Брэгговские солитоны в структурах с квантовыми ямами

© М.М. Воронов, Е.Л. Ивченко

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,
194021 Санкт-Петербург, Россия

E-mail: ivchenko@coherent.ioffe.ru

(Поступила в Редакцию 9 сентября 2004 г.)

Теоретически исследуется распространение солитонных импульсов в периодической структуре с квантовыми ямами с периодом, близким к половине длины волны света на частоте экситонного резонанса. Учтены различные виды экситонной нелинейности, характерные для квантовой ямы: нелинейности типа P^3 и EP^2, а также биэкситонная нелинейность. Изучены характерные особенности солитона в каждом из рассматриваемых случаев. Проанализировано влияние рассогласования показателей преломления материалов барьера и квантовой ямы на параметры солитона. Солитонные решения нелинейных уравнений Максвелла–Блоха сравниваются с их решениями в виде плоских волн.

Работа поддержана министерством науки и образования РФ и грантом Российского фонда фундаментальных исследований.

В настоящее время физика фотонных кристаллов оформилась в самостоятельную область твердотельной оптической спектроскопии, в которой активно проводятся фундаментальные исследования, а также технологические поиски и разработки будущих технических применений. Различают трех-, двух- и одномерные фотонные кристаллы, в зависимости от того, в трех, двух или одном измерениях модулирована диэлектрическая проницаемость среды. Простейшей реализацией одномерного фотонного кристалла является периодическая структура $\ldots A/B/A/B \ldots$, состоящая из двух материалов A и B с разными показателями преломления. Периодические структуры с полупроводниковыми квантовыми ямами и, в частности, резонансные брэгговские структуры представляют особый класс резонансных одномерных фотонных кристаллов, в которых нормальными волнами являются экситонные поляритоны [1–8]. Большинство работ по исследованию резонансных брэгговских структур проводилось в области линейной оптики. Однако изучались и нелинейные оптические явления в таких структурах: вырожденное четырехволновое смешивание [9] и подавление сверхизлучательного сигнала отражения с ростом интенсивности падающего света [10].

В настоящей работе изучаются нелинейные свойства резонансных брэгговских и квазибрэгговских структур с точки зрения возможности распространения в них солитонных импульсов. В широком смысле речь идет о явлениях самоиндуцированной прозрачности [11], которые могут наблюдаться в указанных структурах с квантовыми ямами. С этой целью ищутся и анализируются решения нелинейной системы уравнений Максвелла–Блоха. Последовательно учитывается три различных механизма нелинейности системы. Показано, что при учете каждого из них возникает солитонное решение, аналогичное тому, которое ранее рассматривалось для объемного полупроводника [12] либо для периодической структуры с двухуровневыми системами [13–15]. Наряду с солитонными решениями находим также решения нелинейных уравнений Максвелла–Блоха в виде плоских волн. Анализ таких решений позволяет понять связь между видом солитона и типом нелинейности системы.

1. Уравнения Максвелла–Блоха для экситонов в брэгговской структуре

Изучается распространение электромагнитного излучения вдоль главной оси z периодической гетероструктуры с периодом $d = a + b$, включающим ширину квантовой ямы a и ширину барьера b. Предполагается, что (а) фоновые диэлектрические проницаемости ε_a, ε_b материалов квантовой ямы и барьера различны, но рассогласование $|\varepsilon_a - \varepsilon_b|$ мало по сравнению со средним значением $\bar{\varepsilon} = (\varepsilon_a a + \varepsilon_b b)/d$, (б) брэгговская частота периодической структуры

$$\omega_B = \pi c/(\bar{n} d), \tag{1}$$

где $\bar{n} = \sqrt{\bar{\varepsilon}}$, близка к резонансной частоте экситона ω_0 в изолированной квантовой яме и (в) несущая частота световой волны лежит в окрестности частот $\omega_0 \approx \omega_B$. При этих условиях связь между индукцией и напряженностью электрического поля можно представить в виде

$$\mathbf{D}(z,t) = [\bar{\varepsilon} + \Delta\varepsilon_1 \cos(2kz)]\mathbf{E}(z,t) + 4\pi \sum_j \mathbf{P}_j^{\text{exc}}(z,t). \tag{2}$$

Здесь $\mathbf{P}_j^{\text{exc}}(z,t)$ — диэлектрическая поляризация, индуцируемая экситоном, возбужденным в j-й яме, $j = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$, $k = \pi/d$, $\Delta\varepsilon_1 = 2(\varepsilon_a - \varepsilon_b)a/d$. Учитывая слабое рассогласование диэлектрических констант ε_a и ε_b, мы разложили фоновую диэлектрическую проницаемость в ряд Фурье и сохранили в (2) только два первых члена разложения. В силу аксиальной симметрии системы можно считать, что все поля одинаково поляризованы, и вместо векторных использовать скалярные величины E, P_j^{exc} и т.д.

Учитывая, что ширина ямы мала по сравнению с периодом структуры, можно пренебречь координатной зависимостью электрического поля в пределах квантовой ямы и записать экситонный вклад в поляризацию в виде суммы δ-вкладов

$$P^{\text{exc}}(z,t) = \sum_j \delta(z-jd) \int P_j^{\text{exc}}(z',t)dz'. \qquad (3)$$

С учетом обратного когерентного рассеяния электрическое поле $E(z,t)$ может быть представлено в виде суперпозиции двух типов волн, распространяющихся в прямом ($>$, вдоль оси z) и обратном ($<$) направлениях,

$$E(z,t) = \left[\mathscr{E}_>(z,t)e^{ikz} + \mathscr{E}_<(z,t)e^{-ikz}\right] e^{-i\omega_B t} + \text{c.c.} \qquad (4)$$

В настоящей работе используется допущение о медленно меняющихся огибающих электрического поля: предполагаем, что выполнены неравенства

$$\left|\frac{\partial \mathscr{E}_>}{\partial z}\right| \ll k|\mathscr{E}_>|, \quad \left|\frac{\partial \mathscr{E}_>}{\partial t}\right| \ll \omega_B|\mathscr{E}_>|$$

и аналогичные неравенства для $\mathscr{E}_<$. Перепишем поляризацию (3) в виде

$$P^{\text{exc}}(z,t) = d\sum_j (-1)^j P_j^{\text{exc}}(t)\delta(z-jd)e^{-i\omega_B t} + \text{c.c.}, \qquad (5)$$

где для удобства вынесены общий множитель d и множитель $(-1)^j$ под знаком суммы. Уравнение, связывающее $P_j^{\text{exc}}(t)$ с амплитудой электрического поля в j-й квантовой яме, можно представить в виде

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + i(\omega_0 - \omega_B) + \Gamma\right] P_j^{\text{exc}}(t) = i\mu\Gamma_0\,\mathscr{E}_+(jd,t) + iF_{NL,j}(t). \qquad (6)$$

Здесь Γ_0, Γ — излучательное и безызлучательное затухания экситона в изолированной квантовой яме, $\mu = \bar{\varepsilon}/(2\pi^2)$,

$$\mathscr{E}_+(jd,t) = \mathscr{E}_>(jd,t) + \mathscr{E}_<(jd,t),$$

где $F_{NL}(t)$ — нелинейный вклад в неоднородный член уравнения для $P_j^{\text{exc}}(t)$.

Будем рассматривать два типа экситонной нелинейной поляризации в квантовой яме, а именно нелинейность типа EP^2, характерную для простой двухуровневой системы, и типа P^3 — как для классического ангармонического осциллятора. Кроме того, учтем биэкситонный механизм нелинейности. Тогда выражение для нелинейного вклада в уравнение (6) примет вид

$$F_{NL,j}(t) = \left|P_j^{\text{exc}}(t)\right|^2 \left[\beta_1 P_j^{\text{exc}}(t) + \beta_2\mathscr{E}_+(jd,t)\right] + \gamma_{\text{bi}} B_j(t)\,\mathscr{E}_+^*(jd,t), \qquad (7)$$

где β_1, β_2 — некоторые вещественные коэффициенты, B — амплитуда биэкситонной волновой функции, коэффициент γ_{bi} пропорционален матричному элементу индуцированного перехода из экситона в биэкситон. Функция $B_j(t)$ удовлетворяет уравнению

$$\left\{\frac{\partial}{\partial t} + i\left[2(\omega_0 - \omega_B) - \delta_{\text{bi}}\right] + \Gamma_{\text{bi}}\right\} B_j(t) = i\gamma_{\text{bi}} P_j^{\text{exc}}(t)\,\mathscr{E}_+(jd,t), \qquad (8)$$

где $\hbar\delta_{\text{bi}} \equiv \varepsilon_{\text{bi}}$ и Γ_{bi} являются соответственно энергией связи и параметром затухания биэкситона. В [16] введена диэлектрическая поляризация экситона $\bar{P}$, усредненная по ширине ямы a. Она превышает в d/a раз используемую здесь поляризацию P_j^{exc}. Поэтому константы β_1, β_2, введенные в [16] и (7), отличаются в $(d/a)^2$ и d/a раз. Необходимо отметить, что диэлектрическая поляризация P_j, связанная с возбуждением экситона и биэкситона в j-й яме, включает два слагаемых P_j^{exc} и P_j^{bi}. Первое слагаемое удовлетворяет уравнению (6), а второе имеет вид

$$P_j^{\text{bi}}(t) = \frac{\gamma_{\text{bi}}}{\mu\Gamma_0} B_j(t) P_j^{\text{exc}*}(t) \qquad (9)$$

и обусловлено распадом биэкситона на экситон и фотон.

В настоящей работе изучаются световые волны, у которых масштаб пространственного изменения полей $\mathscr{E}_>$, $\mathscr{E}_<$ и поляризации P_j^{exc} превышает период структуры d, что позволяет перейти от дискретных наборов $P_j^{\text{exc}}(t)$, $B_j(t)$ к непрерывным функциям $\mathscr{P}(z,t)$, $\mathscr{B}(z,t)$. Тогда уравнения Максвелла-Блоха можно свести к следующей системе уравнений:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{c^2}{\bar{n}^2}\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\mathscr{E}_+(z,t) = \frac{4\pi\omega_B}{\bar{n}^2}\left(i\,\frac{\partial\mathscr{P}(z,t)}{\partial t} - \omega_1\mathscr{P}\right) - \omega_1^2\,\mathscr{E}_+,$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{c^2}{\bar{n}^2}\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\mathscr{E}_-(z,t) = -i\,\frac{4\pi\omega_B}{\bar{n}^2}\,\frac{c}{\bar{n}}\,\frac{\partial\mathscr{P}(z,t)}{\partial z} - \omega_1^2\,\mathscr{E}_-,$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + i(\omega_0 - \omega_B) + \Gamma\right]\mathscr{P}(z,t) = i\mu\Gamma_0\,\mathscr{E}_+(z,t) + iF_{NL}(z,t), \qquad (10)$$

где $\mathscr{E}_- = \mathscr{E}_> - \mathscr{E}_<$ и $\omega_1 = \Delta\varepsilon_1\omega_B/4\bar{n}^2$.

2. Солитоны в резонансной брэгговской структуре

В данном разделе пренебрежем рассогласованием диэлектрических проницаемостей, полагая $\varepsilon_a = \varepsilon_b \equiv n^2$ (или $\Delta\varepsilon_1 = 0$), и рассмотрим резонансную брэгговскую структуру, удовлетворяющую условию

$$\frac{\omega_0 n}{c}\, d = \pi. \tag{11}$$

Кроме того, пренебрежем нерадиационным затуханием Γ и учтем только нелинейность типа P^3, описываемую в (7) коэффициентом β_1. Тогда уравнение для поляризации примет вид

$$\frac{\partial \mathscr{P}(z,t)}{\partial t} = i\mu\Gamma_0\,\mathscr{E}_+(z,t) + i\beta_1\big|\mathscr{P}(z,t)\big|^2\mathscr{P}(z,t). \tag{12}$$

В отсутствие нелинейности решения уравнений Максвелла–Блоха представляют собой плоские волны

$$\mathscr{E}_\pm(z,t),\,\mathscr{P}(z,t) \propto e^{-i(\omega-\omega_0)t + iKz} \tag{13}$$

с ω и K, удовлетворяющими дисперсионному уравнению [3]

$$(\omega-\omega_0)^2 = \Delta_0^2 + \left(\frac{cK}{n}\right)^2$$

или

$$\omega = \omega_0 \pm \sqrt{\Delta_0^2 + \left(\frac{cK}{n}\right)^2},$$

где $\Delta_0 = \sqrt{2\omega_0\Gamma_0/\pi}$ — половина запрещенной зоны в спектре экситонных поляритонов в резонансной брэгговской структуре. Заметим, что согласно (4) здесь K есть волновой вектор, отсчитываемый относительно точки экстремума $k = \pi/d$ на границе зоны Бриллюэна периодической структуры. С учетом нелинейности имеются решения вида (13) с амплитудой, не зависящей от z и t. Дисперсионное уравнение для таких волн

$$(\omega-\omega_0)^2 = \Delta_0^2\,\frac{\omega-\omega_0}{\omega-\omega_0+\beta_1|\mathscr{P}|^2} + \left(\frac{cK}{n}\right)^2 \tag{14}$$

зависит от квадрата модуля амплитуды $|\mathscr{P}|^2$. В результате внутри щели $2\Delta_0$ возникает разрешенная минизона, как в квазибрэгговской структуре с $\omega_0 \neq \omega_B$ [5].

Покажем, что с учетом нелинейности P^3 возникают также солитонные решения, ограниченные в пространстве, т.е. затухающие при $z \to \pm\infty$ и распространяющиеся с конечной скоростью с сохранением формы. С этой целью положим, что электрическое поле и диэлектрическая поляризация зависят от одной переменной $x = t - (z/V)$, где V — скорость солитона. Выражая с помощью первого уравнения (10) электрическое поле в виде

$$\frac{d\,\mathscr{E}_+(x)}{dx} = i\,\frac{4\pi\omega_0}{n^2}\,\frac{V^2}{V^2-(c/n)^2}\,\mathscr{P}(x)$$

и подставляя это выражение в уравнение (12), продифференцированное по x, приходим к замкнутому уравнению для поляризации

$$\frac{\partial^2\mathscr{P}}{\partial x^2} - i\beta_1\frac{\partial}{\partial x}\big(|\mathscr{P}|^2\mathscr{P}\big) = \frac{\Delta_0^2 u^2}{1-u^2}\,\mathscr{P}, \tag{15}$$

где введена безразмерная скорость $u = Vn/c$. Это уравнение представляет собой модифицированное нелинейное уравнение Шредингера, аналогичное рассмотренному в [12] для объемного полупроводника. В указанной работе коэффициент в правой части уравнения для $\mathscr{P}$ пропорционален первой степени скорости V, тогда как в (15) зависимость этого коэффициента от V нелинейная, в частности при малых скоростях она квадратичная. В этом проявляется отличие резонансной брэгговской структуры от однородного объемного полупроводника. В соответствии с [12] уравнение (15) имеет солитонное решение

$$\mathscr{P}(x) = e^{i\phi(x)}\sqrt{\frac{2}{x_0|\beta_1|\cosh(x/x_0)}}, \tag{16}$$

$$\phi(x) = -3\,\mathrm{sign}\,\beta_1 \arctan\big(e^{-x/x_0}\big), \quad x_0 = \frac{\sqrt{1-u^2}}{2\Delta_0|u|}. \tag{17}$$

Это решение в равной мере описывает солитоны, распространяющиеся со скоростями $V = uc/n$ и $-V = -uc/n$, т.е. с $x = t - (z/V)$ и $x = t + (z/V)$. Решению (16) отвечает электрическое поле

$$\mathscr{E}_+ = \frac{8\pi\omega_0}{n^2}\,\frac{u^2}{1-u^2}\sqrt{\frac{2x_0}{|\beta_1|}} \times \frac{-\,\mathrm{sign}\,\beta_1 + i\sinh(x/x_0)}{\cosh^{3/2}(x/x_0)}\,e^{i\phi(x)}, \quad \mathscr{E}_- = \frac{1}{u}\,\mathscr{E}_+,$$

откуда получаем

$$\mathscr{E}_> = \frac{1}{2}\,\mathscr{E}_+\left(1+\frac{1}{u}\right), \quad \mathscr{E}_< = \frac{1}{2}\,\mathscr{E}_+\left(1-\frac{1}{u}\right). \tag{18}$$

Скорость распространения солитона и максимальное значение квадрата модуля поляризации (при $x = 0$) связаны между собой соотношением

$$\big|\mathscr{P}\big|^2_{\max} = \frac{4\Delta_0|u|}{|\beta_1|\sqrt{1-u^2}}\,.$$

Очевидно, членами более высоких порядков по $\mathscr{P}$ в уравнении (12) можно пренебречь при условии $\hbar|\beta_1\mathscr{P}^2| \ll \varepsilon_B$, где ε_B — энергия связи экситона. При сопоставимых ε_B и $\hbar\Delta_0$ указанное условие выполняется при $|u| \ll 1$. Поэтому в приведенных выше формулах разность $1-u^2$ можно заменить на единицу.

Отметим, что рассмотренная здесь нелинейность P^3 играет важную роль в гигантском поляритон-поляритонном рассеянии в квантовых микрорезонаторах, наблюдаемом при падении света накачки под определенным углом, называемым „магическим" [17–19].

3. Структуры с различными фоновыми диэлектрическими проницаемостями

Рассмотрим солитонные решения в структурах с различными ε_a и ε_b последовательно при учете нелинейности типа EP^2 и биэкситонной нелинейности.

3.1. Нелинейность типа EP^2. В этом случае уравнение для поляризации имеет вид

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + i(\omega_0 - \omega_B)\right] \mathscr{P}(z,t) = i\mu\Gamma_0 \mathscr{E}_+(z,t) w(z,t), \quad (19)$$

где

$$w(z,t) = 1 - Q^2 \left|\mathscr{P}(z,t)\right|^2, \quad Q^2 = -\beta_2/(\mu\Gamma_0),$$

и предполагается, что $\beta_2 < 0$. Введем безразмерные время $\tau = t/\tau_0$, координату $\xi = \bar{n}z/c\tau_0$, поляризацию $\widetilde{\mathscr{P}}(\xi,\tau) = \sqrt{2}Q\mathscr{P}(\xi,\tau)$ и электрическое поле $\Sigma_\pm(\xi,\tau) = -i\sqrt{2}Q\mu\Gamma_0\tau_0\mathscr{E}_\pm(\xi,\tau)$, где

$$\tau_0 = (\pi/\omega_B\Gamma_0)^{1/2} = \sqrt{2}/\Delta_0. \quad (20)$$

В отличие от рассмотренной выше нелинейности P^3 предложить точное солитонное решение системы (10) с уравнением (19) не удается. Однако в данном случае этого не требуется, поскольку слагаемое EP^2 в правой части (19) есть следующий член разложения по степеням P^2 внешней силы, действующей на экситонный осциллятор, а последующими членами такого разложения можно пренебречь при условии $|\widetilde{\mathscr{P}}|^2 \ll 1$. В пределах такого же приближения для функции w допустима замена

$$1 - (1/2)\left|\widetilde{\mathscr{P}}\right|^2 \to \sqrt{1 - \left|\widetilde{\mathscr{P}}\right|^2} \quad (21)$$

и нелинейность EP^2 для экситона в квантовой яме совпадает с нелинейностью двухуровневой системы. В результате замены (21) у уравнений Максвелла–Блоха появляются точные солитонные решения, так как они полностью сводятся к аналогичным уравнениям для резонансно поглощающего брэгговского отражателя [13–15], который задается периодической фоновой диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(z) = \bar{\varepsilon} + \Delta\varepsilon_1 \cos(\pi z/d)$ и в который встроена с тем же периодом d система тонких слоев, содержащих атомы или квантовые двухуровневые системы с резонансной частотой оптических переходов $\omega_0 \approx \omega_B = \pi c/(d\sqrt{\bar{\varepsilon}})$. В [13] вместо $\bar{\varepsilon}$, ω_0, ω_B использованы ε_0, ω_{12}, ω_{gc}.

Полученная после замены (21) система нелинейных уравнений имеет следующее решение для электрического поля:

$$\Sigma_+(\xi,\tau) = \frac{\Sigma_0 e^{i(\alpha\xi - \Delta\tau)}}{\cosh[\beta(\xi/u - \tau)]}, \quad (22)$$

называемое фазово-модулированным 2π-солитоном [13]. Здесь α, β, Δ — вещественные параметры, Σ_0 — амплитуда, $u = \bar{n}V/c$ — безразмерная скорость солитона. Специфика полупроводниковой структуры проявляется только через установленную в настоящей работе связь (20) между временем τ_0 и излучательным затуханием экситона Γ_0 в изолированной квантовой яме. Из пяти солитонных параметров — Σ_0, α, β, Δ, u — один можно выбрать независимым. Если в качестве свободного параметра взять скорость u, остальные четыре выражаются через u, относительную расстройку от резонанса $\delta = (\omega_0 - \omega_B)\tau_0$ и величину $\eta = \Delta\varepsilon_1(\omega_B\tau_0/4\bar{n}^2)$, пропорциональную рассогласованию диэлектрических констант, следующим образом [20]:

$$\alpha = -\frac{\eta}{2u}\,\frac{1-3u^2}{1-u^2} + \frac{\delta}{2u}, \quad \Delta = \frac{\eta}{2}\,\frac{1+u^2}{1-u^2} + \frac{\delta}{2},$$

$$\beta^2 = \frac{2u^2}{1-u^2} - \frac{1}{4}\left(\eta\,\frac{1+u^2}{1-u^2} - \delta\right)^2, \quad \beta^2 = \frac{|\Sigma_0|^2}{4}. \quad (23)$$

Экситонный вклад в диэлектрическую поляризацию определяется выражением

$$\widetilde{\mathscr{P}}(\xi,\tau) = \left\{iC_1 + C_2 \tanh[\beta(\xi/u - \tau)]\right\}\Sigma_+(\xi,\tau), \quad (24)$$

где

$$C_1 = \frac{\delta - \Delta}{\beta^2 + (\delta - \Delta)^2}, \quad C_2 = \frac{\beta}{\Delta - \delta}\,C_1.$$

При этом

$$\sqrt{1 - \left|\widetilde{\mathscr{P}}\right|^2} = 1 - \frac{\beta^2(1-u^2)}{u^2\cosh^2[\beta(\xi/u - \tau)]}.$$

Для структуры с нелинейностью EP^2 замена (21) допустима и решения (22)–(24) применимы при условии $|\widetilde{\mathscr{P}}|^2 \ll 1$ или $\beta^2(1-u^2) \ll u^2$. Из (23) следует, что безразмерная скорость солитона, удовлетворяющего указанному условию, равна

$$u = \pm\sqrt{\frac{4+\delta^2 - \eta^2 + |\Sigma_0|^2 - 4\sqrt{1+\eta(\delta-\eta) - \eta^2|\Sigma_0|^2/4}}{8 + (\eta+\delta)^2 + |\Sigma_0|^2}}.$$

При малых значениях η, δ и $|\Sigma_0|^2$ имеем

$$u = \pm u_0\left(1 + \frac{|\Sigma_0|^2}{16u_0}\right), \quad u_0 = \frac{|\eta - \delta|}{2\sqrt{2}},$$

$$\alpha = \sqrt{2}\,\mathrm{sign}\left(\frac{\delta - \eta}{u}\right), \quad \Delta = \frac{\eta + \delta}{2},$$

$$C_1 = \frac{2}{\delta - \eta}, \quad C_2 = -\frac{4\beta}{(\delta - \eta)^2}. \quad (25)$$

Отсюда следует также, что рассматриваемое решение применимо только при $|\Sigma_0|^2 \ll (\eta - \delta)^2$.

3.2. Биэкситонная нелинейность. Для резонансной брэгговской структуры $(\omega_0 = \omega_B,\ \varepsilon_a = \varepsilon_b)$ также имеется решение (13) в виде плоской волны

$$\mathscr{E}_+(z,t) \propto e^{-i(\omega-\omega_0)t + iKz}, \quad \mathscr{B}(z,t) \propto e^{-2i(\omega-\omega_0)t + 2iKz}$$

с дисперсионным уравнением

$$(\omega - \omega_0)^2 = \Delta_0^2\left\{\frac{[2(\omega-\omega_0) + \delta_{\mathrm{bi}}](\omega-\omega_0)}{[2(\omega-\omega_0) + \delta_{\mathrm{bi}}](\omega-\omega_0) - \gamma_{\mathrm{bi}}^2|\mathscr{E}_+|^2}\right\}^2 + \left(\frac{cK}{\bar{n}}\right)^2.$$

При $\Delta_0 \gg \delta_{\mathrm{bi}}$ учет нелинейности приводит к окну прозрачности шириной $\gamma_{\mathrm{bi}}^2|\mathscr{E}_+|^2/\Delta_0$ вблизи частоты

$\omega_0 - (\delta_{\rm bi}/2)$. В точности на этой частоте решение представляет собой сфазированные световую и биэкситонную волны с амплитудами, удовлетворяющими условию $\mu\Gamma_0\,\mathscr{E}_+ + \gamma_{\rm bi}\mathscr{B}\mathscr{E}_+^* = 0$, так что поляризации $\mathscr{P}_X \equiv \mathscr{P}^{\rm exc}$ и $\mathscr{P}_{XX} \equiv \mathscr{P}^{\rm bi}$ равны нулю. В данном случае не удалось найти солитонного решения типа (16).

Проанализирована возможность существования фазово-модулированного 2π-солитона в квазибрэгговской структуре с рассогласованными диэлектрическими проницаемостями ε_a и ε_b и при расстройке частот ω_0 и ω_B. При условии слабой нелинейности

$$|P_{XX}| \ll |P_X| \tag{26}$$

и выполнении соотношения

$$\delta_{\rm bi} = 2(\delta - \eta)/\tau_0 \tag{27}$$

системе трех уравнений, состоящей из первого уравнения (10), уравнения

$$\left\{\frac{\partial}{\partial t} + i[2(\omega_0 - \omega_B) - \delta_{\rm bi}]\right\}\mathscr{B}(z,t) = i\gamma_{\rm bi}\mathscr{P}_X\mathscr{E}_+(z,t), \tag{28}$$

и уравнения

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + i(\omega_0 - \omega_B)\right]\mathscr{P}(z,t) = i\mu\Gamma_0\,\mathscr{E}_+(z,t) + i\gamma_{\rm bi}\mathscr{B}\mathscr{E}_+^*(z,t), \tag{29}$$

удовлетворяет поле $\Sigma_\pm(\xi,\tau) \equiv -i\mu\Gamma_0\tau_0\,\mathscr{E}_\pm(\xi,\tau)$ в виде (22), поляризация $\mathscr{P}(\xi,\tau)$ в виде (24) и биэкситонная огибающая

$$\mathscr{B}(\xi,\tau) = \kappa\Sigma_+^2(\xi,\tau). \tag{30}$$

Здесь κ — постоянный коэффициент, выражающийся через скорость u в виде

$$\kappa = \frac{\gamma_{\rm bi}}{4\mu\Gamma_0}\left(\frac{1}{u^2} - 1\right), \tag{31}$$

параметры α, β, Δ удовлетворяют уравнениям (23) или (25), а амплитуда Σ_0 связана с β и скоростью u соотношениями

$$2\beta^2 = \left(\frac{\gamma_{\rm bi}}{\mu\Gamma_0}\right)^2 |\Sigma_0|^2, \quad u = \pm u_0\left[1 + \left(\frac{\gamma_{\rm bi}}{\mu\Gamma_0}\right)^2 \frac{|\Sigma_0|^2}{8u_0}\right], \tag{32}$$

отличающимися коэффициентом при $|\Sigma_0|^2$ от аналогичных выражений в случае нелинейности типа EP^2, см. (23) и (25). Условие (26) выполняется, если $|\gamma_{\rm bi}\kappa\Sigma_0^2/\mu\Gamma_0| \ll 1$.

4. Обсуждение результатов и заключение

Для возникновения солитонных решений в структуре ее толщина должна превышать линейные размеры солитона. Согласно (16) протяженность солитона, образующегося при нелинейности типа P^3, имеет порядок величины

$$L_s = \frac{2cx_0}{n} \approx \frac{c}{n\Delta_0|u|},$$

а для длительности солитонного сигнала в любой фиксированной точке z справедлива оценка $2x_0 = (\Delta_0 u)^{-1}$. В экспериментально изученных брэгговских структурах с квантовыми ямами $CdTe/Cd_xZn_{1-x}Te$ [21] и $Ga_{0.96}In_{0.04}As/GaAs$ [22] радиационное затухание экситона составляет $\hbar\Gamma_0 = 0.12$ и 0.027 meV, откуда получаем для $\hbar\Delta_0$ значения 11 и 5 meV, а для длины $c/(\bar{n}\Delta_0)$ значения $5\cdot10^{-4}$ и 10^{-3} cm соответственно. При $u\sim0.1$ размер солитона составляет $5\cdot10^{-3}$ или 10^{-2} cm, охватывая несколько сотен периодов резонансной брэгговской структуры. Поэтому чтобы солитон начал формироваться в структуре, она должна содержать более ста квантовых ям (в работе [4] число квантовых ям в исследуемых структурах доходило до ста). Аналогичное утверждение относится и к условию формирования рассмотренных фазово-модулированных 2π-солитонов. При этом оценки, сделанные для реальных структур с квантовыми ямами, дают значения $|\eta| \ll 1$ и $|\delta| < 1$, поэтому скорость солитонного импульса действительно оказывается много меньше фазовой скорости и слабо зависит от его амплитуды.

В гетеросистеме с $\varepsilon_a = \varepsilon_b$ резонансная брэгговская структура по определению удовлетворяет условию (11). В этом случае оба параметра η и δ равны нулю. Тогда из (23) следует, что $\beta^2(1-u^2)/u^2 = 2$, т. е. эта величина не мала, и решение (22) для структуры с нелинейностью EP^2 неприменимо. Таким образом, фазово-модулированный 2π-солитон возникает только в квазибрэгговской структуре, у которой в пренебрежении нелинейностью уже имеется узкая разрешенная минизона в области частот ω_0 и ω_B. Различие в проявлении нелинейных членов P^3 и EP^2 в резонансной брэгговской структуре с $\varepsilon_a = \varepsilon_b$ мы связываем с их различным воздействием на решения вида (13) с постоянной амплитудой. Если нелинейность P^3 приводит к образованию разрешенной минизоны в окрестности частоты ω_0 (см. дисперсионное уравнение (14)), нелинейность EP^2 не порождает окна прозрачности для экситонных поляритонов внутри поляритонной щели, а приводит только к ее некоторому сужению

$$2\Delta_0 \to 2\left(1 - |\widetilde{\mathscr{P}}|^2\right)^{1/4}\Delta_0 \approx 2\left(1 - (1/4)|\widetilde{\mathscr{P}}|^2\right)\Delta_0.$$

Из соотношений $|u| \approx |\eta-\delta|/\sqrt{8}$ и $|\Sigma_0|^2 \ll (\eta-\delta)^2$ следует, что при $\eta=\delta$ 2π-солитон не образуется. Если различие между n_a и n_b невелико и $a \ll d$, условие $\eta=\delta$ можно переписать в виде

$$\omega_B = \omega_0\left(1 + \frac{n_b - n_a}{n_b}\,\frac{a}{d}\right), \tag{33}$$

где $n_{a,b} = \sqrt{\varepsilon_{a,b}}$. Это есть не что иное как обобщенное брэгговское условие для структуры с рассогласованными n_a и n_b [23,24]. При его выполнении происходит слияние двух запрещенных минизон, характерных для такой системы, в одну. Это условие можно приближенно написать также в виде $d = \pi c/\omega_0 n_b$. Именно исчезновение в структуре с $\eta = \delta$ окна прозрачности в запрещенной минизоне препятствует формированию солитонов такого типа.

Таким образом, в настоящей работе показано, что в резонансной брэгговской структуре с квантовыми ямами нелинейность P^3 допускает существование солитона (16), а в резонансной квазибрэгговской структуре нелинейность EP^2 и биэкситонная нелинейность приводят к фазово-модулированным 2π-солитонам. Установлена основная причина возникновения солитонных решений — появление фотоиндуцированного окна прозрачности в запрещенной минизоне для экситонных поляритонов в резонансной брэгговской структуре и наличие такого окна в резонансной квазибрэгговской структуре. Полученные результаты могут быть обобщены для одновременного учета двух или трех видов экситонной нелинейности, а также с учетом поляризационной зависимости нелинейного слагаемого F_{NL} в (7) и (10). При этом заранее очевидно, что в формировании циркулярно поляризованных солитонов биэкситонная нелинейность не участвует из-за правил отбора при двухфотонном возбуждении основного состояния биэкситона.

Решение задачи о возбуждении рассмотренных солитонов при падении светового импульса из вакуума на полубесконечную структуру с квантовыми ямами, а также на структуру конечной ширины выходит за пределы данной работы.

В заключение следует подчеркнуть, что для экспериментального обнаружения солитонов наиболее актуальна проблема их устойчивости: необходимо, чтобы нерадиационное затухание экситона Γ и неоднородное уширение экситонной резонансной частоты были заметно меньше обратной длительности солитонного импульса $\Delta_0 u$.

Список литературы

[1] Е.Л. Ивченко. ФТТ **33**, 2388 (1991).
[2] Е.Л. Ивченко, А.И. Несвижский, С. Йорда. ФТТ **36**, 2118 (1994).
[3] E.L. Ivchenko, M. Willander. Phys. Stat. Sol. (b) **215**, 199 (1999).
[4] C. Ell, J.P. Prineas, T.R. Nelson, Jr., H.M. Gibbs, G. Khitrova, S.W. Koch, R. Houdré. Phys. Rev. Lett. **80**, 4795 (1998).
[5] L.I. Deych, A.A. Lisyansky. Phys. Rev. B **62**, 4242 (2000).
[6] T. Ikawa, K. Cho. Phys. Rev. B **66**, 85 338 (2002).
[7] K. Cho, T. Hirai, T. Ikawa. J. Lumin. **100**, 283 (2002).
[8] L. Pilozzi, A. D'Andrea, K. Cho. Phys. Rev. B **69**, 205 311 (2004).
[9] M. Hübner, J. Kuhl, T. Stroucken, A. Knorr, S.W. Koch, R. Hey, K. Ploog. Phys. Rev. Lett. **76**, 4199 (1996).
[10] S. Haas, T. Stroucken, M. Hübner, J. Kuhl, B. Grote, A. Knorr, F. Jahnke, S.W. Koch, R. Hey, K. Ploog. Phys. Rev. B **57**, 14 860 (1998).
[11] S.L. McCall, E.L. Hahn. Phys. Rev. **183**, 457 (1969).
[12] I.B. Talanina. Phys. Lett. A **241**, 179 (1998).
[13] A. Kozhekin, G. Kurizki. Phys. Rev. Lett. **74**, 5020 (1995).
[14] A. Kozhekin, G. Kurizki, B. Malomed. Phys. Rev. Lett. **81**, 3647 (1998).
[15] T. Opatný, B.A. Malomed, G. Kurizki. Phys. Rev. E **60**, 6137 (1999).
[16] Y. Fu, M. Willander, E.L. Ivchenko, A.A. Kiselev. Phys. Rev. B **55**, 9872 (1997).
[17] P.G. Savvidis, J.J. Baumberg, R.M. Stevenson, M.S. Skolnick, D.M. Whittaker, J.S. Roberts. Phys. Rev. Lett. **84**, 1547 (2000).
[18] C. Ciuti, P. Schwendimann, B. Deveaud, A. Quattropani. Phys. Rev. B **62**, 4825 (2000).
[19] A. Kavokin, P.G. Lagoudakis, G. Malpuech, J.J. Baumberg. Phys. Rev. B **67**, 195 321 (2003).
[20] G. Kurizki, A.E. Kozhekin, T. Opatný, B. Malomed. Cond-mat / 0007007.
[21] Y. Merle d'Aubigné, A. Wasiela, H. Mariette, T. Dietl. Phys. Rev. B **54**, 14 003 (1996).
[22] M. Hübner, J.P. Prineas, C. Ell, P. Brick, E.S. Lee, G. Khitrova, H.M. Gibbs, S.W. Koch. Phys. Rev. Lett. **83**, 2841 (1999).
[23] Е.Л. Ивченко, В.П. Кочерешко, А.В. Платонов, Д.Р. Яковлев, А. Вааг , В. Оссау, Г. Ландвер. ФТТ **39**, 2072 (1997).
[24] L. Deych, M. Eremenchouk, E.L. Ivchenko, A. Lisyansky, M.M. Voronov. Phys. Rev. **70**, 195 (2004).