

## Взаимодействие световых волн на отражательной голографической решетке в кубических фоторефрактивных кристаллах

© А.Г. Мартянов, С.М. Шандаров, Р.В. Литвинов

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники,  
634050 Томск, Россия

E-mail: shand@stack.ru

(Поступила в Редакцию 2 июля 2001 г.)

Представлены результаты теоретического анализа встречного двухпучкового взаимодействия света на отражательных решетках в оптически активных кубических кристаллах класса симметрии 23 при произвольной ориентации образцов. В приближении нестоищимой накачки проанализировано влияние неоднаправленного энергообмена на эффективность взаимодействия в кристалле  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  срезов (100), (111) и (112).

Взаимодействие световых волн на отражательных фоторефрактивных решетках представляет интерес для реализации устройств голографической интерферометрии [1] и узкополосных фильтров оптического излучения [2]. Отражательные решетки в силленитах изучались только для срезов (111) [1] и (100) [3] кристаллов  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  и  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ . В настоящем сообщении проведен анализ двухпучкового взаимодействия света на отражательных решетках в оптически активных кубических кристаллах класса симметрии 23 для образцов произвольной ориентации.

Рассмотрим фоторефрактивный кристалл симметрии 23 (рис. 1), в котором навстречу друг другу вдоль оси  $x$  распространяются световые волны сигнала и накачки с интенсивностями  $I_S$  и  $I_P$  соответственно. Полагаем, что торцы образца  $x = 0$  и  $x = -d$  просветлены и отраженные волны в кристалле отсутствуют. Световые поля сигнала и накачки в кристалле с учетом поглощения представим в виде суперпозиции собственных волн с круговыми поляризациями

$$\mathbf{E}_P(x) = \left[ C_{P1}(x)\mathbf{e}_1 \exp(-ik_0n_1x) + C_{P2}(x)\mathbf{e}_2 \exp(-ik_0n_2x) \right] \exp(-\alpha/2x), \quad (1)$$

$$\mathbf{E}_S(x) = \left[ C_{S1}(x)\mathbf{e}_1^* \exp(-ik_0n_1x) + C_{S2}(x)\mathbf{e}_2^* \exp(-ik_0n_2x) \right] \exp(\alpha/2x), \quad (2)$$

где  $\mathbf{e}_{1,2} = (\mathbf{y}_0 \pm i\mathbf{z}_0)/\sqrt{2}$  — векторы поляризации, а  $n_{1,2} = n_0 \pm \rho/k_0$  — показатели преломления собственных волн,  $k_0 = 2\pi/\lambda$  — волновое число для вакуума,  $n_0$  и  $\alpha$  — коэффициенты преломления и поглощения кристалла, а  $\rho$  — его удельное оптическое вращение. Образующаяся в кристалле интерференционная картина имеет вектор решетки  $\mathbf{K} = 2k_0n_0\mathbf{x}_0$  и контраст

$$m(x) = 2 \frac{C_{S1}C_{P2}^* + C_{S2}C_{P1}^*}{(|C_{P1}|^2 + |C_{P2}|^2) \exp(-\alpha x) + (|C_{S1}|^2 + |C_{S2}|^2) \exp(\alpha x)} \quad (3)$$

и вызывает процессы перераспределения зарядов по дефектным центрам. При малом контрасте  $m \ll 1$

формирующееся за счет диффузионного механизма поле пространственного заряда содержит только первую пространственную гармонику с вектором  $\mathbf{K}$ . В случае одноуровневой зонной модели фоторефрактивного кристалла амплитуда первой гармоники определяется выражением [4]

$$E_1 = -imE_{SC} = -im \frac{E_D}{1 + E_D/E_q}, \quad (4)$$

где  $E_D = (k_B T/e)K$  — диффузионное поле,  $E_q = eN_A/(\epsilon K)$  — поле насыщения ловушек,  $K = |\mathbf{K}| = 2\pi/\Lambda$ ,  $\Lambda$  — пространственный период фоторефрактивной решетки. При произвольной ориентации образца (рис. 1) относительно вектора решетки  $\mathbf{K}$  изменение оптических свойств среды обусловлено как линейным электрооптическим эффектом, так и дополнительным фотоупругим вкладом, связанным с упругими деформациями кристалла за счет пьезоэлектрического эффекта [5]. Результирующая амплитуда изменений компонент диэлектрического тензора в кубическом электрооптическом кристалле с использованием известных соотношений [6,7] и формулы (4) может быть представлена в виде

$$\Delta\epsilon_{mn} = -n_0^4 r_{41}^S \Delta b_{mn} E_1 = -im n_0^4 E_{SC} \Delta b_{mn},$$

$$\Delta b_{mn} = \left[ |\delta_{mnp}| m_p + \frac{1}{r_{41}^S} (P_{mnkl}^E m_l \gamma_{ki} e_{pir} m_p m_r) \right], \quad (5)$$

где  $r_{mnp}^S$  и  $P_{mnkl}^E$  — компоненты электрооптического тензора зажатого кристалла и фотоупругого тензора, измеренного при постоянном электрическом поле соответственно,  $\gamma_{ki}$  — компоненты тензора, обратного к  $\Gamma_{ik} = (C_{ijkl}^E m_j m_l)$ ,  $C_{ijkl}^E$  и  $e_{pir}$  — компоненты тензоров модулей упругости и пьезоэлектрических констант,  $\delta_{mnp}$  — единичный антисимметричный тензор третьего ранга и  $m_p$  — направляющие косинусы вектора решетки  $\mathbf{K}$ , совпадающего в нашем случае по направлению с ортом  $\mathbf{x}_0$  в кристаллофизической системе координат. Используя далее стандартную процедуру метода медленно меняющихся амплитуд, из волнового уравнения для гиротропных сред можно получить уравнения связанных

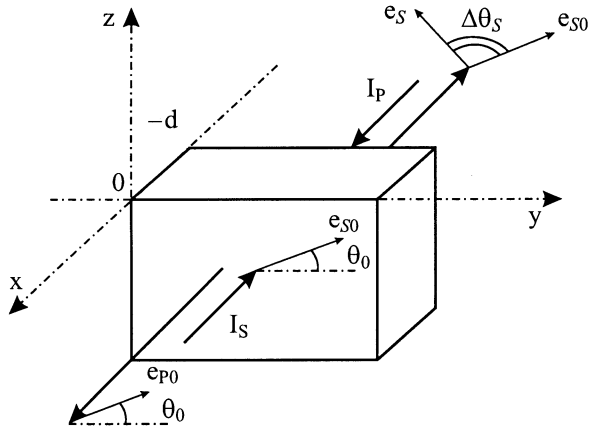


Рис. 1. Схема встречного двухпучкового взаимодействия.

волн, описывающие двухпучковое взаимодействие на отражательной решетке, в следующем виде:

$$\frac{dC_{S1}}{dx} = -\frac{\gamma}{4}m \left[ g_I^* C_{P1} \exp(-i2\rho x) + g_E C_{P2} \right] \exp(-\alpha x),$$

$$\frac{dC_{S2}}{dx} = -\frac{\gamma}{4}m \left[ g_E C_{P1} + g_I C_{P2} \exp(i2\rho x) \right] \exp(-\alpha x),$$

$$\frac{dC_{P1}}{dx} = -\frac{\gamma}{4}m^* \left[ g_I C_{S1} \exp(i2\rho x) + g_E C_{S2} \right] \exp(\alpha x),$$

$$\frac{dC_{P2}}{dx} = -\frac{\gamma}{4}m^* \left[ g_E C_{S1} + g_I^* C_{S2} \exp(-i2\rho x) \right] \exp(\alpha x),$$

где  $\gamma = k_0 n_0^3 r_{41}^S E_{SC}$  — постоянная связи,  $g_I = (\mathbf{e}_1^* \Delta \mathbf{b} \mathbf{e}_2)$  и  $g_E = (\mathbf{e}_1^* \Delta \mathbf{b} \mathbf{e}_1) = (\mathbf{e}_2^* \Delta \mathbf{b} \mathbf{e}_2)$  — тензорные свертки, описывающие соответственно вклад во встречное взаимодействие внутримодовых (без изменения собственного показателя преломления) и межмодовых процессов.

В приближении неистощимой накачки амплитуды собственных волн  $C_{P1}$  и  $C_{P2}$  не зависят от координаты  $x$ , и решение для составляющих светового поля сигнальной волны может быть получено в следующем виде:

$$C_{S1}(x) = C_{S1}(0) + \frac{m(0)}{2} \left\{ C_{P2} [\exp(G(x) - 1)] + C_{P1}^* \Phi(x) \right\},$$

$$C_{S2}(x) = C_{S2}(0) + \frac{m(0)}{2} \left\{ C_{P1} [\exp(G(x) - 1)] - C_{P2}^* \Phi(x) \right\}, \quad (7)$$

где

$$G(x) = -\frac{\gamma x}{2} \left[ g_E + 2 \operatorname{Im} \left[ g_I \frac{C_{P1}^* C_{P2} \exp(i2\rho x) - 1}{I_{P0} 2\rho x} \right] \right], \quad (8)$$

$$\Phi(x) = -\frac{\gamma}{2I_{P0}} \int_0^x \exp[G(\xi)] \times \left[ g_I^* C_{P1}^2 \exp(-i2\rho\xi) - g_I C_{P2}^2 \exp(i2\rho\xi) \right] d\xi, \quad (9)$$

$I_{P0} = |C_{P1}|^2 + |C_{P2}|^2$  — интенсивность пучка накачки при  $X = 0$ . Усиление сигнальной волны на отража-

тельной решетке и ее поляризационная структура, как следует из соотношений (2), (3) и (7)–(9), определяется свертками  $g_E$  и  $g_I$ . Используя уравнение (5), легко показать, что при ориентации вектора решетки вдоль кристаллографических направлений  $\langle 110 \rangle$  выполняется условие  $g_E = g_I = 0$  и взаимодействие отсутствует.

В образцах среза (111), когда  $\mathbf{K} \parallel [111]$ , получаем

$$g_I = 0, \quad g_E = \Delta b_{11} - \Delta b_{12} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \left[ 1 - \frac{2e_{14}(p_{11} + p_{12} + p_{13} + p_{44}^E)}{r_{41}^S (C_{11} + 2C_{12} + 4C_{44}^E)} \right]. \quad (10)$$

Для значений электрооптической постоянной зажатого кристалла  $r_{41}^S$ , пьезоэлектрического и фотоупругих коэффициентов  $e_{14}$  и  $p_{mn}^E$  и модулей упругости  $C_{mn}^E$  титаната висмута, приведенных в работе [8],  $g_E = -0.266$ . Сигнальная волна с левой круговой поляризацией ( $C_{S1}(0) \neq 0, C_{S2}(0) = 0$ ) в этом случае будет эффективно обмениваться энергией с правополяризованной волной накачки ( $C_{P2} \neq 0, C_{P1} = 0$ )

$$\mathbf{E}_S^c(x) = \mathbf{e}_1^* C_{S1}(0) \exp \left[ -\frac{g_E \gamma - \alpha}{2} x \right] \exp(ik_0 n_1 x). \quad (11)$$

Изменения поляризационной структуры здесь не происходит, а экспоненциальный коэффициент двухпучкового усиления, определяемый из соотношения

$$\Gamma = \frac{1}{d} \ln \left[ \frac{I_S^p(-d)}{I_S^0(-d)} \right] \quad (12)$$

через интенсивности сигнального пучка в присутствии накачки ( $I_S^p(-d)$ ) и в ее отсутствие ( $I_S^0(-d)$ ), равен

$$\Gamma_{[111]}^* = g_E \gamma = \frac{2\pi}{\lambda} n_0^3 r_{41}^S \frac{g_E E_D}{1 + E_D/E_q}. \quad (13)$$

Таким же коэффициентом усиления характеризуется двухпучковое взаимодействие при одинаковой линейной поляризации сигнала и накачки

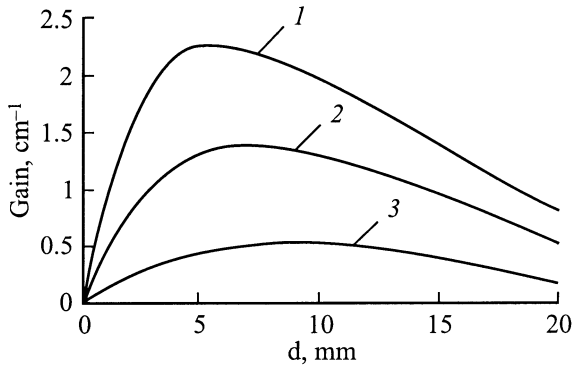
$$\Gamma_{[111]}^l = g_E \gamma, \quad (14)$$

причем поляризационная структура сигнальной волны не изменяется.

В образцах среза (100) при  $\mathbf{y}_0 \parallel [010]$  и  $\mathbf{z}_0 \parallel [001]$  имеют место соотношения

$$g_E = 0, \quad g_I = -i\Delta b_{23} = -i. \quad (15)$$

Характерно, что при круговой поляризации волны накачки, когда  $C_{P1} = 0$  или  $C_{P2} = 0$ , экспоненциального усиления в данном срезе не происходит, поскольку  $G(x) = 0$ . Если пучки сигнала и накачки имеют одинаковый тип круговой поляризации (например, правую, когда  $C_{P1} = 0$  и  $C_{S1} = 0$ ), взаимодействия не наблюдается



**Рис. 2.** Зависимость коэффициента двухпучкового усиления от толщины кристалла  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  при ориентации вектора решетки  $\mathbf{K}$  вдоль оси  $[100]$  для коэффициентов связи  $\gamma = 2$  (1), 4 (2) и  $6 \text{ cm}^{-1}$  (3).

из-за отсутствия интерференции ( $m(0) = 0$ ). В случае правополяризованной волны накачки и сигнальной волны, имеющей левую поляризацию на входной грани ( $C_{S2}(0) = 0$ ), амплитуды собственных волн в кристалле могут быть получены из соотношений (7) в следующем виде:

$$C_{S1}(x) = C_{S1}(0), \quad C_{S2}(x) = C_{S1}(0) \frac{\gamma}{4\rho} [\exp(i2\rho x) - 1]. \quad (16)$$

Таким образом, левополяризованная сигнальная волна создает здесь вместе с накачкой фоторефрактивную решетку, не участвуя непосредственно в обмене энергией. Дифракция на данной решетке волны накачки приводит к перекачке ее энергии в правополяризованную компоненту сигнала. Соответствующий коэффициент двухпучкового усиления

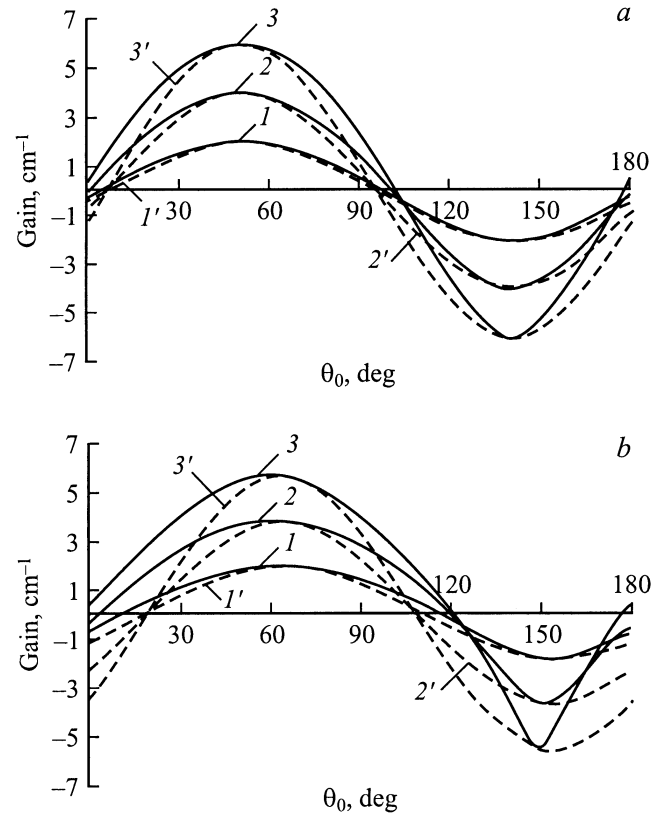
$$\Gamma_{[100]}^c = \frac{1}{d} \ln \left[ 1 + \left( \frac{\gamma}{2\rho} \right)^2 \sin^2(\rho d) \right] \quad (17)$$

не зависит от знака электрооптической постоянной и описывает эффект неоднаправленного энергообмена, который ранее рассматривался только для пропускающей геометрии взаимодействия [9]. Для кристаллов с малым удельным вращением коэффициент  $\Gamma_{[100]}^c$  может достигать заметной величины. На рис. 2 представлены зависимости  $\Gamma_{[100]}^c$  от толщины образца  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  ( $\rho = 6.5/\text{mm}$  на длине волны  $\lambda = 633 \text{ nm}$ ) при различных значениях постоянной связи  $\gamma$ . Характерно, что эффективность неоднаправленного энергообмена достигает максимума при некоторых оптимальных длинах взаимодействия, уменьшающихся с увеличением постоянной связи.

При взаимодействии в кристаллах среза (100) волн с линейной поляризацией усиление сигнала происходит как за счет однонаправленного, так и неоднаправленного энергообмена. Результаты расчета поляри-

зационных зависимостей коэффициента двухпучкового усиления  $\Gamma_{[100]}^l$  с использованием соотношений (7)–(9) представлены на рис. 3. Считалось, что волны сигнала и накачки при  $x = 0$  имеют одинаковые векторы поляризации  $\mathbf{e}_{S0} = \mathbf{e}_{P0}$ , составляющие угол  $\theta_0$  с осью  $y_0$ . Характерно, что в тонком образце ( $d = 2 \text{ mm}$ , рис. 3, а) экстремумы поляризационных зависимостей, рассчитанных с учетом (сплошные кривые) и без учета (штриховые кривые) неоднаправленного энергообмена, практически совпадают и соответствуют ориентациям  $\mathbf{e}_P \parallel \langle 011 \rangle$  в середине образца. В более толстом кристалле ( $d = 6 \text{ mm}$ , рис. 3, б) ориентация  $\mathbf{e}_P \parallel \langle 011 \rangle$  в его середине ( $\theta_0 = 45 + \rho d/2$ ) отличается от оптимальной тем сильнее, чем больше постоянная связи  $\gamma$ . Отметим, что неоднаправленный энергообмен, всегда идущий от сильного пучка к слабому, расширяет область углов  $\theta_0$ , соответствующих положительным коэффициентам усиления  $\Gamma_{[100]}^l(\theta_0)$ .

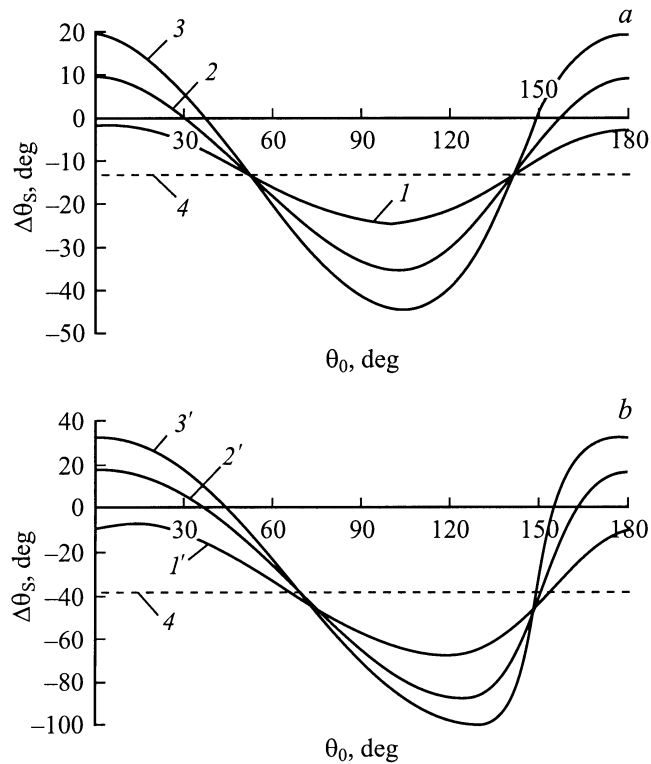
В рассматриваемом случае взаимодействия линейно поляризованных волн, имеющих на грани  $x = 0$  образца с ориентацией (100) совпадающие по направлению векторы  $\mathbf{e}_{S0} = \mathbf{e}_{P0}$ , поляризация сигнальной



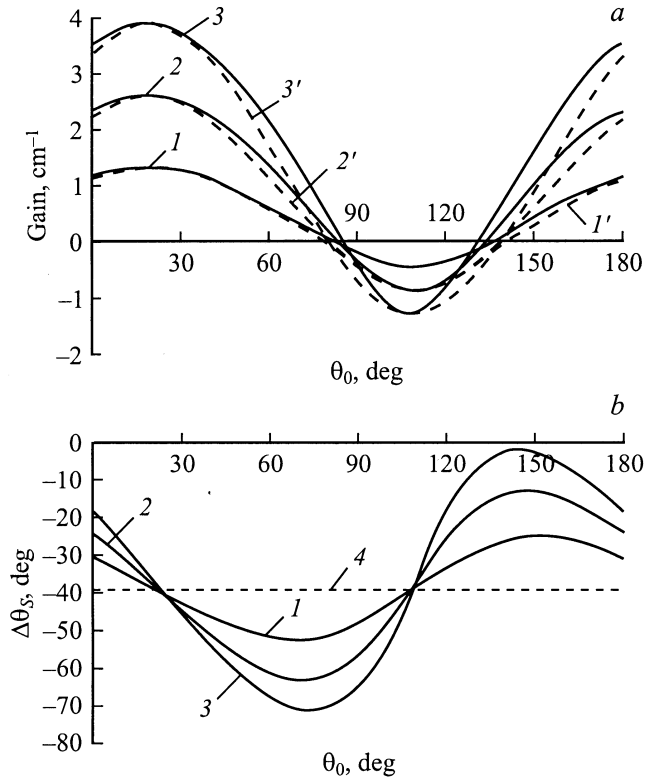
**Рис. 3.** Зависимость коэффициента двухпучкового усиления, рассчитанная с учетом (сплошные кривые) и без учета (штриховые кривые) неоднаправленного энергообмена от угла  $\theta_0$  для кристалла  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  толщиной  $d = 2 \text{ mm}$  (а) и  $d = 6 \text{ mm}$  (б) при ориентации вектора решетки  $\mathbf{K}$  вдоль оси  $[100]$ . Кривые соответствуют коэффициентам связи  $\gamma = 2$  (1 и 1'), 4 (2 и 2') и  $6 \text{ cm}^{-1}$  (3 и 3').

волны остается линейной во всем кристалле. Однако в процессе распространения вектор  $\mathbf{e}_S$  поворачивается как из-за оптической активности кристалла, так и за счет взаимодействия с волной накачки. Зависимости угла поворота  $\Delta\theta_S$  вектора  $\mathbf{e}_S$  при  $x = -d$  относительно его положения на грани образца  $x = 0$  от определяющего это положение угла  $\theta_0$  представлены на рис. 4. Штриховые прямые на этом рисунке соответствуют отсутствию взаимодействия ( $\gamma = 0$ ) и показывают углы поворота поляризации, обусловленные оптической активностью. Углы поворота поляризации сигнального пучка в присутствии волны накачки увеличиваются с ростом постоянной связи и толщины образца. В случае  $\gamma = 6 \text{ см}^{-1}$  и  $d = 6 \text{ мм}$  (рис. 4, *b*) максимальный угол поворота составляет  $\sim 70^\circ$ . Характерно, что максимальное влияние взаимодействия на отражательной решетке на поляризацию сигнальной волны достигается при минимальных по абсолютной величине коэффициентах двухпучкового усиления. Это согласуется с результатами, полученными в работе [10] для взаимодействия волн в оптически активных кристаллах среза (100) на пропускающей решетке с ориентацией  $\mathbf{K} \parallel [\bar{1}10]$ .

В общем случае во взаимодействие волн вносят вклад как межмодовые, так и внутримодовые процессы. При ориентации вектора отражательной решетки  $\mathbf{K} \parallel [11\bar{2}]$



**Рис. 4.** Зависимость угла поворота вектора поляризации сигнальной волны от угла  $\theta_0$  для кристалла  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  толщиной  $d = 2 \text{ мм}$  (*a*) и  $6 \text{ мм}$  (*b*) при ориентации вектора решетки  $\mathbf{K}$  вдоль оси  $[100]$ . Кривые соответствуют коэффициентам связи  $\gamma = 0$  (4), 2 (1 и 1'), 4 (2 и 2') и  $6 \text{ см}^{-1}$  (3 и 3').



**Рис. 5.** Зависимость коэффициента двухпучкового усиления (*a*), рассчитанная с учетом (сплошные кривые) и без учета (штриховые кривые) неоднаправленного энергообмена от угла поворота вектора поляризации сигнальной волны (*b*) от  $\theta_0$  для кристалла  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  толщиной  $d = 6 \text{ мм}$  при ориентации вектора решетки  $\mathbf{K}$  вдоль оси  $[11\bar{2}]$ . Кривые соответствуют коэффициентам связи  $\gamma = 0$  (4), 2 (1 и 1'), 4 (2 и 2') и  $6 \text{ см}^{-1}$  (3 и 3').

в титанате висмута имеем  $g_I = 0.467$ ,  $g_E = 0.216$  для  $\mathbf{y}_0 \parallel [1\bar{1}0]$  и  $\mathbf{z}_0 \parallel [\bar{1}\bar{1}\bar{1}]$ . Результаты численного расчета поляризационных зависимостей коэффициента двухпучкового усиления  $\Gamma_{[11\bar{2}]}$  и угла поворота поляризации  $\Delta\theta_S$  для волн сигнала и накачки, имеющих одинаковые векторы линейной поляризации  $\mathbf{e}_{S0} = \mathbf{e}_{P0}$  при  $x = 0$ , представлены на рис. 5. Отметим, что экстремальные значения угла поворота плоскости поляризации сигнальной волны (рис. 5, *b*) в этом случае совпадают с экстремумами скорости изменения коэффициента усиления  $\Gamma^l(\theta_0)$  (рис. 5, *a*).

Таким образом, в данной работе в приближении неистощимой накачки получены соотношения, описывающие двухволновое взаимодействие световых волн в кубических гиротропных кристаллах на отражательной фоторефрактивной решетке. Показано, что вклад неоднаправленного энергообмена во взаимодействие может приводить к значительным изменениям его эффективности. Изменения поляризационного состояния сигнальной волны в присутствии волны накачки зависят от среза и толщины кристалла.

## Список литературы

- [1] N.V. Kukhtatev, B.S. Chen, P. Venlateswartu, G. Salamo, M. Klein. *Opt. Commun.* **104**, 23 (1993).
- [2] И.Ф. Канаев, В.К. Малиновский, Н.В. Суровцев. *ФТТ* **42**, 11, 2079 (2000).
- [3] S. Mallick, M. Miteva, L. Nikolova. *J. Opt. Soc. Am.* **B14**, 5, 1179 (1997).
- [4] N.V. Kukhtarev, V.B. Markov, S.G. Odulov, M.S. Soskin, V.L. Vinetskii. *Ferroelectrics* **22**, 949 (1979).
- [5] А.А. Изванов, А.Е. Мандель, Н.Д. Хатьков, С.М. Шандаров. *Автометрия* 2, 79 (1986).
- [6] С.И. Степанов, С.М. Шандаров, Н.Д. Хатьков. *ФТТ* **29**, 10, 3054 (1987).
- [7] B.I. Sturman, E.V. Podivilov, K.H. Ringhofer, E. Shamonina, V.P. Kamenov, E. Nippolainen, V.V. Prokofiev, A.A. Kamshilin. *Phys. Rev.* **E60**, 3332 (1999).
- [8] О.В. Кобозев, С.М. Шандаров, Р.В. Литвинов, А.А. Максимов, Ю.Ф. Каргин, В.В. Волков. *Неорганические материалы* **34**, 12, 1486 (1998).
- [9] В.Ю. Красноперов, Р.В. Литвинов, С.М. Шандаров. *ФТТ* **41**, 4, 632 (1999).
- [10] Р.В. Литвинов, С.М. Шандаров, С.Г. Чистяков. *ФТТ* **42**, 8, 1397 (2000).