

01;04;11

## **Численное моделирование электрогидродинамической и тепловой неустойчивости жидкой проводящей поверхности в сильном электрическом поле**

© С.А. Баренгольц, Е.А. Литвинов, В.Г. Суворов, И.В. Уйманов

Институт электрофизики УрО РАН, Екатеринбург

E-mail: suvorov@etel.ru

Поступило в Редакцию 28 ноября 2000 г.

Проведено двумерное численное моделирование процессов развития электрогидродинамической и тепловой неустойчивости жидкой проводящей поверхности в сильном электрическом поле. Параллельно с решением уравнения Навье–Стокса решалась задача о разогреве образующегося конуса автоэмиссионным током. Показано, что эволюция свободной поверхности приводит к лавинообразному росту температуры верхушки конуса и, как следствие, к взрывной электронной эмиссии; заметный вклад в разогрев жидкости вносит поверхностный источник энергии (эффект Ноттингама). Используемая методика вычислений, основанная на преобразовании расчетной области к канонической форме, может быть использована для создания динамических моделей работы жидкометаллических источников ионов, а также для анализа взаимодействия плазмы с поверхностью жидкого металла в катодном пятне вакуумной дуги.

Поведение жидкой проводящей поверхности в сильном электрическом поле играет заметную роль во многих физических явлениях (возникновение эмиссионного центра, эктона [1], в катодном пятне вакуумной дуги, появление осцилляций и обрывов тока в жидкометаллических источниках ионов [2] и др.). Моделирование подобных явлений, как правило, требует одновременного решения нескольких связанных между собой задач: расчета динамики жидкости со свободной поверхностью, вычисления электрического поля на поверхности (с учетом влияния эмиссии заряженных частиц), расчета разогрева жидкости под действием проходящего тока и поверхностных источников тепла. Особенностью данных задач является наличие сильной обратной связи

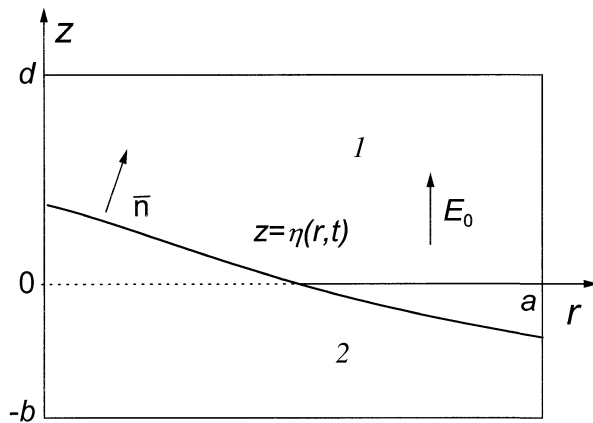
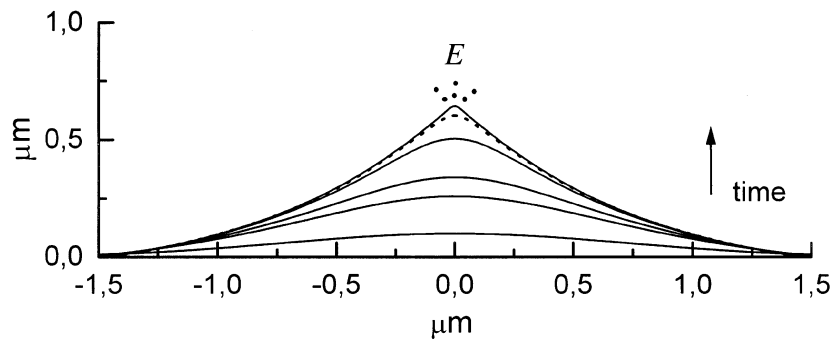


Рис. 1. Геометрия задачи: 1 — вакуум; 2 — жидкий металл.

между формой поверхности и давлением на ней (электростатическим и давлением поверхностного натяжения). Из-за указанной сложности традиционный метод маркеров на сетке (МАС) не может быть эффективно использован для моделирования электрогидродинамических явлений, поэтому необходим поиск и тестирование более подходящих методик. В общем контексте проблемы описания эволюции жидкометаллической поверхности в электрическом поле следует отметить аналитический подход Зубарева [3,4].

В недавних работах [5,6], для расчета течения жидкой проводящей поверхности под действием электрического поля, нами успешно был использован метод преобразования расчетной области к канонической форме [7]. В данной статье мы обобщаем метод в направлении учета разогрева образующегося острия током автоэлектронной эмиссии, т.е. одновременно с расчетом движения жидкости таким же методом решается двумерная задача теплопроводности.

Геометрия задачи имеет осевую симметрию (ось  $z$ ) и изображена на рис. 1. На первом этапе моделировалась эволюция малого возмущения жидкой поверхности галлия в электрическом поле напряженностью, немного превышающей критическую (рис. 2, метод расчета подробно описан в работе [6]). В момент времени, когда поле на вершущке



**Рис. 2.** Эволюция жидкой поверхности галлия во внешнем однородном поле,  $E_0 = 4.8 \cdot 10^8$  V/m. Поверхности последовательно представлены в моменты времени (в ns): 0; 92.9; 104.5; 116.8; 120.2; 120.4. Пунктиром отмечена поверхность в момент времени, с которого начинается расчет тепловой задачи.  $E$  — взрывная электронная эмиссия.

конуса достигало величины, достаточной для автоэлектронной эмиссии (6 V/nm), параллельно с электрогидродинамическими расчетами решалось уравнение теплопроводности в движущейся жидкости:

$$C \frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{c} \nabla T) = \chi \Delta T + \sigma^{-1} j^2; \quad (1)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=0, r=a} = 0; \quad \chi \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{z=\eta(r)} = Q_N; \quad \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=-b} = 0; \quad T(r, t=0) = T_0,$$

где  $C$  — удельная теплоемкость,  $T$  — температура,  $\mathbf{c} = (u, v)$  — скорость,  $\chi$  — теплопроводность,  $\sigma$  — проводимость жидкости;  $j$  — плотность тока внутри жидкости. Данное уравнение описывает разогрев движущейся жидкости автоэмиссионным током за счет двух источников тепла — объемного ( $\sigma^{-1} j^2$  — эффект Джоуля) и поверхностного ( $Q_N$  — эффект Ноттингама [8], который учитывается в качестве граничного условия). Для нахождения зависимости теплофизических характеристик катода ( $C$ ,  $\chi$ ,  $\sigma$ ) от температуры использовались табличные данные [9]; предполагалось, что коэффициент поверхностного натяжения жидкости не зависит от температуры. Плотность автоэмиссионного тока и плотность потока тепла Ноттингама на поверхности вычислялись в

обобщенном (на область высоких температур) приближении Мэрфи–Гуда [10].

Распределение плотности тока внутри катода (в пренебрежении эффектом Томсона) определяется соотношением  $\mathbf{j} = -\sigma \nabla \varphi$ , где  $\varphi$  — потенциал внутри катода. Из условия неразрывности для плотности тока  $\nabla \mathbf{j} = 0$  находим:

$$\nabla[\sigma(T)\nabla\varphi] = 0. \quad (2)$$

На свободной поверхности задается граничное условие ( $n$  — нормаль к поверхности):

$$\sigma(T) \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_{z=\eta} = j_{em}(T, E) \Big|_{z=\eta}. \quad (3)$$

На остальных границах расчетной области используются простейшие условия:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial r} \Big|_{r=0, r=a} = 0; \quad \varphi \Big|_{z=-b} = 0. \quad (4)$$

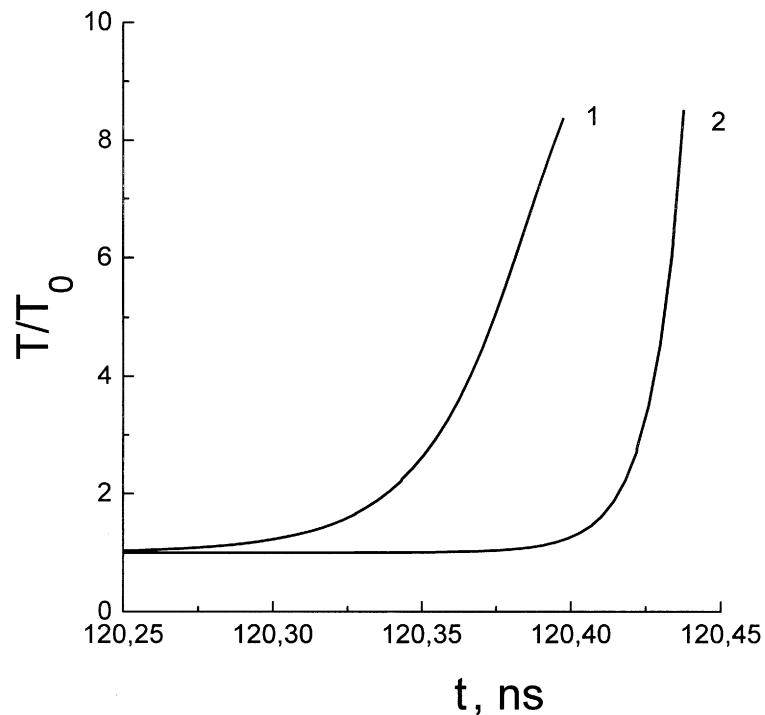
Контур, ограничивающий расчетную область с помощью замены переменных

$$r = r, \quad \xi(r, t) = \frac{z + B}{\eta(r, t) + B} \quad (5)$$

в каждый момент времени отображается на прямоугольник ( $r = 0, r = a, \xi = 0, \xi = 1$ ) в системе  $(r, \xi)$ . Система уравнений (1)–(4) совместно с уравнениями Навье–Стокса записывается в переменных  $(r, \xi)$  и решается стандартными методами на разнесенной сетке [7] (причем давление, температура и электрический потенциал внутри жидкости определяются в одних и тех же точках расчетной сетки).

Задача (1)–(4) для случая разогрева твердотельного ”стационарного” эмиттера автоэмиссионным током была решена в двумерной постановке в работе [11]. В частности, было показано, что в зависимости от начальной плотности тока либо существует режим стабилизации тока и температуры, либо развивается тепловая неустойчивость эмиттера (эмиссионный ток и температура в объеме растут лавинообразно во времени). В последнем случае из-за действия эффекта Ноттинггама максимум температуры лежит внутри эмиттера.

Развитие электрогидродинамической неустойчивости приводит к непрерывному уменьшению радиуса вершины конуса и усилению поля



**Рис. 3.** Зависимость температуры от времени: 1 — с учетом эффекта Ноттинггама; 2 — без учета эффекта Ноттинггама.

на поверхности [5,6], поэтому всегда наблюдается лавинообразный рост температуры (рис. 3). В момент времени, когда температура увеличилась в десять раз, радиус кривизны вершины конуса составлял 3 nm, максимальная плотность тока  $2.5 \cdot 10^{13} \text{ V/m}^2$ , общий ток с поверхности 15 mA. Экспериментально развитие тепловой неустойчивости (а затем и взрывной электронной эмиссии) на поверхности жидкого металла наиболее полно изучалось в работе [12], авторы которой оценивают значение предвзрывного тока на уровне 30 mA. Соотношение между температурой поверхности и электрическим полем на ней во время эволюции острия таково, что поверхностный источник энергии

(эффект Ноттингама) всегда является положительным, т.е. нагревает поверхность. Данное обстоятельство является существенным отличием от случая разогрева твердотельного эмиттера, когда эффект Ноттингама меняет свой знак с положительного (в начальной стадии разогрева) на отрицательный (максимум температуры смещается в глубь катода). На рис. 3 показано сравнение динамики температуры без учета (кривая 1) и с учетом (кривая 2) эффекта Ноттингама. Видно, что в последнем случае тепловая неустойчивость развивается быстрее.

В заключение отметим, что подход, изложенный в данной работе, может быть обобщен для анализа эффектов, возникающих при взаимодействии плазмы с поверхностью жидкого металла в катодном пятне вакуумной дуги.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках проектов № 99-02-18234, № 00-02-17428, а также при поддержке Международного фонда INTAS-РФФИ, проект № IR-97-663.

## Список литературы

- [1] *Месяц Г.А.* Эктоны в вакуумном разряде: пробой, искра, дуга. М.: Наука, 2000. 424 с.
- [2] *Mair G.L.R.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 1988. V. 21. P. 1654–1656.
- [3] *Зубарев Н.М.* // ЖЭТФ. 1998. Т. 114. С. 2043–2054.
- [4] *Зубарев Н.М.* // ЖЭТФ. 1999. Т. 116. С. 1990–2005.
- [5] *Суворов В.Г.* // Письма в ЖТФ. 2000. Т. 26. В. 1. С. 66–70.
- [6] *Suvorov V.G., Litvinov E.A.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 2000. V. 33. P. 1245–1251.
- [7] *Белоцерковский О.М., Гуцин В.А., Коньцин В.Н.* // Журн. выч. матем. и матем. физики. 1987. Т. 27. С. 594–608.
- [8] *Nottingham W.B.* // Phys. Rev. 1941. V. 59. N 11. P. 907–908.
- [9] *Зиновьев В.Е.* Теплофизические свойства металлов при высоких температурах. М.: Металлургия, 1989. 384 с.
- [10] *Литвинов Е.А., Месяц Г.А., Проскуровский Д.И.* // УФН. 1983. Т. 139. В. 2. С. 265–302.
- [11] *Глазанов Д.В., Баскин Л.М., Фурсей Г.Н.* // ЖТФ. 1989. Т. 59. С. 60–68.
- [12] *Swanson L.W., Schwind G.A.* // J. Appl. Phys. 1987. V. 49. P. 5655–5662.