

# Генерация второй гармоники и выпрямление волн пространственного заряда в фоторефрактивных кристаллах

© В.В. Брыксин, М.П. Петров

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,  
194021 Санкт-Петербург, Россия

(Поступила в Редакцию 19 декабря 2001 г.  
В окончательной редакции 17 января 2002 г.)

Впервые представлена теория эффектов генерации второй гармоники и полного (пространственного и временного) выпрямления волн пространственного заряда (ВПЗ) в фоторефрактивных кристаллах и полужолирующих полупроводниках. Теория предсказывает два механизма возбуждения второй гармоники ВПЗ. Предложена методика эксперимента для регистрации второй гармоники и получены необходимые формулы для интерпретации экспериментальных данных.

Установлено, что эффект полного выпрямления ВПЗ может приводить к изменению тока, протекающего через образец, на десятки процентов. Результаты расчетов находятся в качественном согласии с предварительными экспериментами.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант 02-02-17603.

В фоторефрактивных кристаллах (или в более общем случае в полужолирующих полупроводниках), помещенных во внешнее электрическое поле, могут возникать волны пространственного заряда (ВПЗ) [1]. Иногда для описания этих волн используются термины „волны перезарядки ловушек“ [1], „фоторефрактивные волны“ [2], или „фоторефрактоны“. ВПЗ характеризуются необычным законом дисперсии: их частота обратно пропорциональна волновому вектору. Как правило, ВПЗ — довольно быстро затухающие волны; их время жизни сравнимо с периодом собственных колебаний.

Возможности успешного экспериментального исследования ВПЗ в значительной степени зависят от выбранной методики их возбуждения и регистрации. Среди различных способов генерации ВПЗ одним из наиболее эффективных является оптическое возбуждение их посредством освещения кристалла периодической (синусоидальной) интерференционной картиной, колеблющейся около равновесного положения. В том случае, когда период интерференционной картины совпадает с пространственным периодом какой-либо ВПЗ, а частота колебаний интерференционной картины также совпадает с собственной частотой данной волны, возникает резонансное возбуждение ВПЗ, которое легко регистрируется оптическими методами [2].

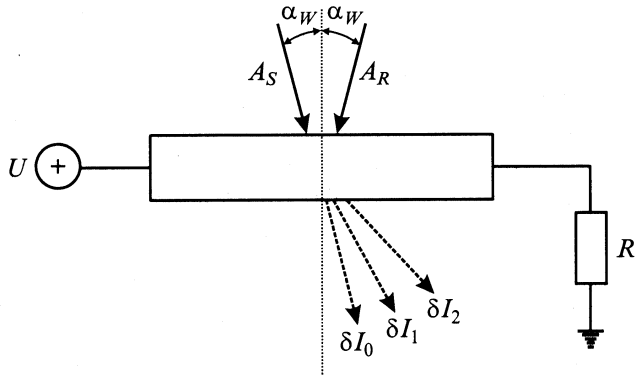
При относительно малых значениях контраста  $m$  интерференционной картины ( $m \ll 1$ ) обсуждаемые эффекты имеют линейный характер. В этом случае осциллирующие поля и токи в образце пропорциональны первой степени  $m$ . Однако при больших значениях  $m$  (сравнимых с единицей) оказываются важными нелинейные эффекты, приводящие к появлению полей и токов, пропорциональных второй и высшим степеням  $m$ . Нелинейность возникает из-за того, что вновь возбуждаемые светом носители заряда испытывают влияние не только приложенного к образцу электрического поля, но и полей уже сформировавшихся статических и динамических решеток заряда.

Эффекты второго порядка (пропорциональные  $m^2$ ) в системе ВПЗ могут рассматриваться в терминах взаимодействия друг с другом и их рассеяния на статических решетках, если таковые возникают при выбранной методике возбуждения ВПЗ (например, при возбуждении осциллирующей интерференционной картиной). Взаимодействие ВПЗ друг с другом имеет определенные аналогии с некоторыми нелинейными эффектами второго порядка в оптике, например с генерацией второй гармоники и оптическим выпрямлением. Напомним, что в нелинейной оптике за возникновение волн с удвоенным волновым вектором и удвоенной частотой колебаний отвечает вклад в нелинейную восприимчивость второго порядка  $\chi^{(2)} \propto A \cdot A$  (где  $A$  — комплексная амплитуда волны), а за оптическое выпрямление — вклад  $\chi^{(2)} \propto A \cdot A^* = \text{const}(x, t)$ . В результате оптического выпрямления в образце возникает статическое однородное электрическое поле (однородная поляризация), т. е. происходит как временное, так и пространственное выпрямление оптических колебаний. Насколько нам известно, проблема возбуждения второй гармоники и выпрямления ВПЗ до сих пор не обсуждалась в литературе.

Целью настоящей работы являются строгий теоретический расчет указанных явлений и анализ методов их регистрации. При этом в качестве метода возбуждения ВПЗ предполагается использовать осциллирующую интерференционную картину. Как видно из численных оценок, приводимых в конце работы, явление выпрямления ВПЗ — сильный эффект, вызывающий большие (десятки процентов) изменения постоянного тока, протекающего через образец. Некоторые предварительные результаты опубликованы в [3].

## 1. Расчет индуцированного поля

Условия возбуждения и техника расчета ВПЗ, рассматриваемые далее, аналогичны описанному в [2,4,5]. Схема оптического возбуждения приведена на рис. 1.



**Рис. 1.** Схема возбуждения волн пространственного заряда и регистрации нулевого ( $\delta I_0$ ), первого ( $\delta I_1$ ) и второго ( $\delta I_2$ ) небрэгговских пиков дифракции луча  $A_S$ .  $\delta I_0$ ,  $\delta I_1$ ,  $\delta I_2$  направлены под углами  $\alpha_w$ ,  $3\alpha_w$ ,  $5\alpha_w$  соответственно.

Кристалл освещается когерентными лазерными лучами, один из которых промодулирован по фазе с частотой  $\Omega$  и амплитудой  $\Theta$ . В результате интенсивность падающего на кристалл света имеет вид

$$W(x, t) = W_0 [1 + m \cos(K_g x + \Theta \cos \Omega t)]. \quad (1)$$

Здесь

$$W_0 = W_1 + W_2, \quad (2)$$

$W_1$  и  $W_2$  — интенсивности записывающих лучей,

$$m = \frac{2\sqrt{W_1 W_2}}{W_1 + W_2} \quad (3)$$

— контраст интерференционной картины,  $K_g = 2\pi/\Lambda$ ,  $\Lambda$  — период интерференционной картины. При симметричной схеме

$$\Lambda = \lambda_w / (2 \sin \alpha_w), \quad (4)$$

где  $\lambda_w$  — длина волны записывающего света,  $\alpha_w$  — угол падения записывающих лучей.

Для расчета внутреннего индуцированного поля  $E(x, t)$  воспользуемся стандартной системой нелинейных дифференциальных уравнений [6] (см. также [4,5])

$$\frac{n(x, t)}{\tau} - \frac{1}{e} \frac{\partial j(x, t)}{\partial x} = g(x, t), \quad (5)$$

$$j(x, t) = e\mu n(x, t)[E_0 + E(x, t)], \quad (6)$$

$$\frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{\partial E(x, t)}{\partial t} + j(x, t) = I(t), \quad (7)$$

где  $j(x, t)$  — неоднородная плотность омического тока,  $n(x, t)$  — концентрация фотоэлектронов,  $\tau$  — время жизни фотоэлектронов в зоне проводимости,  $\mu$  — подвижность фотоэлектронов,  $\varepsilon$  — статическая диэлектрическая проницаемость,  $E_0$  — электрическое поле, определенное как  $E_0 = U/L$  ( $U$  — напряжение источника,  $L$  — расстояние между электродами),  $I(t)$  — плотность тока во внешней цепи, определенная как отношение

полного тока во внешней цепи к площади поперечного сечения образца  $S$ . В выражении (6) опущен вклад диффузионных процессов, так как полагается, что при больших  $E_0$  и сравнительно малых  $K_g$  диффузионным вкладом в ток можно пренебречь.

Обычно уравнения (5)–(7) дополняются условием  $\int_0^L E(x, t) dx = 0$  [6], что означает отсутствие однородного электрического поля, индуцированного сформированной решеткой пространственного заряда. Это вполне оправдано, если цепь не содержит каких-либо сопротивлений, включенных последовательно с образцом. К числу таких сопротивлений относятся реальное нагрузочное сопротивление (как это изображено в схеме на рис. 1), внутреннее сопротивление источника и возможное дополнительное сопротивление на границах кристалл–электрод. В нашем рассмотрении все эти возможные источники учитываются путем включения в схему эффективного нагрузочного сопротивления  $R$ . Тогда в качестве дополнительного условия для решения уравнений (5)–(7) будем использовать следующее выражение:

$$\frac{1}{L} \int_0^L dx E(x, t) = -I(t)\rho, \quad (8)$$

где  $\rho = RS/L$ . Фактически условие (8) означает уменьшение приложенного поля внутри образца по сравнению с  $E_0$  за счет падения напряжения на сопротивлении  $R$ , а также возможность появления как статического, так и переменного во времени и однородного в пространстве поля за счет формирования решеток пространственного заряда.

Скорость генерации фотоэлектронов  $g(x, t)$  при освещении образца светом с интенсивностью (1) равна

$$g(x, t) = g_0 [1 + m \cos(K_g x + \Theta \cos \Omega t)], \quad (9)$$

где  $g_0 = HW_0$ ,  $H$  — коэффициент, определяемый энергией фотона, квантовым выходом и коэффициентом поглощения кристалла.

Исключив из системы уравнений (5)–(7) концентрацию фотоэлектронов  $n(x, t)$ , получаем замкнутое уравнение для индуцированного поля

$$\omega \frac{\partial Y(z, T)}{\partial T} + \left[ h(z, T) - d\omega \frac{\partial^2 Y(z, T)}{\partial z \partial T} \right] \times [1 + Y(z, T)] = f(T). \quad (10)$$

Здесь введены следующие безразмерные переменные:  $f(T) = 4\pi\tau_M I(T)/(\varepsilon E_0)$ ,  $d = K_g L_0$ ,  $z = K_g x$ ,  $T = \Omega t$ ,  $Y(z, T) = E(z, T)/E_0$ ,  $\omega = \Omega\tau_M$ ,  $h(z, T) = 1 + m \times \cos(z + \Theta \cos T)$ . Величины  $L_0 = \mu E_0 \tau$  и  $\tau_M = \varepsilon/(4\pi e\mu g_0 \tau)$  — дрейфовая длина и максвелловское время релаксации соответственно. Заметим, что здесь введены дрейфовая длина  $L_0$  и так называемый параметр качества  $d$  для случая, когда реальное приложенное

поле равно  $E_0$ . При наличии сопротивления  $R$  реальное значение  $L_0$  и, следовательно,  $d$  должны быть соответствующим образом перенормированы, что и будет сделано в дальнейшем.

Решение уравнения (10)  $Y(z, T)$  есть периодическая функция обеих переменных:  $Y(z, t) = Y(z + 2\pi p, T + 2\pi l)$ , поэтому ее можно разложить в двойной ряд Фурье

$$Y(z, T) = \sum_{p,l=-\infty}^{\infty} Y_{p,l} \exp(ipz + iT). \quad (11)$$

Уравнение для компонент Фурье имеет вид

$$(i + pd)\omega Y_{p,l} + h_{p,l} + \sum_{p',l'=-\infty}^{\infty} Y_{p-p',l-l'} [h_{p',l'} + p'\omega l' d Y_{p',l'}] = f_l \delta_{p,0}. \quad (12)$$

Набор фурье-компонент по времени тока во внешней цепи  $f_l$  определяется из условия (8), которое в представлении Фурье принимает форму

$$Y_{p=0,l} = -\rho\sigma f_l, \quad (13)$$

где  $\sigma = \varepsilon/(4\pi\tau_M) = \varepsilon\mu g_0\tau$  — удельная электропроводность образца при однородном освещении.

Компоненты Фурье интенсивности засветки  $h_{p,l}$  заданы соотношением

$$h_{p,l} = \delta_{p,0}\delta_{l,0} + \frac{m}{2} J_l(\Theta) [\delta_{p,l} i^l + \delta_{p,-l} i^{-l}]. \quad (14)$$

Решение системы нелинейных уравнений (12) будем искать в приближении слабого контраста  $m \ll 1$ . Заметим, что  $h_{p,l} \propto m^{|p|}$ . Нетрудно убедиться в том, что тогда и  $Y_{p,l} \propto m^{|p|}$  при  $m \ll 1$ .

Тогда в низшем приближении по  $m$  уравнение (12) с учетом условия (13) радикально упрощается и при  $p \geq 1$  принимает вид

$$(1 + pl\omega d + i\omega l)Y_{p,l} = -h_{p,l} + \rho\sigma \sum_{l'=-\infty}^{\infty} f_{l-l'} (h_{p,l'} + pl'\omega d Y_{p,l'}) - \sum_{p'=1}^p \sum_{l'=-\infty}^{\infty} Y_{p-p',l-l'} (h_{p',l'} + p'l'\omega d Y_{p',l'}). \quad (15)$$

Значения  $Y_{p,l}$  при  $p \leq -1$  можно восстановить из соотношений

$$Y_{-p,-l} = Y_{p,l}^*, \quad Y_{p,-l}(\omega) = Y_{p,l}(-\omega). \quad (16)$$

Уравнение (11) представляет собой рекуррентное соотношение для компонент Фурье безразмерного индуцированного поля  $Y_{p,l}$ . Несколько особняком стоит случай

$p = 0$ . Подставляя в (12)  $p = 0$ , с учетом (13) можно получить выражение для тока во внешней цепи

$$f_i = \frac{\delta_{l,0}}{1+q}, \quad (17)$$

где  $q = \rho\sigma$ .

Следует подчеркнуть, что выражение для тока (17) получено в низшем (нулевом) приближении по  $m$  (но справедливо при любой величине амплитуды фазовой модуляции  $\Theta$ ).

Обратимся теперь к случаю  $p = 1$ . Из (15) имеем

$$Y_{1,l} = -\frac{h_{1,l}}{(1+q)(1+\omega\tilde{d} + i\omega l)} = -\frac{m}{2(1+q)} \frac{i^l J_l(\Theta)}{1+\omega\tilde{d} + i\omega l}. \quad (18)$$

Здесь  $\tilde{d} = d/(1+q)$ , что соответствует перенормировке электрического поля, определяющего дрейфовую длину, за счет падения напряжения на нагрузочном сопротивлении  $R$ . В частности, в интересующих нас случаях  $l = 0, 1, 2$  при  $\Theta \ll 1$

$$Y_{1,0} = -\frac{m}{2(1+q)}, \quad (19)$$

$$Y_{1,1} = \frac{m}{4i(1+q)} \frac{\Theta}{1+\omega\tilde{d} + i\omega}, \quad (20)$$

$$Y_{1,2} = \frac{m}{16(1+q)} \frac{\Theta^2}{1+2\omega\tilde{d} + 2i\omega}. \quad (21)$$

Выражение (20) описывает амплитуду поля движущейся решетки, у которой волновой вектор равен  $K_g$ , а частота вынуждающей силы  $\Omega = \omega\tau_M$ . При выполнении условия  $\omega\tilde{d} = 1$  возникает резонанс, который означает, что выполнены условия возбуждения собственной моды колебаний, т.е. ВПЗ.

При  $\tilde{d} \gg 1$  частота резонанса (или фундаментальная частота) равна

$$f_f = \frac{\Omega_f}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\tau_M\tilde{d}} = \frac{1+q}{2\pi\tau_M\mu\tau E_0 K_g}. \quad (22)$$

Выражение (22) в рассматриваемом приближении и есть дисперсионное соотношение для ВПЗ. В резонансе поле ВПЗ равно

$$E_{sc}(x, t) = \frac{1}{4} E_0 m \Theta \frac{d}{(1+q)^2} \cos(\Omega t - K_y x).$$

В выражении (21) также имеется резонанс, но на частоте, вдвое меньшей. Этот резонанс связан с выбранной методикой возбуждения ВПЗ. Дело в том, что при фазовой модуляции одного из лучей возникают колебания интерференционной картины не только на частоте  $\Omega$ , но также и на более высоких гармониках. Амплитуда этих колебаний пропорциональна  $\Theta$  в соответствующей степени (при  $\Theta \ll 1$ ). Возникающие колебания на второй

гармонике имеют амплитуду, пропорциональную  $\Theta^2$ , что и описывается формулой (21). Таким образом, соотношение (21) описывает возбуждение тех же волн, которые обсуждались выше, но с помощью второй гармоники частоты возбуждения.

Теперь рассмотрим эффекты второго порядка по  $m$ . Фактически это означает, что в уравнении для плотности тока (6) удерживаются члены, пропорциональные  $m^2$ . Поскольку  $n(x, t)$  и  $E(x, t)$  содержит слагаемые с коэффициентами типа  $m \exp(\pm iK_g x)$  и  $m\Theta \exp[i(K_g x - \Omega t)]$ , произведение  $n(x, t) E(x, t)$  будет содержать члены типа  $m^2 \exp(i2K_g x)$ ,  $m^2\Theta \exp[i(2K_g x - \Omega t)]$ ,  $m^2\Theta \exp(i\Omega t)$ ,  $m^2\Theta^2 \exp[i(2K_g x - 2\Omega t)]$  и  $m\Theta \exp[i(K_g x - \Omega t)]m\Theta \times \exp[-i(K_g x - \Omega t)] = m^2\Theta^2$ . Выражение  $m^2 \exp(i2K_g x)$  означает появление второй пространственной гармоники статической решетки. Вклад типа  $m^2\Theta \exp[i(2K_g x - \Omega t)]$  соответствует появлению бегущей решетки с удвоенным волновым вектором (пространственное удвоение), слагаемое  $m^2\Theta \exp(i\Omega t)$  означает возникновение однородного в пространстве, но осциллирующего во времени поля (пространственное выпрямление). Последние два из перечисленных эффектов были изучены ранее в [3–5, 7, 8].

Компонента, пропорциональная  $m^2\Theta^2 \exp[i(2K_g x - 2\Omega t)]$ , описывает генерацию второй гармоники бегущей волны, а появление последнего слагаемого  $m^2\Theta^2$  означает возможность возникновения однородного постоянного тока за счет взаимодействия волн, т. е. полного (пространственного и временного) выпрямления.

Для того чтобы изучить процесс генерации второй гармоники бегущей волны, исследуем теперь вторые пространственные гармоники поля  $Y_{2,l}$  с точностью до  $m^2$ . Из (11) с учетом (13) и (17) и того, что  $h_{2,l} = 0$ , имеем

$$(1 + 2\omega\tilde{d} + i\omega l)Y_{2,l} = - \sum_{l'=-\infty}^{\infty} Y_{1,l-l'}(h_{1,l'} + \omega l' d Y_{1,l'}). \quad (22)$$

Отсюда с помощью (14) и (10) после несложных преобразований получаем

$$Y_{2,l} = \frac{i^l(2 + i\omega l)m^2}{(1 + q)(1 + 2\omega\tilde{d} + i\omega l)} \times \sum_{l'=-\infty}^{\infty} \frac{J_{l-l'}(\Theta)J_{l'}(\Theta)}{[1 + \omega(l-l')\tilde{d} + i\omega(l-l')][1 + \omega l'\tilde{d} + i\omega l']}. \quad (23)$$

Из (23) с помощью (14) и (19)–(21) в пределе малой амплитуды модуляции фазы  $\Theta \ll 1$  находим интересные нас компоненты Фурье индуцированного поля в сравнительно простой форме

$$Y_{2,0} = \frac{m^2}{4(1 + q)}, \quad (24)$$

$$Y_{2,1} = \frac{im^2\Theta}{8(1 + q)} \frac{2 + i\omega}{(1 + 2\omega\tilde{d} + i\omega)(1 + \omega\tilde{d} + i\omega)}. \quad (25)$$

$$Y_{2,2} = - \frac{m^2\Theta^2}{16(1 + q)} \frac{1 + i\omega}{1 + 4\omega\tilde{d} + 2i\omega} \times \left[ \frac{1}{1 + 2\omega\tilde{d} + 2i\omega} + \frac{1}{(1 + \omega\tilde{d} + i\omega)^2} \right]. \quad (26)$$

Затем, что выражения для компонент Фурье  $Y_{1,0}$ ,  $Y_{2,0}$  (19), (23) согласуются с точным результатом, полученным в [4] для  $Y_{p,0}$ ,

$$Y_{p,0} = \left( \frac{\sqrt{1 - m^2} - 1}{m} \right)^{|p|} \cong \left( -\frac{m}{2} \right)^{|p|},$$

а выражения для первых компонент Фурье по времени  $Y_{1,1}$ ,  $Y_{2,1}$  согласуются с соответствующим результатом в [4].

Выражение (26) описывает амплитуду движущейся решетки, у которой волновой вектор равен  $2K_g$ , а частота колебаний равна удвоенной частоте возбуждения. Заметим, что для ВПЗ с волновым вектором  $2K_g$  собственная частота колебаний должна быть  $\Omega/2\pi = f_f/2$ .

Из структуры соотношения (26) видно, что имеются три резонанса (при  $\omega = 1/\tilde{d}$ ,  $\omega = 1/2\tilde{d}$  и  $\omega = 1/4\tilde{d}$ ). Природа этих резонансов заключается в следующем. Резонанс при  $\omega = 1/4\tilde{d}$  вызван взаимодействием двух вынужденных колебаний с волновыми векторами  $K_g$  и безразмерными частотами, равными  $\omega = 1/\tilde{d}$  (амплитуда каждой из этих волн пропорциональна  $m\Theta$ ). В нелинейном режиме эти колебания (волны) порождают новую волну с удвоенным вектором и удвоенной частотой, т. е. с волновым вектором  $2K_g$  и частотой  $\Omega_f/4\pi = f_f/2$ , что как раз и удовлетворяет дисперсионному соотношению. Иными словами, в этом случае возбуждается собственная мода колебаний за счет генерации второй гармоники вынужденных колебаний. Амплитуда собственной моды при этом пропорциональна  $m^2\Theta^2$ .

Резонанс при  $\omega = 1/\tilde{d}$  обусловлен резонансным возбуждением двух фундаментальных мод (с волновыми векторами  $K_g$  и частотами  $\Omega_f/2\pi = f_f$ ). Амплитуда этих волн пропорциональна  $m\Theta$ . Затем взаимодействие двух возбужденных собственных мод порождает и вторую гармонику, т. е. волну с волновым вектором  $2K_g$  и частотой  $2f_f$ . Эта волна уже не является собственной модой, так как не удовлетворяет дисперсионному соотношению, но тем не менее ее возбуждение имеет резонансный характер, поскольку на первой стадии процесса происходит резонансное возбуждение собственных мод. Амплитуда результирующей волны пропорциональна амплитудам двух порождающих ее волн, следовательно, она пропорциональна  $m^2\Theta^2$ .

Промежуточный по частоте резонанс не связан с возбуждением второй гармоники бегущей волны. Этот резонанс (так же как и резонанс, описываемый  $\omega = 1/\tilde{d}$  (21)) обусловлен возбуждением основной фундаментальной моды, но с помощью второй гармоники колебаний интерференционной картины. Поэтому резонанс возникает на частоте модуляции, равной  $\Omega_f/4\pi = f_f/2$ . Амплитуда

этой волны пропорциональна  $m\Theta^2$ . Затем указанная волна взаимодействует со статической решеткой заряда, имеющей волновой вектор  $K_g$  и амплитуду, пропорциональную  $m$ . В результате возникает волна с волновым вектором  $2K_g$  и частотой  $f = 2f_f$ , амплитуда которой пропорциональна  $m^2\Theta^2$ . Эта волна не является собственной модой, но ее возбуждение имеет резонансный характер, так как на первой стадии процесса возбуждается фундаментальная мода.

Аналогично можно рассматривать все возможные процессы с любой комбинацией  $p$  и  $l$ . Однако при условии  $m \ll 1$  и  $\Theta \ll 1$  имеет смысл ограничиться рассмотрением процессов, включающих только минимальное число волн (одну или две). Заметим, что при больших значениях  $\tilde{d}$  вблизи резонанса необходимо обеспечивать более жесткое условие, чем  $m \ll 1$ , а именно  $m\tilde{d} \ll 1$ . В противном случае необходимо дополнительно исследовать вопрос об устойчивости системы.

## 2. Расчет экспериментально наблюдаемых величин при генерации второй гармоники

Эксперименты по генерации второй гармоники ВПЗ целесообразно проводить в фоторефрактивных кристаллах. Поскольку эти кристаллы обладают электрооптическим эффектом, электрическое поле ВПЗ вызывает волну показателя преломления. При освещении кристалла лазерным лучом можно наблюдать соответствующие пики дифракции от бегущей волны показателя преломления. Таким образом можно получать всю необходимую информацию о решетке (данные об амплитуде, волновом векторе и частоте колебаний). Один из возможных методов экспериментального исследования основан на дифракции самих записывающих лучей. Такая техника была использована в предварительной публикации [3]. В первой части данного раздела будет описан именно этот метод измерения.

Рассмотрим дифракцию света на тонкой голограмме, которая записывается двумя лучами  $A_S$  и  $A_R$ :  $A_S = A_{S0} \exp(ik_s x)$ ,  $A_R = A_{R0} \exp(ik_R x + i\Theta \cos \Omega t)$ . Голограмма считается тонкой, если ее толщина  $D$  удовлетворяет условию  $D \ll \Lambda^2 n_0 / \lambda_w$ , где  $n_0$  — показатель преломления света,  $\lambda_w$  — длина волны записывающего и считывающего света. Для тонкой голограммы можно ввести коэффициент пропускания  $T(x, t) = \exp[i\varphi(x, t)]$ , который связывает между собой амплитуду света  $A^{\text{out}}$  непосредственно за голограммой и амплитуду падающего света  $A^{\text{in}}$ , так что  $A^{\text{out}}(x, t) = T(x, t)A^{\text{in}}(x, t)$ . В нашем случае  $\varphi(x, t) = QE(x, t)$  есть приращение фазы луча, проходящего через голограмму, за счет модуляции показателя преломления. При этом  $Q$  — параметр, зависящий от электрооптических свойств кристалла. Для кристаллов с точечной группой  $23$  и  $\bar{4}3m$ , например, при срезе  $\langle 110 \rangle$   $Q = \pi r_{41} n_0^3 D / \lambda_w$ , где  $r_{41}$  — электрооптический коэффициент. В дальнейшем рассматриваем

случай  $Q \ll 1$  и учитываем линейные поправки по этому параметру. В результате имеем

$$A^{\text{out}}(z, T) = \exp(ik_R x) [A_{S0} \exp(-iz) + A_{R0} \exp(i\Theta \cos T)] \times [1 + iQE_0 Y(z, T)]. \quad (27)$$

В (27) мы перешли к безразмерным переменным  $z, T$ ,  $Y(z, T)$ ,  $k_R - k_S = K_g$ .

Пространственная компонента Фурье амплитуды света на выходе тогда имеет вид

$$A_p^{\text{out}}(T) = \{A_{S0} [\delta_{p,-1} + iQEY_{p+1}(T)] + A_{R0} \exp(i\Theta \cos T) \times [\delta_{p,0} + iQE_0 Y_p(T)]\}. \quad (28)$$

Здесь опущен несущественный общий фазовый множитель  $\exp(ik_R x)$ . Во избежание недоразумений заметим, что мы условились нумеровать наблюдаемые дифракционные лучи индексом  $p$ , который соответствует первому дифракционному порядку луча  $A_R$  на решетке с волновым вектором  $pK_S$ .

Интенсивность брэгговских пиков с  $p = 0, -1$  пропорциональна первой степени  $Q$ , в то время как интенсивность всех остальных пиков  $\propto Q^2$ . Поэтому рассмотрим сначала интенсивность для брэгговских пиков. В случае  $p = 0$  из (28) для интенсивности нулевого пика имеем

$$\delta I_0(T) = |A_0^{\text{out}}|^2 - A_{R0}^2 = -A_{S0} A_{R0} Q E_0 2 \text{Im}[Y_1(T) \exp(-i\Theta \cos T)]. \quad (29)$$

Для второго брэгговского пика с  $p = -1$

$$\delta I_{-1}(T) = |A_{-1}^{\text{out}}|^2 - A_{S0}^2 = \delta I_0(T). \quad (30)$$

Интенсивность небрэгговских пиков описывается выражением

$$\delta I_p(T) = Q^2 E_0^2 |A_{S0} Y_{p+1}(T) + A_{R0} \exp(i\Theta \cos T) Y_p(T)|^2. \quad (31)$$

В рассматриваемом нами предельном случае малой контрастности  $m \ll 1$  это выражение упрощается

$$\delta I_p(T) = Q^2 E_0^2 A_{R0}^2 |Y_p(T)|^2, \quad p \geq 1, \quad (32)$$

$$\delta I_p(T) = Q^2 E_0^2 A_{S0}^2 |Y_{p+1}(T)|^2, \quad p < -1. \quad (33)$$

Теперь исследуем временную зависимость интенсивности нулевого брэгговского пика. Для этого разложим (29) в ряд Фурье по времени. Далее в настоящем разделе ограничимся случаем слабой амплитуды модуляции фазы  $\Theta \ll 1$ . В этом пределе имеем следующее выражение для Фурье-компонент по времени с  $l \geq 0$ :

$$\delta I_{0,l} = iQE_0 A_{R0} A_{S0} \times \sum_{l'=0}^l [(-i)^{l'} Y_{1,l-l'}(\omega) - i^l Y_{1,l-l'}^*(-\omega)] \frac{\Theta^{l'}}{2^{l'l'}}. \quad (34)$$

Временная зависимость интенсивности  $p$ -го пика ( $p > 0$ )  $J_{p,l}(t)$  на частоте  $l\Omega$  определяется выражением

$$J_{p,l}(t) = C_{p,l} \cos(\Omega t + \varphi_{l,p}), \quad (35)$$

а амплитуда  $C_{p,l}$  и фаза  $\varphi_{l,p}$  сигнала связаны с величиной  $\delta I_{p,l}$  соотношениями

$$C_{p,l} = 2\sqrt{(\operatorname{Re}\delta I_{p,l})^2 + (\operatorname{Im}\delta I_{p,l})^2}, \quad \operatorname{tg}\varphi_{p,l} = \frac{\operatorname{Im}\delta I_{p,l}}{\operatorname{Re}\delta I_{p,l}}. \quad (36)$$

Пики  $p < 0$  можно получить из соотношений (см. (32), (33))

$$J_{-1,l}(t) = J_{0,l}(t), \quad J_{-p-1,l}(t) = \frac{A_{S0}^2}{A_{R0}^2} J_{p,l}(t). \quad (37)$$

Заметим, что в условиях отсутствия дополнительной подсветки отношение  $A_{R0}/A_{S0}$  определяет контрастность изображения,

$$\frac{A_{R0}}{A_{S0}} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - m^2}}{m}. \quad (38)$$

При этом осциллирующая часть небрэгговских дифракционных максимумов с положительными  $p$  полностью гасится при  $A_{R0} > A_{S0}$ , и наоборот: при  $A_{R0} < A_{S0}$  полностью исчезают небрэгговские максимумы с  $p < 0$  [4].

Итак, согласно [34], первая и вторая временные гармоники брэгговских пиков даются соотношениями

$$\begin{aligned} \delta I_{0,1} &= A_{S0}A_{R0}QE_0 \\ &\times \left\{ \frac{\Theta}{2} [Y_{1,0}(\omega) + Y_{1,0}^*(-\omega)] + i[Y_{1,1}(\omega) - Y_{1,1}^*(\omega)] \right\}, \quad (39) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta I_{0,2} &= A_{S0}A_{R0}QE_0 \\ &\times \left\{ \frac{\Theta}{2} [Y_{1,1}(\omega) + Y_{1,1}^*(-\omega)] + i[Y_{1,2}(\omega) - Y_{1,2}^*(\omega)] \right\}. \quad (40) \end{aligned}$$

Согласно (39) и (19), (20), для первой временной гармоники имеем

$$C_{0,1} = A_{S0}A_{R0}Qm\Theta\omega \frac{E_0}{1+q} \sqrt{\frac{1 + \omega^2(1 + \tilde{d}^2)^2}{[1 - \omega^2(1 + \tilde{d}^2)]^2 + 4\omega^2}}, \quad (41)$$

$$\varphi_{0,1} + \pi = \operatorname{arctg} \frac{1 + \omega^2(1 + \tilde{d}^2)}{\omega[1 - \tilde{d}^2 + \omega^2(1 + \tilde{d}^2)^2]}. \quad (42)$$

Первая гармоника имеет единственный резонансный максимум при  $\omega_r = (1 + \tilde{d}^2)^{-1/2}$ . Этот результат согласуется с полученным в [4] (при  $\rho = 0$ , т.е.  $\tilde{d} = d$ , так как в этой работе рассмотрен режим короткого замыкания).

Вторая временная гармоника в соответствии с (40), (20), (21) имеет вид

$$\begin{aligned} C_{0,2} &= A_{S0}A_{R0}Qm\Theta^2 \frac{\omega d E_0}{2(1+q)} \\ &\times \sqrt{\frac{\omega^2[4 + 9\omega^2(1 + \tilde{d}^2)^2]}{\{[1 - \omega^2(1 + \tilde{d}^2)] + 4\omega^2\}\{[1 - 4\omega^2(1 + \tilde{d}^2)]^2 + 16\omega^2\}}}, \quad (43) \end{aligned}$$

$$\varphi_{0,2} = \operatorname{arctg} \left\{ \frac{3\omega^4 - (1 + \tilde{d}^2)[1 - \omega^2(1 + \tilde{d}^2)][1 - 4\omega^2(1 + \tilde{d}^2)]}{14\omega^4(1 + \tilde{d}^2) + 4\omega^2(1 - \tilde{d}^2) - 1} \right\}. \quad (44)$$

Таким образом, если частотная зависимость первой временной гармоники имеет лишь один резонансный максимум при частоте  $\omega_r = (1 + \tilde{d}^2)^{-1/2}$ , то в частотной зависимости второй гармоники возникает второй максимум на половинной частоте  $\omega_r = 1/2(1 + \tilde{d}^2)^{-1/2}$ . Эти резонансы хорошо разрешены при условии  $\tilde{d} \gg 1$  (т.е. при достаточно сильном внешнем поле), так что положение резонансных пиков дается соотношением  $\omega_r \cong 1/(l\tilde{d})$ , где  $l = 1, 2$ . Можно показать, что частотная зависимость  $l$ -й гармоники брэгговских пиков обладает  $l$  максимумами, находящимися при частотах  $\omega_r = 1/(l'\tilde{d})$ ,  $l' = 1, 2, \dots, l$ . Напомним, что этот вывод справедлив лишь при  $m \ll 1$ ,  $\Theta \ll 1$ , когда интенсивность сигнала  $l$ -й гармоники брэгговских пиков пропорциональна  $A_{S0}A_{R0}QE_0m\Theta^l$ .

Обратимся теперь к изучению частотных гармоник для небрэгговских пиков. Согласно (32),

$$\delta I_{p,l} = Q^2 E_0^2 A_{R0}^2 \sum_{l'=0}^l Y_{p,l-l'}(\omega) Y_{p,l'}^*(-\omega). \quad (45)$$

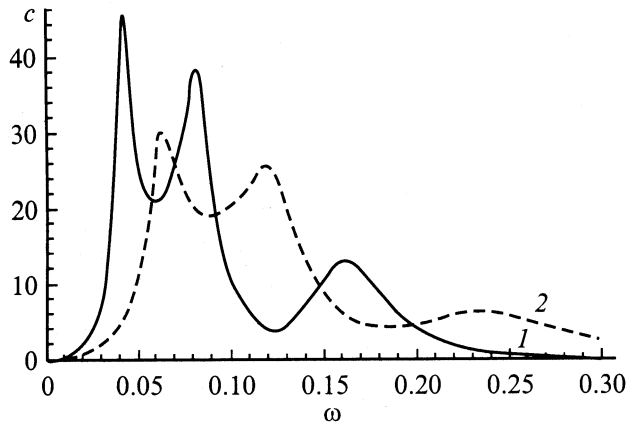
Частотная зависимость первой гармоники теоретически и экспериментально изучена в [2,4]. Для случая же  $l = 2$  (что соответствует регистрации сигнала на удвоенной по сравнению с модуляцией записывающего луча частоте) (45) принимает вид

$$\begin{aligned} \delta I_{p,2} &= Q^2 E_0^2 A_{R0}^2 \\ &\times \{ Y_{p,0}[Y_{p,2}(\omega) + Y_{p,2}^*(-\omega)] + Y_{p,1}(\omega)Y_{p,1}^*(-\omega) \}. \quad (46) \end{aligned}$$

Тогда из (43) с учетом (15)–(17) для второй временной гармоники первого небрэгговского пика получаем

$$\begin{aligned} C_{1,2} &= \frac{1}{8} Q^2 A_{R0}^2 m^2 \Theta^2 \omega^2 \frac{E_0^2}{(1+q)^2} \\ &\times \sqrt{\frac{(3\tilde{d}^2 - 1) + 4\omega^2(1 + \tilde{d}^2)^2}{\{[1 - \omega^2(1 + \tilde{d}^2)]^2 + 4\omega^2\}\{[1 - 4\omega^2(1 + \tilde{d}^2)]^2 + 16\omega^2\}}}. \quad (47) \end{aligned}$$

Как видно из (47), частотная зависимость первого небрэгговского пика имеет два резонансных пика на частотах  $\omega_r = 1/\sqrt{1 + \tilde{d}^2}$ ,  $1/(2\sqrt{1 + \tilde{d}^2})$  подобно брэгговским пикам (43).



**Рис. 2.** Частотная зависимость безразмерной амплитуды второй гармоники второго небрэгговского пика  $c = C_{22} \frac{64(1+q)^2}{Q^2 A_{R0}^2 m^4 \Theta^2 E_0^2}$ , рассчитанная по формулам (36) и (48).  $\tilde{d} = 6$  (1) и 4 (2).

Рассмотрим теперь вторую частотную гармонику для второго небрэгговского пика  $p = 2$ . Для нее, согласно (46) и (23)–(25), имеем

$$\begin{aligned} \delta I_{2,2} &= \frac{1}{64} Q^2 A_{R0}^2 m^4 \Theta^2 \\ &\times \frac{E_0^2}{(1+q)^2} \left\{ \frac{(2+i\omega)^2}{[(1+i\omega)^2 - \omega^2 \tilde{d}^2][(1+i\omega)^2 - 4\omega^2 \tilde{d}^2]} \right. \\ &- \frac{1+i\omega}{1+4\omega\tilde{d}+2i\omega} \left[ \frac{1}{1+2\omega\tilde{d}+2i\omega} + \frac{1}{(1+\omega\tilde{d}+i\omega)^2} \right] \\ &\left. - \frac{1+i\omega}{1-4\omega\tilde{d}+2i\omega} \left[ \frac{1}{1-2\omega\tilde{d}+2i\omega} + \frac{1}{(1-\omega\tilde{d}+i\omega)^2} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (48)$$

В общем случае аналитическое выражение для частотной зависимости величины  $J_{2,2}(t)$  слишком громоздко. Поэтому здесь приводим его выражение в наиболее интересном предельном случае  $\tilde{d} \gg 1$  в условиях отсутствия затухания

$$\begin{aligned} J_{2,2}(t) &= \frac{1}{16} Q^2 A_{R0}^2 m^4 \Theta^2 \frac{E_0^2}{(1+q)^2} \cos(2\Omega t) \\ &\times \left\{ \frac{2}{(1-\omega^2 \tilde{d}^2)(1-4\omega^2 \tilde{d}^2)} - \frac{1+8\omega^2 \tilde{d}^2}{(1-4\omega^2 \tilde{d}^2)(1-16\omega^2 \tilde{d}^2)} \right. \\ &\left. - \frac{1+9\omega^2 \tilde{d}^2}{(1-\omega^2 \tilde{d}^2)^2(1-16\omega^2 \tilde{d}^2)} \right\}. \end{aligned} \quad (49)$$

Отсюда видно, что частотная зависимость  $J_{22}(t)$  обладает тремя резонансными пиками на частотах  $\omega_r = 1/\tilde{d}$ ,  $1/2\tilde{d}$ ,  $1/4\tilde{d}$ . Результат численного расчета частотной зависимости амплитуды второй фурье-компоненты по времени  $C_{2,2}$ , найденной по соотношениям (36) и (48), приведен на рис. 2.

Заметим, что, согласно (46), сигнал  $\delta I_{p,2}$  на второй частотной гармонике содержит кроме вклада, пропорционального второй частотной гармонике  $Y_{p,2}$  индуцированного электрического поля, также второе слагаемое, пропорциональное квадрату амплитуды первой частотной гармоники  $Y_{p,1}$ . Поэтому резонансный вклад в частотную зависимость второго небрэгговского пика на частотах  $\omega_r = 1/\tilde{d}$  и  $\omega_r = 1/2\tilde{d}$  формируется за счет первой и второй временных гармоник индуцированного поля, в то время как резонанс на частоте  $\omega_r = 1/4\tilde{d}$  связан исключительно со второй временной гармоникой поля.

В общем случае частотная зависимость брэгговских пиков на частотной гармонике  $\Omega l$  обладает  $l$  резонансными пиками на частотах  $\omega_r = 1/l'\tilde{d}$ ,  $l' = 1, 2, \dots, l$ , а их амплитуда пропорциональна  $m\Theta^{l'}$ . Что касается небрэгговских пиков с номером  $p$  на частотной гармонике  $l$ , то их интенсивность пропорциональна  $m^p \Theta^l$  и имеет  $l(p - \frac{l-1}{2})$  (при  $p \geq l$ ) или  $p(l - \frac{p-1}{2})$  (при  $p \leq l$ ) максимумов на резонансных частотах  $\omega_r = 1/(\tilde{d}p'l')$ ,  $p' = 1, 2, \dots, p$ ,  $l' = 1, 2, \dots, l$ . Подчеркнем здесь, что этот вывод справедлив лишь в пределе  $m \ll 1$ ,  $\Theta \ll 1$ . При нарушении этого критерия, когда число квазичастиц в промежуточных состояниях возрастает, количество резонансных пиков увеличивается (см. по этому поводу также [4]).

Недостатком изучения временных компонент Фурье осциллирующих решеток посредством исследования дифракции самих записывающих лучей является то обстоятельство, что вторая компонента, например, содержит вклад от произведения двух первых временных компонент (см. (46)). Поэтому далее мы приведем расчет для другого метода измерения, основного на использовании пробного луча. В этом случае вместе с записывающими лучами на кристалл подается пробный луч под углом  $\alpha_p$ , обеспечивающим дифракцию Брэгга с волновым вектором  $2K_g$  (рис. 1). Угол  $\alpha_p$  выбирается из условия

$$\sin \alpha_p = \frac{2\lambda_p}{\lambda_w} \sin \lambda_w.$$

Здесь  $\lambda_p$  — длина волны пробного луча. Фотоприемник должен быть помещен в пик дифракции от решетки с волновым вектором  $2K_g$ . В том случае, если используется тонкий кристалл (толщина кристалла удовлетворяет условию  $D \ll \Lambda^2 n_0 / 4\lambda_p$ ), жестких ограничений на угол падения нет, а угол считывания равен  $2\alpha_p$  относительно направления распространения пробного луча. Одновременно с дифрагированным лучом на фотоприемник направляется опорный луч. Опорный луч должен быть когерентен с дифрагированным лучом, поэтому его следует формировать от того же источника, что и пробный луч. Кроме того, необходимо обеспечить амплитуду опорного луча, много большую амплитуды луча дифрагированного. Для того чтобы избежать формирования интерференционной картины в апертуре

фотоприемника, желательно, чтобы опорный и дифрагированный луч были сфокусированы на фотоприемнике. Именно этот случай и будем рассмотрен далее.

Выражение для амплитуды дифрагированного луча  $A_d$  в приближении малой дифракционной эффективности имеет вид

$$A_d(T) = A_p i Q E_0 Y_2(T), \quad (50)$$

где  $A_p$  — амплитуда пробного луча. Если амплитуду опорного луча обозначить через  $A_r$ , то интенсивность света на фотоприемнике

$$\begin{aligned} W_{\text{pr}}(T) &= |A_r + A_p i Q E_0 Y_2(T)|^2 \\ &\cong |A_r|^2 - 2Q E_0 \text{Im}[A_r^* A_p Y_2(T)]. \end{aligned} \quad (51)$$

Интересующая нас вторая временная компонента Фурье интенсивности света на фотоприемнике равна

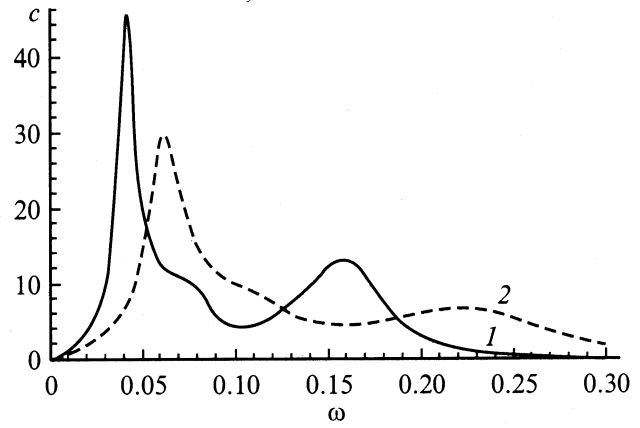
$$\begin{aligned} W_{\text{pr}}^{(2)} &= i Q E_0 [A_r^* A_p Y_{22}(\omega) - A_r A_p^* Y_{22}^*(-\omega)] \\ &= -i \frac{Q E_0 m^2 \Theta^2}{16(1+q)} |A_r A_p| (1+i\omega) \\ &\times \left\{ \frac{\exp(i\beta)}{1+4\omega\tilde{d}+2i\omega} \left[ \frac{1}{1+2\omega\tilde{d}+2i\omega} + \frac{1}{(1+\omega\tilde{d}+i\omega)^2} \right] \right. \\ &\left. - \frac{\exp(-i\beta)}{1-4\omega\tilde{d}+2i\omega} \left[ \frac{1}{1-2\omega\tilde{d}+2i\omega} b + \frac{1}{(1-\omega\tilde{d}+i\omega)^2} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (52)$$

где  $\beta$  — разность фаз между амплитудами  $A_p$  и  $A_r$ .

Таким образом, регистрируемый сигнал при использовании пробного луча имеет три максимума: при  $\omega = 1/\tilde{d}$ ,  $1/2\tilde{d}$ ,  $1/4\tilde{d}$ , как и при дифракции самих записывающих лучей (ср. (48) и (52)). Однако в последнем случае этот сигнал содержит также „паразитную“ составляющую от произведения двух первых компонент Фурье, описываемую первым членом в фигурных скобках в правой части (48), а в (52) вклад от „паразитной“ составляющей нет. Кроме того, техника пробного луча позволяет управлять сигналом посредством варьирования фазы  $\beta$  между пробным и опорным лучами. Однако эта фаза слабо влияет на частотную зависимость сигнала во всем диапазоне, за исключением области низких частот. В частности, при  $\omega = 0$  сигнал пропорционален  $\sin\beta$  и обращается в нуль лишь при  $\beta = 0, \pi$ .

Выражение для амплитуды регистрируемого сигнала, равной  $|W_{\text{pr}}^{(2)}|$ ; имеет весьма громоздкий вид. Здесь мы приведем аналитическое выражение для нее лишь с учетом резонансного второго члена в фигурных скобках в (52)

$$\begin{aligned} |W_{\text{pr}}^{(2)}| &= \frac{Q E_0 m^2 \Theta^2 |A_r A_p|}{16(1+q)[(1-\omega\tilde{d})^2 + \omega^2]} \\ &\times \sqrt{\frac{(1+\omega^2)[(2-4\omega\tilde{d} + \omega^2\tilde{d}^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2]}{[(1-4\omega\tilde{d})^2 + 4\omega^2][(1-2\omega\tilde{d})^2 + 4\omega^2]}}. \end{aligned}$$



**Рис. 3.** Частотная зависимость безразмерной амплитуды второй гармоники при использовании техники пробного луча  $c = |W_{\text{pr}}| \frac{16(1+q)}{Q|A_r A_p| m^2 \Theta^2 E_0}$ , рассчитанная по формуле (52) при  $\beta = 0$ .  $\tilde{d} = 6$  (1) и 4 (2).

При использовании пробного луча соотношение интенсивностей сигнала для различных максимумов следующее:  $I(f = f_f/4) : I(f = f_f/2) : I(f = f_f) \cong (68\tilde{d}/9) : (19\tilde{d}/3) : (\tilde{d}^2/3)$ . Соответственно зависимость от приложенного напряжения  $U$  для тех же резонансов имеет вид  $(68U^2/9) : (19U^2/3) : (U^3/3)$ . На рис. 3 приведен численный расчет по формуле (52) частотой зависимости сигнала при использовании техники пробного луча. Как видно из сравнения рис. 2 и 3, при использовании пробного луча сильно ослабляется промежуточный пик на частоте  $f = f_f/2$ , в то время как два других пика деформируются сравнительно слабо.

Для известных материалов типа  $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ ,  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ ,  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  при освещении лазерным лучом с интенсивностью  $100\text{--}200 \text{ mV/cm}^2$  (при  $\lambda_w = 530 \text{ nm}$ ) максвелловское время релаксации  $\tau_M$  составляет порядка  $10^{-4} \text{ s}$ , резонансные частоты при полях порядка  $10 \text{ kV/cm}$  и  $\tilde{d} \cong 3\text{--}5$  должны находиться в диапазоне  $10\text{--}500 \text{ Hz}$ , что удобно для измерений. Напомним, что здесь  $\Omega/2\pi$  — частота фазовой модуляции одного из опорных лучей, в то время как регистрируемый сигнал осциллирует с удвоенной частотой  $\Omega/\pi$ . Интенсивности сигналов с учетом уже известных голографических экспериментов в указанных кристаллах также должны быть достаточно велики для регистрации.

### 3. Эффект полного выпрямления ВПЗ

Как уже отмечалось выше, нелинейное взаимодействие двух волн пространственного заряда может приводить к возникновению дополнительного постоянного тока или напряжения в цепи, в которую включен кристалл, т.е. к эффекту полного выпрямления (как пространственного, так и временного). Это означает, что в цепи величина протекающего постоянного тока



должна зависеть от частоты осцилляций интерференционной картины, при этом можно ожидать появления резонансной особенности при выполнении условий для возбуждения ВПЗ.

Для расчета частотной зависимости тока во внешней цепи вернемся к уравнению (12). Полагая в нем  $p = 0$  и учитывая вклады, пропорциональные  $m^2$ , в сумме по  $p'$  сохраняем лишь члены  $p' = 0, \pm 1$ . В результате имеем

$$(1 + q + i\omega l)f_l = \delta_{l,0} + \sum_{l'=-\infty}^{\infty} [(h_{1,l'} + \omega \tilde{d} l' Y_{1,l'}) Y_{-1,l-l'} + (h_{-1,l'} - \omega \tilde{d} l' Y_{-1,l'}) Y_{1,l-l'}]. \quad (53)$$

Используя теперь найденные первые пространственные компоненты Фурье (18), после некоторых преобразований получаем замкнутое выражение для временных компонент Фурье тока

$$(1 + q + iq\omega l)f_l = \delta_{l,0} - i^l \frac{2 + i\omega l}{1 + q} \frac{m^2}{4} \times \sum_{l'=-\infty}^{\infty} \frac{J_{l'}(\Theta) J_{l'-l}(\Theta)}{[1 + \omega \tilde{d}(l' - l) - i\omega(l' - l)][1 + \omega \tilde{d}l' + i\omega l']}. \quad (54)$$

В частности, соотношение (54) для первой Фурье-компоненты  $l = 1$  совпадает с результатом работы [5] в пределе  $\Theta \ll 1$ , где было исследовано пространственное выпрямление фоторефрактивных волн

$$f_1 = i\omega \tilde{d} \frac{m^2 \Theta}{4(1 + q)} \frac{2 + i\omega}{(1 + q + iq\omega)[(1 + i\omega)^2 - \omega^2 \tilde{d}^2]}.$$

Рассмотрим более подробно частотную зависимость стационарного тока, для получения которой положим в (54)  $l = 0$ . Учитывая связь между безразмерным параметром  $f_l$  и компонентой Фурье тока  $I_l$ , имеем

$$I_0(\omega) = \frac{\sigma E_0}{1 + q} \left\{ 1 - \frac{m^2}{2(1 + q)} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \frac{J_l^2(\Theta)}{(1 - \omega \tilde{d}l)^2 + \omega^2 l^2} \right\} = \frac{\sigma E_0}{1 + q} \left\{ 1 - \frac{m^2}{(1 + q)\omega} \operatorname{Re} \int_0^\infty d\varphi \exp\left(-\frac{2\varphi}{\omega - i\omega \tilde{d}}\right) \times J_0(2\Theta \sin \varphi) \right\} \quad (55)$$

Соотношение (55) показывает, что зависимость стационарного тока от частоты модуляции при  $\tilde{d} > 1$  представляет собой набор провалов с минимумами на частотах  $\omega = 1/(\tilde{d}l)$ , причем амплитуда провала убывает с ростом номера  $l$  при малых  $\Theta$  как  $\Theta^{2l}$ . На рис. 4 приведена частотная зависимость стационарного тока, рассчитанная по формуле (55). Из этого рисунка видно, что при  $\Theta < 1$  частотная зависимость тока обладает лишь одним заметным минимумом на основной частоте  $\omega = 1/\tilde{d}$ , однако при дальнейшем росте амплитуды

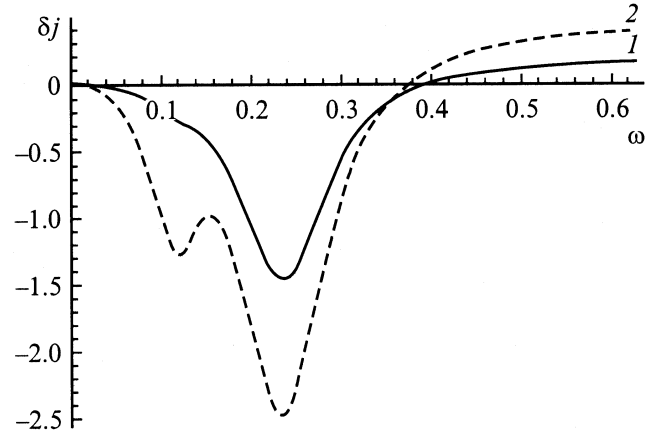


Рис. 4. Зависимость стационарного безразмерного тока  $\delta j = \left(\frac{1+q}{\sigma E_0} I_0 - 1\right) \frac{2(1+q)}{m^2}$  от частоты модуляции фазы, рассчитанная по формуле (55).  $\Theta = 1$  (1) и 2 (2).

фазовой модуляции быстро нарастает минимум на второй резонансной частоте  $\omega = 1/(2\tilde{d})$ , в то время как амплитуда первого минимума начинает убывать.

При  $\Theta \ll 1$  соотношение (55) принимает простой вид, в котором сохраняется лишь первый провал на основной частоте с  $l = 1$ ,

$$I_0(\omega) = \frac{\sigma E_0}{1 + q} \left\{ 1 - \frac{m^2}{2(1 + q)} + \frac{m^2 \Theta^2}{8(1 + q)} \times \left[ 2 - \frac{1}{(1 - \omega \tilde{d})^2 + \omega^2} - \frac{1}{(1 + \omega \tilde{d})^2 + \omega^2} \right] \right\}. \quad (56)$$

Заметим, что это простое выражение хорошо описывает ситуацию вплоть до  $\Theta \leq 1$ .

Таким образом, частотная зависимость выпрямляемого тока в низшем (втором) порядке по  $\Theta$  имеет провал на частоте  $\omega = 1/\tilde{d}$ . Величина тока на низкочастотном крыле ( $\omega \ll 1/\tilde{d}$ ) зависимости от частоты меньше, чем на высокочастотном ( $\omega \gg 1/\tilde{d}$ ), причем относительная разность предельных значений равна

$$\frac{I_0(\omega = \infty) - I_0(\omega = 0)}{I_0} = \frac{m^2}{2(1 + q)} [1 - J_0^2 \Theta] \cong \frac{m^2 \Theta^2}{4(1 + q)}. \quad (57)$$

Отметим здесь интересную особенность частотной зависимости тока в области не слишком большой модуляции фазы  $\Theta$ , когда справедливо соотношение (56). В данной области все кривые  $I_0(\omega)$  при различных значениях  $\Theta$  пересекаются в одной точке при  $\omega = \sqrt{(3\tilde{d}^2 - 1)} / (\tilde{d}^2 + 1)$ , а значение тока в этой точке пересечения совпадает с током на нулевой частоте  $I_0(0)$ . Определение в эксперименте положения такой точки пересечения позволяет найти численное значение параметра качества  $\tilde{d}$  (если, конечно, известно максвелловское время  $\tau_M$ ).

Численные оценки показывают, что относительное изменение тока в резонансе ( $\omega = 1/\tilde{d}$ ) достигает десятков процентов. Действительно, если положить  $m = 0.5$ ,  $\Theta = 0.5$ ,  $q = 0.5$  и  $\tilde{d} = 4-6$  (типичные значения при экспериментах в кристаллах типа  $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ ), то имеем  $I_0(\omega = \tilde{d}^{-1})/I_0(\omega = 0) \cong 0.9-0.7$ . Таким образом, эффект выпрямления должен легко наблюдаться экспериментально. Предварительные измерения [3] действительно показывают наличие минимума в зависимости постоянного тока от частоты осцилляций интерференционной картины. Формулы (56) и (57) открывают также интересную возможность определения внутреннего поля в образце. Дело в том, что в фоторефрактивных кристаллах группы силленитов часто внутреннее поле отличается от расчетного  $E_0 = U/L$  из-за падения напряжения на неомических контактах. Определение реального поля возможно различными методами (например, с помощью электрооптического эффекта или зондирования пробным лучом), однако, как следует из (56) и (57), параметр  $q$ , который и описывает степень уменьшения внутреннего поля, можно получить из разности значений тока для  $\Omega = 0$  и  $\Omega \rightarrow \infty$ . Возможно также определение  $q$  и без фазовой модуляции ( $\Theta = 0$ ), но при этом нужно измерить разность токов при  $m = 0$  и  $m \neq 0$ . В последнем случае необходимо либо учесть поправку на изменение электропроводности за счет разницы в средней интенсивности засветки при изменении  $m$ , либо обеспечить постоянство средней интенсивности засветки при изменении контраста.

## Список литературы

- [1] Р.Ф. Казаринов, Р.А. Сурис, Б.И. Фукс. ФТП **12**, 3, 2319 (1972).
- [2] M.P. Petrov, V.V. Bryksin, V.M. Petrov, S. Wevering, E. Kraetzig. Phys. Rev. **A60**, 3, 2413 (1999).
- [3] M.P. Petrov, V.V. Bryksin, S. Wevering, E. Kraetzig. Appl. Phys. **B73**, 669 (2001).
- [4] В.В. Брыксин, М.П. Петров. ФТТ **40**, 8, 1450 (1998).
- [5] В.В. Брыксин, М.П. Петров. ФТП **42**, 10, 1808 (2000).
- [6] N.V. Kukhtarev, V.B. Markov, S.G. Odulov, M.S. Soskin, V.L. Vinetskii. Ferroelectrics **22**, 949 (1979).
- [7] M.P. Petrov, A.P. Paugurt, V.V. Bryksin, S. Wevering, B. Andreas, E. Kraetzig. Appl. Phys. **B69**, 341 (1999).
- [8] M.P. Petrov, A.P. Paugurt, V.V. Bryksin, S. Wevering, E. Kraetzig. Phys. Rev. Lett. **84**, 22, 5114 (2000).