Влияние зеемановского расщепления на осцилляции Шубникова–де Гааза в двумерных системах

© С.А. Тарасенко

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,
194021 Санкт-Петербург, Россия

E-mail: tarasenko@coherent.ioffe.rssi.ru

(Поступила в Редакцию 29 октября 2001 г.)

Построена теория эффекта Шубникова–де Гааза в наклонном магнитном поле в двумерных системах. Рассчитан тензор проводимости при произвольном отношении зеемановского расщепления к циклотронному (r) с учетом возможной анизотропии g-фактора. Показано, что при целом r в спектре осцилляций Шубникова–де Гааза доминирует основная гармоника, а фаза осцилляций зависит от четности r. При полуцелом r осцилляции проводимости определяются гармониками второго порядка малости.

Работа поддержана Министерством науки РФ, Российским фондом фундаментальных исследований, INTAS и программой президиума РАН „Квантовые низкоразмерные структуры“.

Как известно, в магнитном поле при низких температурах проводимость вырожденного электронного газа осциллирует при изменении поля (эффект Шубникова–де Гааза). Причина этого эффекта состоит в последовательном пересечении уровня Ферми уровнями Ландау в квантующем магнитном поле. В двумерных системах малые осцилляции проводимости наблюдаются в классических магнитных полях, когда $\omega_c\tau \sim 1$, где ω_c — циклотронная частота, τ — время релаксации носителей. Соответствующим малым параметром, определяющим амплитуду осцилляций, является величина $\exp(-\pi/\omega_c\tau)$. Эффект Шубникова–де Гааза в $2D$ системах теоретически изучен в работах [1,2] и в настоящее время является одним из основных методов характеризации проводящих структур.

Одновременно с диамагнитным (циклотронным) квантованием в магнитном поле происходит расщепление электронных состояний на спиновые подуровни — эффект Зеемана. Это расщепление, Δ, линейно по магнитному полю и определяется g-фактором носителей.

В объемных материалах обычно выполняется соотношение $\Delta \ll \hbar\omega_c$, поэтому зеемановское расщепление не влияет на малые осцилляции Шубникова–де Гааза и проявляется только в очень сильных магнитных полях, когда осцилляции проводимости становятся не малыми. Гальваномагнитные явления в объемных материалах с учетом спинового расщепления рассмотрены в работе [3]. Качественно новая ситуация возникает в $2D$ системах. При приложении магнитного поля под углом к плоскости электронного газа появляется возможность менять в широких пределах отношение $r = \Delta/\hbar\omega_c$, поскольку зеемановское расщепление определяется полным магнитным полем $\mathbf{B}$, а циклотронное в случае сильного размерного квантования носителей — компонентой поля $B_\perp$, перпендикулярной плоскости электронного газа [4].

Наличие зеемановского расщепления, сравнимого с расстоянием между уровнями Ландау, существенно меняет вид магнитоосцилляционных эффектов. Например, когда циклотронное расщепление вдвое превышает зеемановское, $r \approx 1/2$, осцилляции наблюдаются на удвоенной частоте. Подобные магнитотранспортные измерения в наклонном поле, предложенные в работе [5], интенсивно проводятся в последнее время, что позволяет определять, например, g-факторы электронов в квантовых ямах [6–13]. Однако последовательной теории эффекта в настоящее время не существует, что допускает анализ экспериментальных данных лишь на качественном уровне.

Цель настоящей работы состоит в создании теории эффекта Шубникова–де Гааза в $2D$ системах в наклонном магнитном поле. При описании зеемановского расщепления будет принята во внимание возможная анизотропия электронного g-фактора. Предполагается, что рассеяние носителей происходит на короткодействующем потенциале, а время спиновой релаксации существенно превышает время релаксации импульса.

1. Расчет тензора проводимости

Расчет тензора проводимости в режиме осцилляций Шубникова–де Гааза удобно проводить методом диаграммной техники. Функция Грина невзаимодействующих электронов, находящихся во внешнем магнитном поле, с учетом спинового расщепления в общем случае представляет собой матрицу размерности (2×2)

$$\mathscr{G}_\varepsilon(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sum_{n,k_y} \hat{G}_\varepsilon(n, k_y)\psi_{nk_y}(\mathbf{r})\psi^*_{nk_y}(\mathbf{r}'), \tag{1}$$

где $\psi_{nk_y}(\mathbf{r}) = \phi_{nk_y}(\boldsymbol{\rho})u(z)$ — координатные волновые функции электронов в квантовой яме во внешнем магнитном поле в калибровке Ландау с векторным потенциалом $\mathbf{A} = (0, B_\perp x, 0)$, n и k_y — номера уровней Ландау и величины волновых векторов, $u(z)$ — функция размерного квантования. Волновые функции носителей в плоскости квантовой ямы $\phi_{nk_y}(\rho)$ и электронный спектр определяются только перпендикулярной компонентой поля, поскольку энергия размерного квантования существенно превышает расстояние между уровнями Ландау.

Будем считать, что выполняется условие хорошей проводимости электронного газа

$$E_F\tau/\hbar \gg 1, \tag{2}$$

энергия Ферми E_F значительно превышает спиновое расщепление и расстояние между уровнями Ландау

$$E_F \gg \Delta, \hbar\omega_c, \tag{3}$$

где $\omega_c = eB_\perp/mc$ — циклотронная частота, m — эффективная масса электрона для движения в плоскости, e и c — элементарный заряд и скорость света.

При рассеянии на системе случайно распределенных короткодействующих рассеивателей и отсутствии спиновой релаксации матрица $\hat{G}_\varepsilon$ имеет вид

$$\hat{G}_\varepsilon(n,k_y) = \left[\varepsilon + E_F - \hbar\omega_c(n+1/2) - \hat{H}_s - \hat{X}_\varepsilon\right]^{-1}, \tag{4}$$

где $\hat{H}_s$ — гамильтониан, описывающий зеемановское расщепление

$$\hat{H}_s = (\mu_0/2)\sum_{\alpha\beta} g_{\alpha\beta}\hat{\sigma}_\alpha B_\beta, \tag{5}$$

μ_0 — магнетон Бора, $g_{\alpha\beta}$ — тензор электронного g-фактора, $\hat{\sigma}_\alpha$ — матрица Паули, α и β — декартовы координаты. Собственно энергетическая часть $\hat{X}_\varepsilon$ в рамках самосогласованного борновского приближения не зависит от номера n[1, 3] и определяется уравнением

$$\hat{X}_\varepsilon = \frac{\hbar\omega_c}{\pi}\frac{\hbar}{2\tau}\sum_n \hat{G}_\varepsilon(n,k_y). \tag{6}$$

С учетом (4), (6) матрицу $\hat{X}_\varepsilon$ можно представить в виде

$$\hat{X}_\varepsilon = a_\varepsilon\hat{I} + b_\varepsilon\hat{H}_s/\Delta, \tag{7}$$

где a_ε и b_ε — комплексные величины. Величина спинового расщепления в общем виде определяется выражением

$$\Delta = \mu_0\sqrt{\sum_\alpha\Big(\sum_\beta g_{\alpha\beta}B_\beta\Big)^2}, \tag{8}$$

которое в случае естественной анизотропии g-фактора, вызванной наличием оси размерного квантования, $g_{xx} = g_{yy} = g_\parallel$, $g_{zz} = g_\perp$, $g_{\alpha\beta} = 0$ $(\alpha \neq \beta)$, переходит в соотношение

$$\Delta = \mu_0\sqrt{g_\parallel^2 B_\parallel^2 + g_\perp^2 B_\perp^2}, \tag{9}$$

где $B_\parallel$ — компонента магнитного поля, лежащая в плоскости электронного газа.

Применяя формулу суммирования Пуассона

$$\sum_n f(n) = \frac{f(0)}{2} + \sum_{k=-\infty}^{\infty}\int_0^\infty dn\,\exp(2\pi ikn)f(n) \tag{10}$$

и пренебрегая первым слагаемым, из (6) можно получить следующую замкнутую систему уравнений для a_ε и b_ε:

$$a_\varepsilon = -i\,\frac{\hbar}{2\tau}\Bigg\{1 + 2\sum_{k=1}^{\infty}\exp\Bigg[2\pi ik\Bigg(\frac{E_F+\varepsilon-a_\varepsilon}{\hbar\omega_c} - \frac{1}{2}\Bigg)$$

$$\times\operatorname{sign}\varepsilon\Bigg]\cos\Bigg(\pi k\,\frac{\Delta+b_\varepsilon}{\hbar\omega_c}\Bigg)\Bigg\}\operatorname{sign}\varepsilon,$$

$$b_\varepsilon = -\frac{\hbar}{\tau}\,2\sum_{k=1}^{\infty}\exp\Bigg[2\pi ik\Bigg(\frac{E_F+\varepsilon-a_\varepsilon}{\hbar\omega_c} - \frac{1}{2}\Bigg)$$

$$\times\operatorname{sign}\varepsilon\Bigg]\sin\Bigg(\pi k\,\frac{\Delta+b_\varepsilon}{\hbar\omega_c}\Bigg). \tag{11}$$

Аналогичное уравнение для собственно энергетической части функции Грина без учета спиновых эффектов получено, например, в работе [14].

Для расчета тензора проводимости на частоте электрического поля $\omega > 0$ будем использовать следующее соотношение [3,14]:

$$\sigma_{\alpha\beta}(\omega) = \frac{1}{\omega}\,\mathrm{Sp}\iint d\mathbf{r}d\mathbf{r}'\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d\varepsilon}{2\pi}\left[\hat{J}_\alpha(\mathbf{r})\mathscr{G}_{\varepsilon+\hbar\omega}(\mathbf{r},\mathbf{r}')\right]$$

$$\times\left[\hat{J}_\beta(\mathbf{r}')\mathscr{G}_\varepsilon(\mathbf{r}',\mathbf{r})\right] + \frac{iNe^2}{m\omega}\,\delta_{\alpha\beta}, \tag{12}$$

где $\hat{\mathbf{J}}(\mathbf{r})$ — оператор плотности электрического тока, диагональный по спиновым индексам,

$$\hat{\mathbf{J}}(\mathbf{r}) = -\frac{e}{m}\left[-i\hbar\boldsymbol{\nabla} + \frac{e}{c}\,\mathbf{A}(\mathbf{r})\right]\hat{I}, \tag{13}$$

N — полная концентрация электронов; суммирование Sp происходит по спиновым переменным. В дальнейшем нас будет интересовать статическая проводимость, поэтому частота ω будет предполагаться малой и в конечных выражениях устремляться к нулю. Поскольку компоненты тензора проводимости вещественны при $\omega = 0$ и связаны между собой соотношениями $\sigma_{xx} = \sigma_{yy}$, $\sigma_{xy} = -\sigma_{yx}$, достаточно вычислить величину

$$\sigma = \sigma_{xx} + i\sigma_{xy}. \tag{14}$$

Используя вид функции Грина в координатном представлении (1) и матричные элементы оператора плотности тока на собственных функциях электрона в магнитном поле

$$\langle n'k_y'|\hat{J}_x|nk_y\rangle = ie\sqrt{\frac{\hbar\omega_c}{2m}}\left(\sqrt{n}\sigma_{n',n-1} - \sqrt{n+1}\delta_{n',n+1}\right)\delta_{k_y,k_y'},$$

$$\langle n'k_y'|\hat{J}_y|nk_y\rangle = -e\sqrt{\frac{\hbar\omega_c}{2m}}$$

$$\times\left(\sqrt{n}\sigma_{n',n-1} - \sqrt{n+1}\delta_{n',n+1}\right)\delta_{k_y,k_y'}, \tag{15}$$

проводимость σ можно представить в следующем виде:

$$\sigma = \frac{e^2\omega_c^2}{2\pi\omega} \operatorname{Sp} \sum_n n \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon}{2\pi} \hat{G}_{\varepsilon+\hbar\omega}(n)\hat{G}_\varepsilon(n-1) + \frac{iNe^2}{m\omega}. \tag{16}$$

После суммирования по спиновым индексам нетрудно заметить, что $\operatorname{Sp}\hat{G}\hat{G}$ представляет собой сумму двух слагаемых

$$\operatorname{Sp}\hat{G}_{\varepsilon+\hbar\omega}\hat{G}_\varepsilon = G^{(+)}_{\varepsilon+\hbar\omega}G^{(+)}_\varepsilon + G^{(-)}_{\varepsilon+\hbar\omega}G^{(-)}_\varepsilon, \tag{17}$$

каждое из которых является произведением функций

$$G^{(\pm)}_\varepsilon(n) = \left[\varepsilon + E_F \mp \Delta/2 - \hbar\omega_c(n+1/2) - X^{(\pm)}_\varepsilon\right]^{-1}, \tag{18}$$

где величины $X^{(\pm)}$ определяются выражением

$$X^{(\pm)}_\varepsilon = a_\varepsilon \pm b_\varepsilon/2. \tag{19}$$

Используя систему уравнений для a_ε и b_ε (11), можно получить независимые уравнения для $X^{(\pm)}$

$$X^{(\pm)}_\varepsilon = -i\,\frac{\hbar}{2\tau}\left\{1 + 2\sum_{k=1}^{\infty} \exp\left[2\pi ik \times \left(\frac{E_F \mp \Delta/2 + \varepsilon - X^{(\pm)}_\varepsilon}{\hbar\omega_c} - \frac{1}{2}\right)\operatorname{sign}\varepsilon\right]\right\}\operatorname{sign}\varepsilon, \tag{20}$$

которые отличаются только знаком перед слагаемым $\Delta/2$.

Нетрудно заметить, что функции $G^{(\pm)}$ представляют собой функции Грина невзаимодействующих бесспиновых электронов в магнитном поле с эффективным уровнем Ферми $E_F \mp \Delta/2$, т. е. частиц, находящихся на верхнем и нижнем спиновых уровнях, а уравнения (20) — уравнения для собственно энергетических частей этих функций Грина. Таким образом, соотношение (17) формально демонстрирует, что спиновые подсистемы, как и следовало ожидать, при отсутствии спиновой релаксации вносят независимые вклады в проводимость, $\sigma = \sigma^{(+)} + \sigma^{(-)}$. При этом вклад в проводимость от каждой спиновой подзоны рассчитывается, как и проводимость без учета спиновых эффектов, $\tilde{\sigma}$, с заменой величины E_F на энергетическое расстояние между уровнем Ферми и дном спиновой подзоны, $E_F \mp \Delta/2$,

$$\sigma^{(\pm)} = \tilde{\sigma}(E_F \mp \Delta/2). \tag{21}$$

После суммирования по уровням Ландау с использованием формулы Пуассона (10) (детальный расчет без учета спиновых эффектов приведен в работе [14]) выражение для проводимости приобретает вид

$$\sigma^{(\pm)} = \frac{e^2\tau}{\hbar^3\omega} E_F \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon}{2\pi} \left(X^{(\pm)}_{\varepsilon+\hbar\omega} - X^{\pm}_\varepsilon\right) \big/ \left(\hbar\omega_c + X^{(\pm)}_{\varepsilon+\hbar\omega} - X^{(\pm)}_\varepsilon\right). \tag{22}$$

Разлагая собственно энергетические части до второго порядка по параметру $\exp(-\pi/\omega_c\tau)$, получаем

$$X^{(\pm)}_\varepsilon = -i\,\frac{\hbar}{2\tau}\left\{1 + 2\exp\left(-\frac{\pi}{\omega_c\tau}\right)\exp\left[2\pi i \times \left(\frac{E_F \mp \Delta/2 + \varepsilon}{\hbar\omega_c} - \frac{1}{2}\right)\operatorname{sign}\varepsilon\right] + 2\left(1 - \frac{2\pi}{\omega_c\tau}\right)\exp\left(-\frac{2\pi}{\omega_c\tau}\right) \times \exp\left[4\pi i\left(\frac{E_F \mp \Delta/2 + \varepsilon}{\hbar\omega_c} - \frac{1}{2}\right)\operatorname{sign}\varepsilon\right]\right\}\operatorname{sign}\varepsilon. \tag{23}$$

Окончательное выражение для тензора статической проводимости ($\omega \to 0$) с точностью до второго порядка имеет вид

$$\sigma_{xx} = \frac{Ne^2\tau/m}{1+\Omega^2}\left\{1 + \frac{2\Omega^2}{1+\Omega^2}\delta_1 + \left[\frac{2\Omega^2}{1+\Omega^2}\left(1 - \frac{2\pi}{\Omega}\right) - \frac{(3-\Omega^2)\Omega^2}{(1+\Omega^2)^2}\right]\delta_2\right\},$$

$$\sigma_{xy} = -\frac{Ne^2\tau\Omega/m}{1+\Omega^2}\left\{1 - \frac{1+3\Omega^2}{(1+\Omega^2)\Omega^2}\delta_1 - \left[\frac{1+3\Omega^2}{(1+\Omega^2)\Omega^2}\left(1 - \frac{2\pi}{\Omega}\right) - \frac{1-3\Omega^2}{(1+\Omega^2)^2}\right]\delta_2\right\}, \tag{24}$$

где $\Omega = \omega_c\tau$, δ_1 и δ_2 — осциллирующие величины первого и второго порядков малости

$$\delta_1 = 2\exp\left(-\frac{\pi}{\omega_c\tau}\right)\cos\left(2\pi\frac{E_F}{\hbar\omega_c} - \pi\right)\cos\left(\pi\frac{\Delta}{\hbar\omega_c}\right),$$

$$\delta_2 = 2\exp\left(-\frac{2\pi}{\omega_c\tau}\right)\cos\left(4\pi\frac{E_F}{\hbar\omega_c}\right)\cos\left(2\pi\frac{\Delta}{\hbar\omega_c}\right). \tag{25}$$

При отличной от нуля температуре происходит размытие электронного распределения, что приводит к температурному затуханию осцилляций. Проведя аналогичный расчет тензора проводимости методом диаграммной техники Мацубары при конечной температуре, можно показать, что выражение (24) сохранится, а у величин δ_1 и δ_2 появятся обычные температурные множители

$$\delta_1 = 2\exp\left(-\frac{\pi}{\omega_c\tau}\right) \times \cos\left(2\pi\frac{E_F}{\hbar\omega_c} - \pi\right)\cos\left(\pi\frac{\Delta}{\hbar\omega_c}\right)\frac{\lambda}{\sinh\lambda},$$

$$\delta_2 = 2\exp\left(-\frac{2\pi}{\omega_c\tau}\right) \times \cos\left(4\pi\frac{E_F}{\hbar\omega_c}\right)\cos\left(2\pi\frac{\Delta}{\hbar\omega_c}\right)\frac{2\lambda}{\sinh 2\lambda}, \tag{26}$$

где $\lambda = 2\pi^2 T/\hbar\omega_c$, T — температура, выраженная в энергетических единицах.

Соотношения (24) вместе с (26) и (9) описывают магнитопроводимость двумерных систем в режиме малых осцилляций Шубникова–де Гааза в магнитном поле произвольной ориентации.

2. Результаты расчета и обсуждение

На рис. 1 представлены зависимости сопротивления $\rho_{xx} = \sigma_{xx}/(\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2)$ от магнитного поля при различных значениях соотношения $r = \Delta/\hbar\omega_c$, рассчитанные по формулам (24) для нулевой темпераутры и параметра $E_F\tau/\hbar = 10$. При отсутствии спинового расщепления (рис. 1, a) малые осцилляции Шубникова–де Гааза определяются гармоникой $\cos(2\pi E_F/\hbar\omega_c)$ первого порядка малости по параметру $\exp(-\pi/\omega_c\tau)$. Кратные гармоники проявляются лишь в более сильных полях, когда амплитуда осцилляций становится не малой, и приводит к изменению формы осцилляций.

Спиновое расщепление, сравнимое с циклотронным, качественно меняет поведение осцилляций Шубникова–де Гааза. Поскольку спиновые подсистемы вносят аддитивные вклады в проводимость, параметры осцилляций зависят от относительного расположения уровней Ландау спиновых подзон. В выражениях для осциллирующих частей тензора проводимости это приводит к появлению множителей $\cos(\pi\Delta/\hbar\omega_c)$ и $\cos(2\pi\Delta/\hbar\omega_c)$ (25), (26). На рис. 2 схематично изображено расположение уровней Ландау при фиксированном значении циклотронного расщепления и различных значениях параметра r.

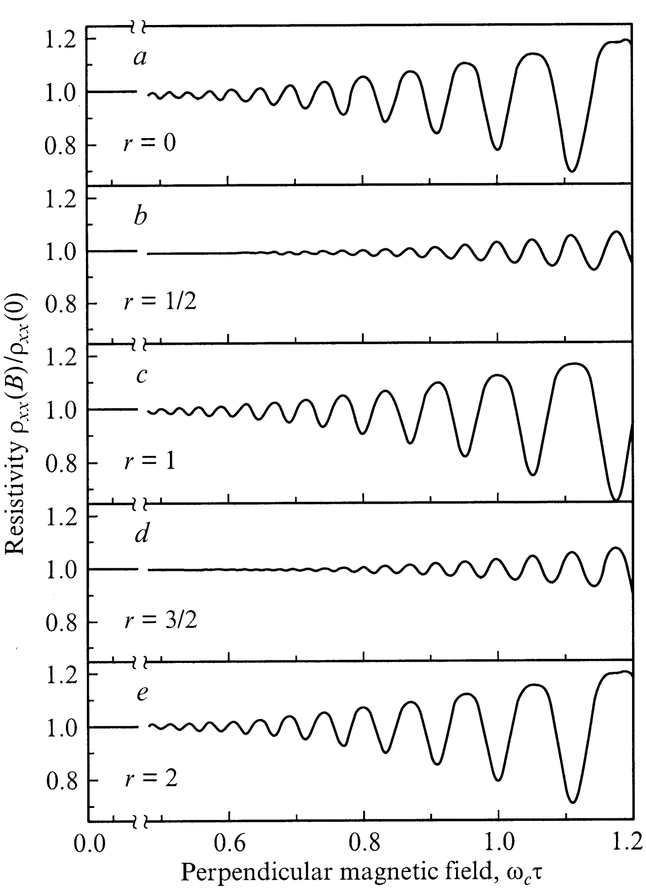

Рис. 1. Зависимость сопротивления ρ_{xx} от магнитного поля в условиях эффекта Шубникова–де Гааза при различных отношениях спинового расщепления к циклотронному.

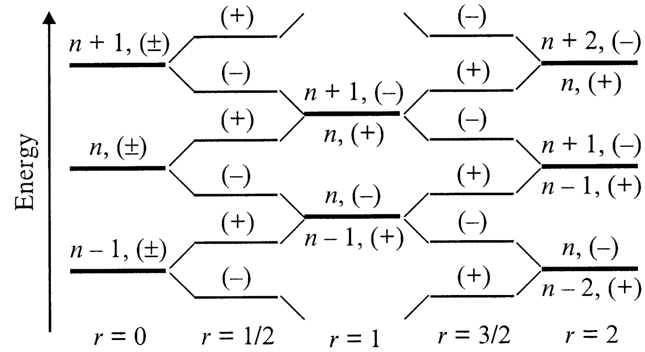

Рис. 2. Расположение уровней Ландау спиновых подсистем при различных значениях зеемановского расщепления.

При полуцелых $r = 1/2, 3/2\ldots$ уровни Ландау от спиновых подсистем максимально „рассогласованы“, т. е. уровни Ландау от одной спиновой подзоны находятся посередине между уровнями Ландау от другой подзоны (рис. 2). Это приводит к тому, что осцилляции проводимости от спиновых подсистем взаимно компенсируются в первом порядке по параметру $\exp(-\pi/\omega_c\tau)$. В результате эффект Шубникова–де Гааза определяется гармоникой второго порядка малости, в которую спиновые подсистемы вносят совпадающие вклады при полуцелых r. Такое удвоение частоты осцилляций и уменьшение амплитуды хорошо видно на рис. 1, b и d.

Когда спиновое расщепление кратно циклотронному, $r = 1, 2, 3\ldots$, происходит „согласование“ уровней Ландау от спиновых подсистем (рис. 2) и в спектре осцилляций Шубникова–де Гааза снова доминирует основная гармоника. Однако положения максимумов и минимумов сопротивления при четных (рис. 1, e) и нечетных (рис. 1, c) r различны, поскольку в этих случаях положения уровней Ландау отличаются на величину $\hbar\omega_c/2$ (рис. 2). Гармоники второго порядка, несколько меняющие форму осцилляций, одинаковы для всех целых r.

Экспериментально эффект Шубникова–де Гааза в наклонном магнитном поле исследовался в ряде работ [5–13]. Эффект смены фазы основной гармоники при переходе от четных к нечетным r использовался для определения g-фактора. При полуцелых значениях r наблюдалось удвоение частоты осцилляций и уменьшение амплитуды, что согласуется с нашими расчетами. Экспериментальные данные, приведенные в работах [9,11,12], показывают, однако, что фазы осцилляций второй гармоники могут быть различны. В [12] экстремумы в зависимости ρ_{xx} от магнитного поля при целых r переходят в максимумы сопротивления при полуцелых r, как и в нашем расчете. В работах [9,11] фаза второй гармоники противоположна. Такое различие в знаке, который определяется плавными функциями магнитного поля, стоящими перед δ_2 (24), возможно, связано со значительным отличием транспортного времени релаксации от квантового в исследованных структурах.

Автор благодарен Н.С. Аверкиеву и Л.Е. Голубу за полезные обсуждения.

Список литературы

[1] T. Ando. J. Phys. Soc. Japan **37**, 1233 (1974).
[2] A. Isihara, L. Smrčka. J. Phys. **C19**, 6777 (1986).
[3] А.А. Абрикосов. ЖЭТФ **56**, 1391 (1969).
[4] T. Ando, A. Fowler, F. Stern. Rev. Mod. Phys. **54**, *2*, 437 (1982). [Т. Андо, А. Фаулер, Ф. Стерн. Электронные свойства двумерных систем. Мир, М. (1985)].
[5] F.F. Fang, P.J. Stiles. Phys. Rev. **174**, 823 (1968).
[6] T.P. Smith III, F.F. Fang. Phys. Rev. **B35**, 7729 (1987).
[7] R.J. Nicholas, R.J. Haug, K.V. Klitzing, G. Weimann. Phys. Rev. **B37**, 1294 (1988).
[8] S.J. Koester, K. Ismail, J.O. Chu. Semicond. Sci. Technol. **12**, 384 (1997).
[9] D.R. Leadley, R.J. Nicholas, J.J. Harris, C.T. Foxon. Phys. Rev. **B58**, 13 036 (1998).
[10] W. Pan, D.C. Tsui, B.L. Draper. Phys. Rev. **B59**, 10 208 (1999).
[11] S. Brosig, K. Ensslin, A.G. Jansen, C. Ngueyn, B. Brar, M. Thomas, H. Kroemer. Phys. Rev. **B61**, 13 045 (2000).
[12] S.A. Vitkalov, H. Zheng, K.M. Mertes, M.P. Sarachik, T.M. Klapwijk. Phys. Rev. Lett. **85**, 2164 (2000).
[13] V.M. Pudalov, M. Gershenson, H. Kojima, N. Butch, E.M. Dizhur, G. Brunthaler, A. Prinz, G. Bauer. arXiv: cond-mat / 0105081.
[14] N.S. Averkiev, L.E. Golub, S.A. Tarasenko, M. Willander. J. Phys.: Condens. Matter **13**, 2517 (2001).