

Квантовая интерференция на мессбаэровских гамма-переходах в магнитных материалах

© Э.К. Садыков, Л.Л. Закиров, А.А. Юричук, В.В. Аринин

Казанский государственный университет,
420008 Казань, Россия

E-mail: esad@ksu.ru

Разработан метод расчета спектра резонансной флуоресценции когерентного излучения с конечной шириной линии в системе, энергетические уровни которой связаны сильным полем. В этом случае на форму спектров существенное влияние оказывают эффекты квантовой интерференции. Полученные результаты служат стимулом для исследований явления квантовой интерференции на мессбаэровских гамма-переходах в условиях индуцирования в магнитных материалах когерентной динамики намагниченности.

Работа поддержана грантами Российского фонда фундаментальных исследований № 01-02-17502, НИ-ОКР РТ 06-6.1-21/2001, CRDF REC-007.

За последнее десятилетие достигнуты успехи в теоретических и экспериментальных исследованиях квантовой интерференции (КИ) на оптических переходах [1–4]. Особое внимание привлекло явление КИ в диапазоне мессбаэровского (гамма) излучения [5] как возможный способ достижения режима безынервного усиления. Принципиальная важность последнего очевидна в силу практической невозможности создания гамма-лазера по традиционной для оптического диапазона схеме.

В нашей предыдущей работе [6] излучалась КИ на мессбаэровских переходах в четырехуровневой системе электронно-ядерных состояний. Эффект выражался в появлении участков деструктивной и конструктивной интерференции в спектре спонтанного гамма-излучения вследствие перемешивания электронно-ядерных состояний когерентным полем, действующим на электронные степени свободы. Проявление эффекта интерференции существенно зависит от приготовления начального состояния системы. Так, например, в [6] предполагалось селективное заселение мессбаэровского уровня некогерентным источником. В этом случае эффекты когерентности выражаются как достаточно слабые изменения формы линии благодаря КИ. Цель данной работы — показать, что эффект КИ может быть значительным и, следовательно, легко измеримым в эксперименте, если селективное возбуждение производится когерентным излучением или излучением достаточно малой спектральной ширины.

1. Метод матрицы плотности (трехуровневая схема). Учет флуктуации фазы поля накачки

Рассмотрим в качестве примера трехуровневую систему (рис. 1). Здесь уровень 1 и пара уровней 2 и 3 представляют различные состояния ядра, связанные гамма-спектроскопическими переходами. Сильное когерентное поле Ω_0 (по своей природе это сверхтонкое поле), перемешивающее спиновые подсостояния 2 и 3, индуцируется внешним радиочастотным (РЧ) полем.

Возможность реализации такого сильного поля в магнитных материалах была показана экспериментально (например, в [7]). Уравнение для матрицы плотности этой системы в представлении взаимодействия имеет вид

$$\frac{d\hat{\rho}'}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}'\hat{\rho}'] + \Lambda\hat{\rho}'. \quad (1)$$

В этом уравнении гамильтониан \hat{H}' определяется следующим образом:

$$\hat{H}' = \exp(i\hat{H}_0 t)(\hat{H}^d + \hat{H}^p) \exp(-i\hat{H}_0 t), \quad (2)$$

где \hat{H}_0 , \hat{H}^d и \hat{H}^p — нулевой гамильтониан, сильное РЧ-поле и поле накачки, которые определяются как [8,9]

$$\hat{H}_0 = \sum_{i=1}^3 \varepsilon_i \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i, \quad (3)$$

$$\hat{H}^d = \hbar\Omega \exp(-i\omega_0 t) \hat{a}_3^\dagger \hat{a}_2 + \hbar\Omega_0^* \exp(i\omega_0 t) \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_3, \quad (4)$$

$$\hat{H}^p = \hbar[\Omega_1 \exp(i\theta(t)) \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_1 \exp(-i\omega_1 t) + \Omega_1^* \exp(-i\theta(t)) \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2 \exp(i\omega_1 t)]. \quad (5)$$

Здесь \hat{a}_i и \hat{a}_i^\dagger — операторы Ферми.

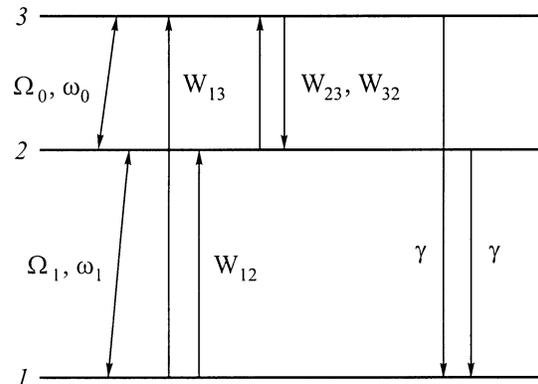


Рис. 1. Трехуровневая система. Ω_0 и Ω_1 — перемешивающее поле и поле накачки соответственно, W_{12} и W_{13} — параметры некогерентной накачки, W_{32} и W_{23} — скорости спиновой релаксации, γ — постоянная гамма-распада.

Матрица \mathbf{L} и вектор \mathbf{I}

	1	2	3	4	5	6	7	8	\mathbf{I}
1	$-\Gamma_{12}$	$i\Omega_0$	0	$-2i\Omega_1^*$	0	0	0	$-i\Omega_1^*$	$i\Omega_1^*$
2	$i\Omega^*$	$-\Gamma_{13}$	0	0	$-i\Omega_1^*$	0	0	0	0
3	0	0	$-\Gamma_{21}$	$2i\Omega_1$	0	$-i\Omega_0^*$	0	$i\Omega_1$	$-i\Omega_1$
4	$-i\Omega_1$	0	$i\Omega_1^*$	$-\Gamma_{22}$	$i\Omega_0$	0	$-i\Omega_0^*$	$W_{32} - W_{12}$	W_{12}
5	0	$-i\Omega_1$	0	$i\Omega_0^*$	$-\Gamma_{23}$	0	0	$-i\Omega_1^*$	0
6	0	0	$-i\Omega_0^*$	0	0	$-\Gamma_{31}$	$i\Omega_1$	0	0
7	0	0	0	$-i\Omega_0$	0	$i\Omega_1^*$	$-\Gamma_{32}$	$i\Omega_0$	0
8	0	0	0	$W_{23} - W_{13}$	$-i\Omega_0$	0	$i\Omega_1^*$	$-\Gamma_{33}$	W_{13}

Примечание. $\Gamma_{12} = (W_{12} + W_{13} + \gamma + W_{23})/2 + i\Delta_1$, $\Gamma_{21} = \Gamma_{12}^*$; $\Gamma_{13} = (W_{12} + W_{13} + \gamma + W_{32})/2 + i(\Delta_1 + \Delta)$, $\Gamma_{31} = \Gamma_{13}^*$; $\Gamma_{23} = (2\gamma + W_{23} + W_{32})/2 + i\Delta$, $\Gamma_{32} = \Gamma_{23}^*$; $\Gamma_{22} = \gamma + W_{23} + W_{12}$; $\Gamma_{33} = \gamma + W_{32} + W_{13}$.

В выражении (5) предполагается флуктуация фазы поля накачки; $\theta(t)$ — случайная функция, подчиняющаяся процессу Винера–Леви. Форма линии такого поля эквивалентна форме лоренцевой линии с шириной $2D$, определяемой следующим уравнением [10,11]:

$$\langle \dot{\theta}(t)\dot{\theta}(t') \rangle = 2D\delta(t - t'). \quad (6)$$

Прежде чем решить уравнение (1) с взаимодействием (5), запишем решение этого уравнения в том случае, когда во взаимодействии (5) флуктуации отсутствуют [8,9],

$$\frac{d}{dt}\Psi = \mathbf{L}\Psi + \mathbf{I}. \quad (7)$$

Здесь \mathbf{L} и \mathbf{I} — постоянные матрица и вектор (см. таблицу), зависящие от Ω_0 , Ω_1 и параметров необратимых процессов (второе слагаемое в (1)); Ψ — вектор-столбец со следующими компонентами:

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= \rho'_{12} \exp(-i\Delta_1 t), \quad \Psi_2 = \rho'_{13} \exp(-i(\Delta_1 + \Delta)t), \\ \Psi_3 &= \rho'_{21} \exp(i\Delta_1 t), \quad \Psi_4 = \rho'_{22}, \quad \Psi_5 = \rho'_{23} \exp(-i\Delta t), \\ \Psi_6 &= \rho'_{31} \exp(i(\Delta_1 + \Delta)t), \\ \Psi_7 &= \rho'_{32} \exp(i\Delta t), \quad \Psi_8 = \rho'_{33}. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь $\Delta = \omega_0 - \omega_{32}$ и $\Delta_1 = \omega_1 - \omega_{21}$ — расстройки используемых частот относительно частот соответствующих переходов.

Как было показано в [8,9], именно решения уравнения (7) позволяют вычислить корреляционные функции, а затем спектр излучения.

Если в (1) включено взаимодействие (5) с полем с флуктуирующей фазой, структура уравнения (7) существенно меняется. Обобщение теории [6,8,9] на этот случай мы продемонстрируем далее на примере трехуровневой системы по ходу вычисления необходимых корреляционных функций.

Спектр спонтанного излучения на переходе $j-i$ определяется Фурье-преобразованием двухвременной корреляционной функции

$$\gamma(\tau_1, \tau_0) \propto \langle \hat{P}^{(-)}(\tau_1) \hat{P}^{(+)}(\tau_0) \rangle, \quad (9)$$

где $\hat{P}^{(+)} = \mu_{ij} \hat{a}_i^+ \hat{a}_j$ — поляризационный оператор перехода. Мы рассматриваем только гамма-переходы, а именно $3-1$ и $2-1$.

Для вычисления (9) воспользуемся теоремой квантовой регрессии. Для этого сначала найдем одновременное среднее

$$\begin{aligned} \langle \hat{P}^{(-)}(\tau_1) \rangle &= \text{Tr}[\mu_{ij} \hat{a}_j^+ \hat{a}_i \hat{\rho}] = \mu_{13} \exp(i\omega_1 \tau + i\omega_0 \tau) \\ &\times \Psi_2(\tau_1) + \mu_{12} \exp(i\omega_1 \tau) \Psi_1(\tau_1). \end{aligned} \quad (10)$$

Необходимые нам величины $\Psi_1(\tau_1)$ и $\Psi_2(\tau_1)$ входят в вектор Ψ' ($\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3^-, \Psi_4^-, \Psi_5^-, \Psi_6^-, \Psi_7^-, \Psi_8^-$), который в свою очередь определяется (8),

$$\Psi_i^- = \Psi_i \exp(-i\theta(t)), \quad \Psi_i^+ = \Psi_i \exp(i\theta(t)). \quad (11)$$

Вектор-столбец Ψ' удовлетворяет следующему матричному уравнению:

$$\frac{d}{dt}\Psi' = [\mathbf{L} - i\dot{\theta}(t)\mathbf{L}']\Psi' + \mathbf{I} \exp(-i\theta(t)). \quad (12)$$

Матрица \mathbf{L} и вектор \mathbf{I} — те же, что и в (7). Диагональная матрица \mathbf{L}' имеет следующие ненулевые компоненты: $L'_{3,3} = L'_{6,6} = 2$, $L'_{4,4} = L'_{5,5} = L'_{7,7} = L'_{8,8} = 1$.

Выражение (12) является стохастическим дифференциальным уравнением с зависящими случайно от времени коэффициентами. Поскольку мы рассматриваем стационарный случай, уравнение (12) следует усреднить по стохастическим переменным. После усреднения оно примет вид [10,11]

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\langle \Psi' \rangle &= [\mathbf{L} - D(\mathbf{L}')^2]\langle \Psi' \rangle + \mathbf{I}\langle \exp(-i\theta(t)) \rangle \\ &= \mathbf{L}_1 \langle \Psi' \rangle + \mathbf{I}\langle \exp(-i\theta(t)) \rangle. \end{aligned} \quad (13)$$

Решение этого уравнения можно записать следующим образом (далее мы опускаем знак стохастического усреднения для величин Ψ'):

$$\begin{aligned} \Psi'(\tau_1) &= \exp[\mathbf{L}_1(\tau_1 - \tau_0)]\Psi'(\tau_0) \\ &+ \int_{\tau_0}^{\tau_1} d\tau' \exp[\mathbf{L}(\tau_1 - \tau')]\mathbf{I}\langle \exp(-i\theta(\tau')) \rangle. \end{aligned} \quad (14)$$

Производя замену переменных $\tau = \tau_1 - \tau_0$, с учетом $\langle \exp(-i\theta(\tau')) \rangle = \exp(-D(\tau' - \tau_0)) \langle \exp(-i\theta(\tau_0)) \rangle$ получаем

$$\begin{aligned} \Psi'(\tau_1) &= \exp[\mathbf{L}_1(\tau)] \Psi'(\tau_0) \\ &+ \int_0^\tau d\tau' \exp[\mathbf{L}(\tau - \tau')] \mathbf{I} \langle \exp(-i\theta(\tau_0)) \rangle \\ &\times \exp(-D\tau') = \exp[\mathbf{L}_1(\tau)] \Psi'(\tau_0) \\ &+ \frac{\exp(\mathbf{L}_1\tau) - \exp(-\mathbf{D}\tau)}{\mathbf{L}_1 + \mathbf{D}} \mathbf{I} \langle \exp(-i\theta(\tau_0)) \rangle. \end{aligned} \quad (15)$$

Под \mathbf{D} следует понимать число D , умноженное на единичную матрицу того же порядка, что и \mathbf{L} .

Величины $\Psi'_j(\tau_0)$ можно выразить через системные операторы в момент времени $\tau = \tau_0$. Например,

$$\begin{aligned} \Psi'_2(\tau_0) &= \langle \exp(-i\omega_1\tau_0) \rho_{13}(\tau_0) \rangle \\ &= \langle \exp(-i\omega_1\tau_0) \langle |3\rangle \langle 1| \rangle_{\tau_0} \rangle. \end{aligned} \quad (16)$$

Двухвременное среднее $\langle \langle P^{(-)}(\tau_1) P^{(+)}(\tau_0) \rangle \rangle$ (см. выражение (9), которое теперь подвергается также стохастическому усреднению) может быть вычислено с помощью теоремы квантовой регрессии из $\langle \langle P^{(-)}(\tau_1) \rangle \rangle$ заменой $\langle \langle |i\rangle \langle j| \rangle_{\tau_0} \rangle$ и $\langle \exp(-i\theta(\tau_0)) \rangle$ на $\langle \langle |i\rangle \langle j| \hat{P}^{(+)}(\tau_0) \rangle_{\tau_0} \rangle$ и $\langle \exp(-i\theta(\tau_0)) \hat{P}^{(+)}(\tau_0) \rangle$ соответственно. При такой замене появляются переменные, которые не входят в вектор Ψ' . Для их нахождения составим вектор Ψ'' (Ψ_1^+ , Ψ_2^+ , Ψ_3^- , Ψ_4^- , Ψ_5^- , Ψ_6^- , Ψ_7^- , Ψ_8^-), который удовлетворяет следующему матричному уравнению:

$$\frac{d}{dt} \langle \Psi'' \rangle = [\mathbf{L} - D(\mathbf{L}'')^2] \langle \Psi'' \rangle + \mathbf{I} = \mathbf{L}_2 \langle \Psi'' \rangle + \mathbf{I}. \quad (17)$$

Здесь \mathbf{L}'' — диагональная матрица со следующими ненулевыми элементами: $L''_{1,1} = L''_{2,2} = 1$, $L''_{3,3} = L''_{6,6} = -1$.

Далее перейдем к пределу $\tau_0, \tau_1 \rightarrow \infty$ таким образом, чтобы разность $\tau = \tau_1 - \tau_0$ оставалась конечной, и осуществим преобразование Лапласа над искомой корреляционной функцией (9). Спектр излучения пропорционален вещественной части полученного выражения

$$S(\omega) \propto S_1(\omega) + S_2(\omega), \quad (18)$$

где

$$S_1(\omega) = \text{Re} \left[\sum_{j=1}^2 M_{1j}(z_1) \Psi''_{j+3}(\infty) + \sum_{j=1}^8 N_{1j}(z_1) I_j \Psi''_3(\infty) \right], \quad (19)$$

$$S_2(\omega) = \text{Re} \left[\sum_{j=1}^2 M_{2j}(z_2) \Psi''_{j+6}(\infty) + \sum_{j=1}^8 N_{2j}(z_2) I_j \Psi''_6(\infty) \right]. \quad (20)$$

Здесь введены следующие обозначения: $\mathbf{M}(z) = (\mathbf{z} - \mathbf{L}_1)^{-1}$, $\Psi''(\infty) = \mathbf{L}_2^{-1} \mathbf{I}$, $\mathbf{N}(z) = (\mathbf{L}_1 + \mathbf{D})^{-1} \times [(\mathbf{z} - \mathbf{L}_1)^{-1} - (\mathbf{z} + \mathbf{D})^{-1}]$, $\mathbf{z} = z$, умноженное на единичную матрицу размерности \mathbf{L} , $z_1 = i(\omega - \omega_{21})$, $z_2 = i(\omega - \omega_{31})$.

2. Анализ полученных результатов

Характерная особенность работ [8,9] заключалась в том, что предложенная в них методика расчета спектров флуоресценции когерентного излучения исключала из рассмотрения упругое (рэлеевское) рассеяние, описываемое δ -функцией. В [8] такой подход был оправданным, поскольку тем самым основным объектом внимания оказывалось спонтанное излучение, происходящее в условиях двойного когерентного перемешивания состояний системы и претерпевающее необычное сужение спектра. При экспериментальной проверке выводов работы [8] также были предприняты меры по удалению рэлеевской компоненты рассеяния [12].

В предыдущем разделе проведена модификация метода, использованного в [6,8,9], для случая конечной ширины линии накачки. В этом случае рэлеевское рассеяние (включая и рамановскую составляющую) представлено в спектре флуоресценции линиями конечной ширины. Оказывается, поведение этих линий также существенным образом определяется когерентными свойствами системы. Рассмотрим сначала случай некогерентной накачки. Из рис. 2 видно, что спектр состоит из двух линий спонтанного излучения, представляющих собой дублеты Раби, искаженные вследствие КИ. Принципиальное отличие когерентной накачки излучением конечной ширины состоит в том, что теперь в спектре дополнительно к упомянутым уже дублетам Раби появляются линии с шириной, сравнимой с шириной линии накачки (рис. 3). Это те рэлеевские линии в спектре рассеяния, которые имели вид δ -функций и были исключены из спектра, когда накачка производилась когерентным полем [8,9]. На рис. 3 приведены два спектра флуоресценции, отличающиеся энергией накачки: в случае a энергия накачки точно равна энергии перехода $2-I$; в случае b она отличается от этого значения на Ω_0 . Разница в интенсивностях дополнительных линий легко объясняется. В первом случае возбуждаются оба „одетых“ состояния, образующиеся при перемешивании состояний 2 и 3, что приводит

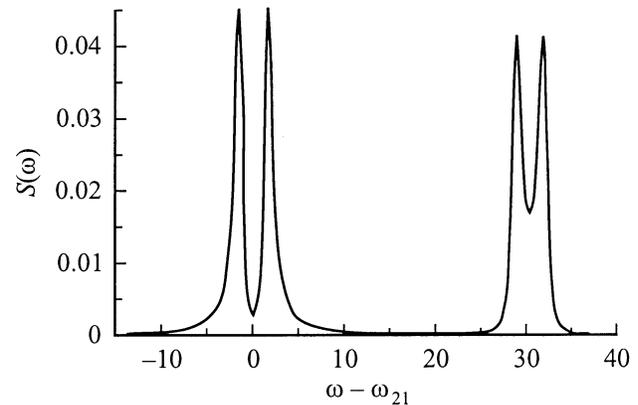


Рис. 2. Случай некогерентной накачки. $\Omega_0 = 1.5$, $\Omega_1 = 0$, $W_{12} = 0.1$, $W_{13} = 0$, $W_{32} = W_{23} = 0.01$, $\gamma = 1$.

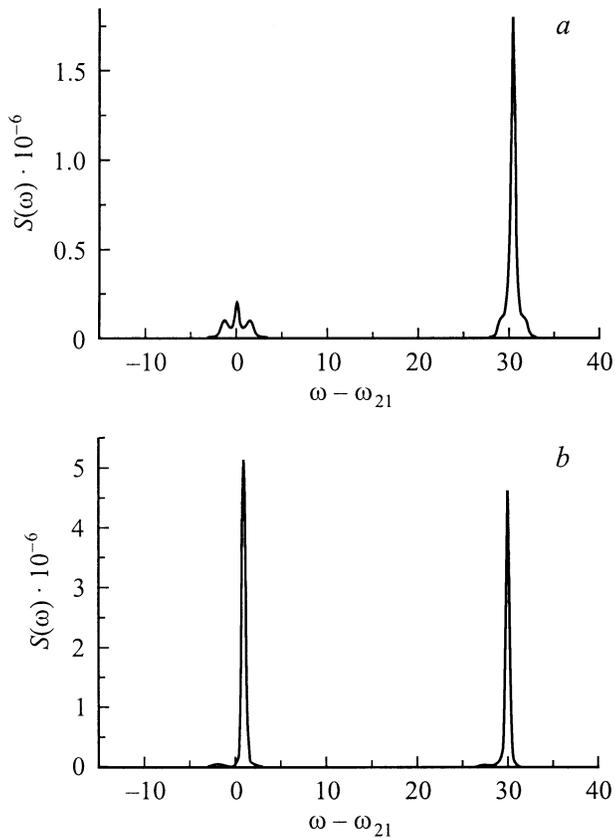


Рис. 3. Случай накачки линией конечной ширины. $\Omega_0 = 1.5$, $\Omega_1 = 0.001$, $W_{12} = W_{13} = 0$, $W_{32} = W_{23} = 0.01$, $\gamma = 1$, $D = 0.2$. В случае *a* частота настройки равна частоте перехода 1-2, в случае *b* она смещена на Ω_0 .

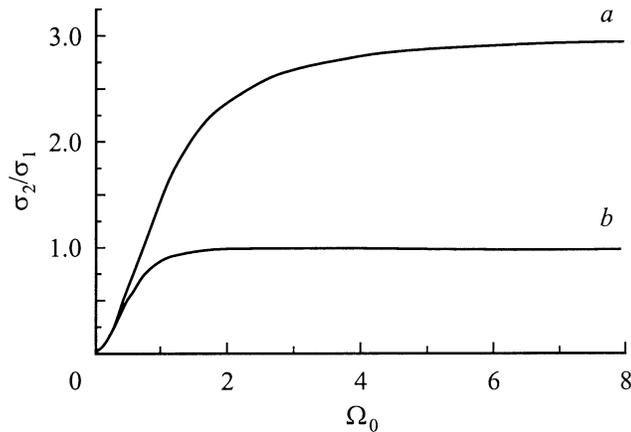


Рис. 4. $\Omega_1 = 0.001$, $W_{12} = W_{13} = 0$, $W_{32} = W_{23} = 0.01$, $\gamma = 1$, $D = 0.5$. В случае *a* частота настройки равна частоте перехода 1-2, в случае *b* она смещена на Ω_0 .

к интерференции амплитуд рэлеевского рассеяния на этих двух состояниях. Во втором случае возбуждается только одно „одетое“ состояние и эффекта интерференции нет. Экспериментально эту особенность спектров лучше всего выразить количественно через соотношение

интенсивностей σ_2/σ_1 . Здесь σ_1 и σ_2 определяются как площади двух областей спектра флуоресценции, сосредоточенных соответственно вблизи переходов 2-1 и 3-1. Из рис. 4 видно, что соотношение площадей σ_2/σ_1 с ростом Ω_0 может превысить единицу в случае резонансной накачки линий и стремится к единице, если расстройка частоты накачки составляет Ω_0 . Разница в поведении σ_2/σ_1 в этих двух случаях обусловлена различной ролью КИ в рэлеевском рассеянии. Иными словами, при накачке узким спектром можно легко выявить области максимального эффекта КИ в спектре флуоресценции путем варьирования энергии накачки. Рис. 5 показывает, как зависит искомое соотношение площадей от степени релаксационных процессов. Можно проследить также, как отмеченный эффект зависит от величины D (рис. 6). С ростом D воздействие когерентного излучения все больше напоминает результат некогерентной накачки. Таким образом, экспериментально измеряя соотношения площадей σ_1 и σ_2 , можно достаточно просто изучать наведенную в системе когерентность и имеющиеся эффекты КИ.

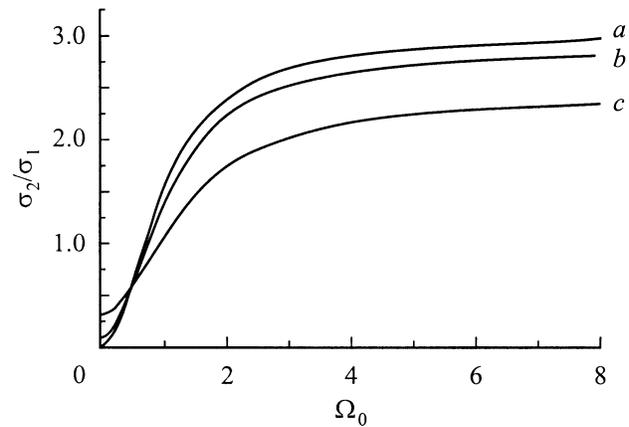


Рис. 5. $\Omega_1 = 0.001$, $W_{12} = W_{13} = 0$, $\gamma = 1$, $D = 0.5$. $W_{32} = W_{23} = 0.01$ (*a*), 0.1 (*b*), 0.5 (*c*).

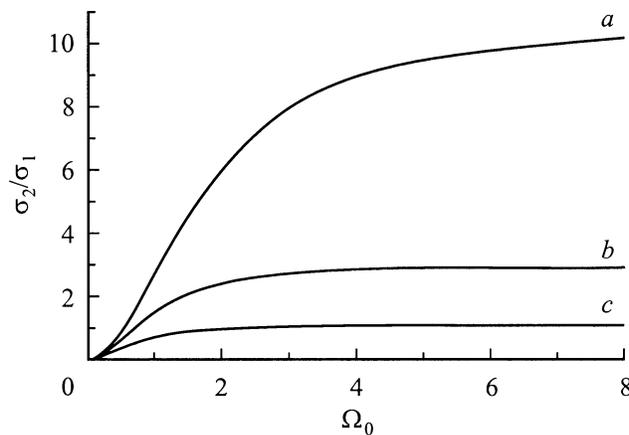


Рис. 6. $\Omega_1 = 0.001$, $W_{12} = W_{13} = 0$, $W_{32} = W_{23} = 0.01$, $\gamma = 1$. $D = 0.1$ (*a*), 0.5 (*b*), 10 (*c*).

Обсудим теперь возможность наблюдения полученных результатов в рамках традиционной мессбаэровской спектроскопии. Известно, что в гамма-диапазоне нет когерентных источников излучения. Поэтому в работе [6] мы ограничились рассмотрением некогерентного механизма накачки, указав в то же время, что такой механизм вряд ли корректно описывает наиболее естественную экспериментальную схему — резонансную флуоресценцию излучения мессбаэровского источника на мессбаэровских сверхтонких уровнях, связанных сильным полем. Последний случай, как нам кажется, можно описать в рамках предложенной в данной работе методики (полагая $D = 0.5$), по крайней мере для достаточно слабого мессбаэровского источника.

Список литературы

- [1] O. Kocharovskaya, P. Mandel. *Phys. Rev.* **A42**, 523 (1990).
- [2] K.-J. Boller, A. Imamoglu, S.E. Harris. *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2593 (1991).
- [3] H. Lee, P. Polynkin, M.O. Scully, S.-Y. Zhu. *Phys. Rev.* **A55**, 4454 (1997).
- [4] S.-Y. Zhu, L.M. Narducci, M.O. Scully. *Phys. Rev.* **A52**, 4791 (1995).
- [5] R. Coussement, M. Van den Bergh, G. S'heeren, G. Neyens, R. Nouwen, P. Bolchand. *Phys. Rev. Lett.* **71**, 1824 (1993).
- [6] E.K. Sadykov, L.L. Zakirov, A.A. Yurichuk. *Laser Phys.* **11**, 409 (2001).
- [7] F.G. Vagizov. *Hyp. Inter.* **61**, 1359 (1990).
- [8] L.M. Narducci, M.O. Scully, G.-L. Oppo, P. Ru, J.R. Tredicce. *Phys. Rev.* **A42**, 1630 (1990).
- [9] A.S. Manka, H.M. Doss, L.M. Narducci, P. Ru, G.-L. Oppo. *Phys. Rev.* **A43**, 3748 (1991).
- [10] A.H. Toor, S.-Y. Zhu, M.S. Zubairy. *Phys. Rev.* **A52**, 4803 (1995).
- [11] J. Gea-Banacloche, M.S. Zubairy. *Phys. Rev.* **A42**, 1742 (1990).
- [12] D.J. Gauthier, Y. Zhu, T.W. Mossberg. *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2460 (1991).