# Неравновесные динамические эффекты в квантовой дроплет-модели изинговского спинового стекла

© Р.В. Сабурова, Е.А. Январев, В.Г. Сушкова

Казанский государственный энергетический университет,
420066 Казань, Россия

E-mail: saburov@mi.ru

В рамках квантовой дроплет-модели изинговского спинового стекла теоретически исследованы вещественная и мнимая части линейной динамической магнитной восприимчивости при очень низких температурах. Аналитически и численно рассчитаны температурная и частотная зависимости. Использовалась неравновесная теория отклика квантово-механических систем. Найдены медленная квазиравновесная динамика и расходимость линейной динамической восприимчивости. Численные расчеты иллюстрируют кроссовер между низко- и высокочастотными режимами. Предполагается существование перехода типа „стекла“ при ненулевой температуре. При нулевой температуре результаты совпадают с полученными ранее. В рамках данной модели кратко рассмотрен эффект старения спинового стекла.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 01-02-16368).

В последнее время наблюдается возрастающий интерес к теоретическому и экспериментальному изучению квантовых спиновых стекол [1–4]. Вопрос существования фазового перехода в спиновом стекле может быть изучен посредством исследования динамической магнитной восприимчивости $\chi_1(\omega, T)$, где $\omega$ — угловая частота внешнего переменного магнитное поля, $T$ — температура спинового стекла.

В данной работе мы рассчитали низкотемпературную линейную динамическую магнитную восприимчивость (вещественную и мнимую части), а также линейную восприимчивость в режиме старения. Это дает важную информацию о динамическом поведении стеклоподобных систем. Неравновесная динамика изучена в спиновом стекле AgMn посредством измерения линейной динамической восприимчивости $\chi_1(\omega, T)$ на низких частотах [4]. Температурная зависимость $\chi_1(T)$ в этом стекле обсуждалась на основе классической дроплетной модели спинового стекла [2]. Здесь мы используем квантовую дроплетную теорию спиновых стекол [3], базирующуюся на модельном гамильтониане $d$-мерного изинговского спинового стекла в поперечном поле

$$H = -\sum_{ij} J_{ij}\sigma_i^z\sigma_j^z - \Gamma\sum_i \sigma_i^x, \tag{1}$$

где $\sigma_i^x$ и $\sigma_i^z$ — матрицы Паули для спина в узле $i$, $\Gamma$ — сила поперечного поля; суммирование в (1) выполняется по ближайшим соседям, взаимодействия $J_{ij}$ между которыми являются независимыми случайными переменными с нулевым средним значением и дисперсией $J = (\overline{J_{ij}})^{1/2}$. Эта модель приближенно описывает, например, разбавленный дипольный магнетик $\mathrm{LiHo}_x\mathrm{Y}_{1-x}\mathrm{F}_4$ [4].

## 1. Динамическая линейная восприимчивость

В работе [3] было показано, что при очень низких температурах квантовый гамильтониан (1) можно представить суммой гамильтонианов независимых квантовых двухуровневых систем (дроплетов с низкой энергией) следующего вида:

$$H = \frac{1}{2}\tilde{\sum_L}\sum_{D_l}(\varepsilon_{D_L}s_{D_L}^z + \Gamma_L s_{D_L}^x), \tag{2}$$

где $s_{D_L}^z$ и $s_{D_L}^x$ — матрицы Паули, представляющие два состояния дроплета $D_L$; суммирование ведется по всем дроплетам $D_L$ длиной $L$ и по всем длинам $L$. Такое суммирование можно представить в виде $\tilde{\sum\limits_L} \equiv \sum\limits_{k=0}^{\infty} \sim \int\limits_{L_0}^{\infty}\frac{dL}{L_0}$, где $L = 2^k L_0$, $L_0$ — длина обрезания; $\varepsilon_{D_L}$ — энергия одного дроплета, которая является независимой случайной величиной. Предполагается, что $\varepsilon_{D_L} \sim L^\theta$, $\theta$ — некоторый тепловой показатель, удовлетворяющий условию $\theta \leqslant (d-1)/2$. Длина дроплета $L$ имеет порядок корреляционной длины, а величина $\Gamma_L = \Gamma_0\exp(-\sigma L^d)$ является скоростью туннелирования дроплета. Здесь $\Gamma_0$ — микроскопическая скорость туннелирования, коэффициент $\sigma$ предполагается одним и тем же для всех дроплетов.

Далее воспользуемся общей теорией линейного отклика квантовой магнитной системы на ее возбуждение слабым внешним переменным магнитным полем. Приложим в направлении $Z$ слабое магнитное поле $h(t) = h\cos\omega t$, тогда индуцированный магнитный момент образца равен

$$M(t) = [\chi_1'(\omega)\cos\omega t + \chi_1''(\omega)\sin\omega t]hV, \tag{3}$$

где $V$ — объем образца, а $\chi_1(\omega) = \chi_1'(\omega) - i\chi_1''(\omega)$ — комплексная линейная динамическая восприимчивость.

Предположим, что система находилась в равновесии с малым, не зависящем от времени полем $h$ при $t \le 0$, а в момент времени $t = 0$ поле было выключено. Тогда для макроскопической намагниченности при $t \ge 0$ можем записать $M(t) - M(0) = \psi(t)h$, где $M(0)$ — равновесная намагниченность в нулевом поле, $\psi(t)$ — функция релаксации, определенная в [3] следующим образом:

$$\psi(t) = \int_0^\beta \mathrm{Sp}\Big[\rho_0 s^z \exp\big[i(t+i\lambda)H\big]s^z \times \exp\big[-i(t+i\lambda)H\big]\Big]d\lambda - \beta(\mathrm{Sp}[\rho_0 s^z])^2, \quad (4)$$

где $\beta = (k_B T)^{-1}$, $\rho_0 = \frac{\exp(-\beta H)}{\mathrm{Sp}\exp(-\beta H)}$ — равновесная матрица плотности, и $\chi_1(\omega) = \psi(0)/V(i\omega/V)\int\limits_0^\infty \psi(t)e^{-i\omega t}dt$.

В квантовом режиме ($T \to 0, \beta\Gamma_L \gg 1, \varepsilon_{D_L} > k_\beta T$) для вещественной части $\chi_1'(\omega, T)$ линейной восприимчивости получим

$$\chi_1'(\omega,T) - \chi_1'(0,T) \sim -\frac{q_{EA}\sigma^{\theta/d}}{4\gamma\theta}\left|\log\frac{\omega}{\Gamma_0}\right|^{-\theta/d} - \frac{2\sqrt{2\pi}}{\gamma\theta}q_{EA}\sigma^{\theta/d}\sqrt{\beta\omega}e^{-\beta\omega}\left|\log\frac{\omega}{\Gamma_0}\right|^{-\theta/d} \sim -\frac{q_{EA}\sigma^{\theta/d}}{4\gamma\theta}\left|\log\frac{\omega}{\Gamma_0}\right|^{\theta/d}\left(1+8\sqrt{2\pi\beta\omega}e^{-\beta\omega}\right), \quad (5)$$

где $q_{EA}$ — параметр порядка в спиновом стекле [4].

Используя известное соотношение [4] $\chi_1''(\omega) = -\frac{\pi}{2}\frac{\partial\chi_1'(\omega)}{\partial(\log\omega)}$, получаем следующее выражение для мнимой части $\chi_1''(\omega, T)$ динамической восприимчивости:

$$\chi_1''(\omega,T) \sim \frac{\pi}{2}\frac{q_{EA}\sigma^{\theta/d}}{4\gamma\theta}\left|\log\frac{\omega}{\Gamma_0}\right|^{-\theta/d} - \frac{2\sqrt{2\pi}}{\gamma\theta}q_{EA}\sigma^{\theta/d}\sqrt{\beta\omega}e^{-\beta\omega}\left|\log\frac{\omega}{\Gamma_0}\right|^{\theta/d} \sim \frac{q_{EA}\sigma^{\theta/d}}{4\gamma\theta}\left|\log\frac{\omega}{\Gamma_0}\right|^{-\theta/d}\left(1+8\sqrt{2\pi\beta\omega}e^{-\beta\omega}\right). \quad (6)$$

Выражения (5), (6) описывают динамику спиновых стекол в поперечном поле при низких температурах.

Далее рассмотрим неравновесное явление старения в нашей модели спинового стекла. При этом образец охлаждается в нулевом постоянном магнитном поле в течение так называемого времени ожидания $t_w$ до некоторой температуры $T < T_g$ ($T_g$ — температура замораживания спинов [4]). Затем включается слабое пробное переменное магнитное поле и ведется наблюдение за временнóй зависимостью динамической восприимчивости $\chi_1(t+t_w, t_w)$ при постоянной температуре. Поскольку большинство экспериментов в спиновых стеклах выполняется в неравновесных условиях, необходим тщательный анализ экспериментальных данных. Мы рассчитываем вещественную часть динамической линейной восприимчивости (или интегрального отклика) вида

$$\chi_1(t+t_w,t_w) = \int_{t_w}^{t+t_w} dt' R(t+t_w,t'), \qquad R(t,t') = \frac{\partial\overline{\langle S^z(t)\rangle}}{\partial h(t')}\bigg|_{h=0}.$$

Здесь скобки $\langle\ldots\rangle$ означают тепловое усреднение, а $\overline{S(t)}$ — усреднение по беспорядку (т. е. усреднение по $\varepsilon_L$ и $L$). Используя общую теорию неравновесного линейного отклика в первом приближении по возмущению $h(t)$, получим следующее соотношение:

$$\chi_1(t+t_w,t_w) \sim \frac{q_{EA}\sigma^{\theta/d}}{4\gamma\theta}\,\frac{\ln\left(\frac{t_w}{t+t_w}\right)}{\ln(\hbar^{-1}\Gamma_0(t+t_w))\ln(\hbar^{-1}\Gamma_0 t_w)}. \quad (7)$$

Здесь мы рассмотрели случай, когда $\ln t > \ln t_w$. Полученное неравновесное динамическое поведение линейной восприимчивости подобно поведению, которое описывается в обычной классической дроплетной модели изинговского спинового стекла.

## 2. Обсуждение результатов

Выражения (5), (6) обнаруживают достаточно сложную температурную и частотную зависимости. Численные расчеты выполнялись при $\theta = 0.5$, $d = 3$, $q_{EA} = 0.5$, $\Gamma_0 = 10^{10}\,\mathrm{s}^{-1}$, $\gamma = 10^{-15}$ erg. Линейная восприимчивость $\chi_1'$ при очень низких температурах ($\sim 0.1-1$ K) примерно монотонна по частоте и следует логарифмическому закону. Отсюда можно сделать вывод о широком распространении скоростей туннелирования. Кривые температурной зависимости $\chi_1'$ при фиксированных частотах идут вниз и проходят минимум, причем минимальные значения одинаковы, а температуры минимумов различны для разных частот.

На кривой температурной зависимости $\chi_1''$ при охлаждении появляется широкий максимум, который сдвигается в сторону высоких температур с увеличением частоты. Максимум $\chi_1''$ соответствует точке отражения $\chi_1'$. Частотная зависимость $\chi_1''$ также примечательна: кривая идет вверх с ростом частоты, проходит через максимум и падает при дальнейшем увеличении частоты. Необходимо отметить, что при $T = 0$ наши результаты совпадают с результатами, полученными в работе [3].

Предварительные расчеты неравновесной динамики (эффекта старения) в квантовом спиновом стекле также обнаружили крайне медленную динамику при низких температурах. Поскольку теоретические результаты такого рода являются новыми, а экспериментальных данных сравнительно мало, можно говорить лишь о качественном согласии с экспериментом [4].

## Список литературы


[1] T. Jonsson, K. Jonason, P. Jonsson, P. Nordblad. Phys. Rev. **B59**, *13*, 8770 (1999).
[2] D.S. Fisher, D.A. Huse. Phys. Rev. **B38**, *1*, 386 (1988).
[3] M.J. Thill, D.A. Huse. Physica **A241**, *2*, 321 (1995).
[4] J.A. Mydosh. Spin Glasses / Ed. Taylor and Francis. London (1993). P. 293.