пластическая деформация, всегда происходят в локальных зонах концентраторов напряжений (ЗКН) [10]. Назовем для определенности данные ЗКН активными. Механизмы микроскопической пластической деформации в активных зонах могут быть самыми различными, например: генерация и эволюция ансамблей дефектов кристаллической решетки, диффузия атомов, структурные и фазовые превращения, переориентация зерен и их смещение друг относительно друга в поликристаллах, образование пор, микротрещин и ряд других. При заданной температуре и скорости макроскопической деформации в каждой ЗКН действует та совокупность связанных между собой механизмов и соответственно мод деформации, которая обеспечивает требуемое изменение формы образца при наименьшем внешнем напряжении. Пространственное распределение активных зон определяет характер, а их число — локальное значение макроскопической пластической деформации. При однородной деформации плотность активных зон в каждой точке образца одна и та же, т. е. их однородное распределение устойчиво относительно любых малых возмущений. Переход к локализованной деформации означает, что однородное распределение активных зон становится неустойчивым относительно неоднородных возмущений их плотности. Таким образом, в качестве переменных, описывающих макроскопическую пластическую деформацию, целесообразно выбрать концентрации активных ЗКН [11]. По своему смыслу эти переменные являются параметрами порядка. Число параметров порядка определяется доминирующими модами пластической деформации. Ограничимся в дальнейшем рассмотрением двух параметров порядка $p$ и $q$.

Уравнения для параметров порядка представляют собой обычные уравнения баланса для числа частиц, которые можно представить в виде [11]

$$t_p \partial p/\partial t = P(p, q, \tau/\tau_p, \tau/\tau_q) + l_p^2 \Delta p, \tag{1}$$

$$t_q \partial q/\partial t = Q(p, q, \tau/\tau_p, \tau/\tau_q) + l_q^2 \Delta q. \tag{2}$$

Здесь $t$ — время, $t_p$, $t_q$ — характерные времена, а $l_p$, $l_q$ — длины изменения параметров порядка $p$ и $q$ соответственно. Параметр $\tau$ в нелинейных функциях источников $P$ и $Q$ представляет собой локальное значение напряжения; $\tau_p$, $\tau_q$ — характерные напряжения, при которых возбуждаются моды деформации, связанные с параметрами порядка $p$ и $q$ соответственно. Характерные длины $l_P = (D_P t_P)^{1/2}$ и $l_Q = (D_Q t_Q)^{1/2}$

в (1), (2) определяются коэффициентами переноса $D_P$, $D_Q$. Таким образом, запись уравнений баланса для числа частиц в виде (1), (2) предполагает, что плотности потоков параметров порядка пропорциональны градиентам последних. Множители перед градиентами — коэффициенты переноса отражают случайный характер изменения внутренних напряжений в зонах концентрации напряжений в структурно-неоднородных средах.

Решения уравнений $p = p(\mathbf{r}, t, \tau/\tau_p, \tau/\tau_q)$, $q = q(\mathbf{r}, t, \tau/\tau_p, \tau/\tau_q)$ (здесь $\mathbf{r}$ — радиус-вектор рассматриваемой точки образца) определяют пространственные и временны́е распределения компонент тензора макроскопической пластической деформации при различных значениях напряжения и условиях нагружения. Уравнения (1), (2) хорошо известны в теории автоволновых процессов и самоорганизации в физических, химических, биологических системах. По этой причине возможные типы решений для кинетических переменных достаточно подробно исследованы [12]. Введение параметров порядка, по существу, сводит описание локализации пластического течения к анализу сценариев самоорганизации в деформируемой среде при изменении управляющего параметра — напряжения. Дальнейший анализ будет проведен для идеально однородной среды, то есть среды, в которой отсутствуют макроскопические неоднородности структуры, а напряжения в каждой точке остаются одними и теми же.

При $\tau \ll \tau_p$, $\tau \ll \tau_q$ деформация является упругой, структурных изменений в ЗКН не происходит, поэтому единственным решением должно быть $p = q = 0$. Кроме того, это решение должно быть устойчивым относительно всех видов малых возмущений. Поэтому производные $P'_p \equiv \partial P/\partial p$, $Q'_q \equiv \partial Q/\partial q$ в этой точке должны быть отрицательными. Наличие стадии однородной пластической деформации означает, что при напряжении $\tau_0/\tau_p \approx \tau_0/\tau_q \approx 1$ имеется, по крайней мере, еще одно однородное решение $p_h > 0$, $q_h > 0$. Значения $p_h$, $q_h$ находятся из решения системы уравнений $P = Q = 0$. Устойчивость решения в точке $p_h$, $q_h$ относительно малых возмущений $\delta p$, $\delta q \propto \exp(-\gamma t + l\mathbf{kr})$ ($\mathbf{k}$ — волновой вектор) определяет характер деформации. Условие устойчивости относительно малых однородных возмущений ($\operatorname{Re}\gamma > 0$, $k = 0$) имеет вид

$$t_q P'_p + t_p Q'_q < 0, \tag{3}$$

$$P'_p Q'_q - P'_q Q'_p > 0. \tag{4}$$

Производные вычисляются в точках $p_h$, $q_h$.

Неустойчивость однородного решения относительно малых неоднородных возмущений при изменении напряжения (неустойчивость Тьюринга) имеет место тогда, когда помимо неравенства (3), (4) выполняется неравенство

$$k^4 l_p^2 l_q^2 - (l_q^2 P'_p + l_p^2 Q'_q) k^2 + P'_p Q'_q - P'_q Q'_p < 0. \tag{5}$$

Для этого одна из производных, например $Q_q$, должна быть положительной, а $P'_p$ — отрицательной. Значения волнового вектора лежат в интервале

$$k_0^2 - D^{1/2} \leqslant k^2 \leqslant k_0^2 + D^{1/2}, \tag{6}$$

где $D$ — дискриминант квадратного относительно $k^2$ уравнения (5),

$$k_0^2 = (l_q^2 P'_p + l_p^2 Q'_q)/2 l_p^2 l_q^2. \tag{7}$$

Из условия положительности $D$ вытекает, что производная $Q'_q$ должна удовлетворять неравенству

$$Q'_q > -\varepsilon^2 P'_p + 2\varepsilon (P'_p Q'_q - P'_q Q'_p)^{1/2}, \tag{8}$$

где $\varepsilon = l_q/l_p = (D_Q t_Q / D_P t_P)^{1/2}$.

Неравенство (8) выполняется тем легче, чем меньше величина $\varepsilon$. Другими словами, локализации деформации способствуют те моды деформации, для которых $D_Q \ll D_P$ при $t_Q \approx t_P$, либо $t_Q \ll t_P$ при $D_Q \approx D_P$ или $D_Q t_Q \ll D_P t_P$. Причина неустойчивости состоит в том, что на длинах $l_q \ll l_p$ параметр $p$ меняется слабо, а малые возмущения $\delta q$ при $Q'_q > 0$ нарастают [12]. В результате на расстояниях порядка $l_q$ происходит резкое нарастание переменной $q$.

Выполнение неравенства (6) зависит от размеров образца. Действительно, с точностью до постоянного множителя, зависящего от граничных условий, для образца в форме параллелепипеда,

$$k^2 \approx (m^2/X^2 + n^2/Y^2 + i^2/Z^2), \tag{9}$$

где $m$, $n$, $i$ — целые числа, меняющиеся от нуля до бесконечности, $X$, $Y$, $Z$ — длина, ширина и толщина образца соответственно. При $X \gg Y$, $X \gg Z$ и фиксированном значении $k^2 = k_0^2$ условие (9) может выполняться лишь при $n = i = 0$. Значению $m = 1$ соответствует одна полоса локализованной деформации. При уменьшении $X$ ниже некоторого критического значения условие (9) выполняться не будет. Поэтому локализации деформации при прежних значениях $l_q$, $l_p$ не произойдет.

Таким образом, физической причиной неустойчивости однородного пластического течения и локализации деформации в структурно-неоднородных средах является появление при напряжении $\tau > \tau_0$ таких механизмов и соответствующих им мод деформации, для которых характерные длины изменения внутренней структуры существенно различаются. К их числу можно отнести, например, моды деформации, одна из которых связана со сдвигами по определенной системе плоскостей скольжения, а другая — с диффузией атомов. При этом высокая концентрация вакансий возникает вследствие пересечения дислокаций под действием внешнего напряжения [1]. Все другие моды либо реализуются при более высоких значениях напряжения, либо имеют бо́льшие характерные времена процессов изменения внутренней структуры.

В заключение отметим, что условия локализации деформации (5) получены для идеально однородного состояния. Между тем наличие малых неоднородностей системы может радикально изменить сценарии самоорганизации, приводя к появлению локализованных структур при напряжениях, меньших напряжения расслоения однородного состояния [12]. Анализ условий возникновения таких структур требует отдельного рассмотрения.

Авторы благодарны Е.Е. Слядникову за обсуждение работы.

## Список литературы


[1] *Альшиц В.И., Бережкова Г.В.* // Физическая кристаллография. Сб. науч. трудов. М.: Наука, 1992. С. 129–151.

[2] *Nabarro F.R.N.* // Strength of metalls and alloys (ICSMA-7). I.: Pergamon press, 1986. V. 3. P. 1667–1700.

[3] *Cowie J.C., Tuller F.R.* // Mater. Sci. And Eng. 1987. V. 95. N 1. P. 93–99.

[4] *Pampillo C.A., Polk D.E.* // Acta met. 1974. V. 22. N 6. P. 741–749.

[5] *Argon A.S.* // Glass Sci. and Technol. 1980. V. 5. P. 79–132.

[6] *Бенгус В.З., Табачникова Е.Д., Гайко* и др. // Металлофизика. 1986. Т. 8. № 5. С. 3–7.

[7] *Панин В.Е., Деревягина Л.С., Валиев Р.З.* // Физическая мезомеханика. 1999. Т. 2. № 1-2. С. 89–95.

[8] *Конева Н.А., Козлов Э.В.* // Изв. вузов. Физика. 1990. Т. 33. № 2. С. 89–106.

[9] *Mecking H., Estrin Y.* // Scr. Met. 1980. V. 14. N 7. P. 815–819.
[10] *Панин В.Е.* // Физическая мезомеханика. 1998. Т. 1. № 1. С. 4–22.
[11] *Каминский П.П., Хон Ю.А.* // Физическая мезомеханика. 2000 (в печати).
[12] *Кернер Б.С., Осипов В.В.* // УФН. 1990. Т. 160. В. 9. С. 2–73.