Критический ток туннельных SFIFS-контактов: эффекты спин-орбитального рассеяния

© В.Н. Криворучко, Р.В. Петрюк

Донецкий физико-технический институт Национальной академии наук Украины,
83114 Донецк, Украина

E-mail: krivoruc@krivoruc.fti.ac.donetsk.ua

(Поступила в Редакцию 22 июня 2004 г.
В окончательной редакции 10 ноября 2004 г.)

Рассмотрен сверхпроводящий эффект близости между массивным сверхпроводником (S) и тонким слоем нормального ферромагнитного металла (F), содержащего центры спин-орбитального рассеяния. В рамках микроскопической модели сверхпроводящего состояния „грязных“ металлов аналитически рассмотрены пределы слабого и сильного эффекта близости в SF-бислое. Вычислен критический ток туннельного SFIFS-перехода (I — изолятор), берега которого образованы близостными SF-слоями. Исследовано влияние спин-орбитального рассеяния в F-слоях на туннельный ток при параллельной и антипараллельной относительной ориентации намагниченности F-слоев. Показано, что амплитуда сверхтока SFIFS-контакта нетривиально зависит от интенсивности процессов рассеяния: спин-орбитальное рассеяние нелинейно подавляет эффекты обменного поля и при одной и той же концентрации центров рассеяния определяется сопротивлением SF-границы и величиной эффекта близости.

1. Введение

Эффектами близости называют явления, обусловленные „проникновением“ параметра порядка (какого-либо состояния) от одного материала в другой, который данным типом порядка не обладает, из-за непосредственного контакта материалов друг с другом. Примером эффекта близости является проникновение сверхпроводящих корреляций в несверхпроводящий (N) металл. Сверхпроводящий эффект близости для немагнитного N-металла, находящегося в контакте со сверхпроводником (S), в настоящее время детально исследован [1–4].

В случае SN-структур мы имеем дело с одним типом порядка — сверхпроводимостью. Физика явления эффекта близости становится значительно богаче, когда несверхпроводящий металл является ферромагнетиком (F). В SF-структуре имеются уже два конкурирующих состояния — сверхпроводящее и ферромагнитное. В результате в сверхпроводнике наводятся магнитные корреляции [5–7], а наведенное сверхпроводящее состояние F-металла качественно отличается от сверхпроводимости N-металла. Как известно, принципиальное различие между нормальными немагнитным и ферромагнитным металлами состоит в спиновой поляризации электронов проводимости в F-слое. Как и в SN-структурах, из-за эффекта близости с S-слоем сверхпроводящие корреляции наводятся в F-слое, однако обменная поляризация электронов на Ферми-поверхности изменяет условия куперовского спаривания. В F-слое куперовские пары формируются квазичастицами в состояниях $\{\mathbf{p}\uparrow, (-\mathbf{p}+\Delta\mathbf{p})\downarrow\}$ и в состояниях $\{\mathbf{p}\downarrow, (-\mathbf{p}-\Delta\mathbf{p})\uparrow\}$ с ненулевым суммарным импульсом пары (здесь $\Delta\mathbf{p} \sim H_{\text{ex}}/\hbar v_{\text{F}}$; H_{ex} — обменное поле в энергетических единицах; v_{F} — фермиевская скорость). Если спин-орбитальное рассеяние электронов достаточно мало, пары из различных спиновых подзон практически не перемешиваются. Таким образом, особенности поведения SFS-переходов связаны с пространственными осцилляциями ($\sim \cos(x\Delta p)$) наведенного сверхпроводящего параметра порядка в F-слое [8–10].

Обзор современных работ по термодинамике SF-систем (в частности, диаграммы фазовых состояний сверхрешеток) можно найти в [11]. Что же касается транспортных свойств, то недавние экспериментальные исследования в этой области [12–18] позволили непосредственно наблюдать так называемую π-фазную сверхпроводимость. Такое сверхпроводящее состояние характеризуется спонтанным сдвигом на π разности сверхпроводящих фаз волновых функций конденсата на берегах SFS-перехода [8,9,19]. В частности, транспортные свойства туннельного контакта в π-состоянии можно описать, рассматривая джозефсоновское соотношение ток–фаза $J(\varphi) = I_{\text{C}}\sin(\varphi)$ с отрицательным значением амплитуды критического тока I_{C}.

Любопытно, что для SFIFS- и SFS-туннельных контактов (I — изолятор) теория [20–24] предсказывает возможность перехода в π-состояние даже для тонких F-слоев, т. е. при отсутствии осцилляций параметра порядка в F-слое. Более того, π-состояние реализуется при параллельной намагниченности слоев, а при их антипараллельной ориентации и низких температурах в определенном интервале значений обменного поля возможно даже усиление критического туннельного тока [21–23]. Физика явления в этом случае обусловлена наведением магнитных корреляций в S-слое и изменением фазы сверхпроводящего параметра порядка вблизи SF-границы.

Как уже отмечалось, переход в π-состояние слабых SFS-связей наблюдался несколькими экспериментальными группами [12–18]. Явление усиления джозефсоновского тока для SFIFS-контактов пока еще остается предсказанием теории, которая в свою очередь должна рассмотреть и более реалистичные модели. В частности, критическую роль могут играть процессы рассеяния, не сохраняющие проекцию спина электрона (спин-флип процессы). Такие процессы могут быть индуцированы, например, спин-орбитальным взаимодействием с магнитными примесями; другим важным для тонких пленок источником спин-флип переходов является сильное электрическое поле, возникающее на границе контакта двух металлов [25]. Особая роль процессов с переворотом спина заключается в том, что спин электрона уже не сохраняется и за характерное время τ_{SO} меняет знак. С характерной частотой $1/\tau_{\mathrm{SO}}$ меняется и знак эффективного обменного поля, действующего на куперовскую пару.

Эффекты спин-орбитального рассеяния обсуждались в работах [10,26,27], где исследовалось влияние этого рассеяния на температуру сверхпроводящего перехода SF-бислоя [10] и SF-сверхрешетки [26] и джозефсоновский ток SF-туннельных контактов [10,27]. В [10,26] рассматривалась область температур вблизи перехода в сверхпроводящее состояние T_{C}. В данной работе в рамках микроскопической теории эффекта близости для SF-бислоя исследовано влияние спин-орбитального рассеяния на сверхпроводящий эффект близости и транспортные характеристики SFIFS-контакта в области низких температур $T \ll T_{\mathrm{C}}$. Рассмотрено произвольное состояние SF-границы и рассчитан критический ток SFIFS-контакта; для некоторых частных случаев получены аналитические выражения. Показано, что спин-орбитальное рассеяние нелинейно подавляет эффекты обменного поля и при одной и той же концентрации центров рассеяния определяется сопротивлением SF-границы и величиной эффекта близости. Предварительные результаты данных исследований опубликованы в [27].

Как известно, задачу о туннельных свойствах переходов, берега которых представляют собой близостные слои, следует решать в два этапа: сначала определяются сверхпроводящие характеристики бислоя, а затем находятся транспортные характеристики контакта. Сверхпроводящий эффект близости для SF-бислоя с учетом спин-орбитального рассеяния рассмотрен в разделе 2. В разделе 3 обсуждается влияние спин-орбитального рассеяния на критический ток SFIFS-контакта. В Приложении приведен краткий вывод уравнений Узаделя для систем со спин-орбитальным рассеянием.

2. Модель контакта и эффект близости с учетом спин-орбитального рассеяния

Рассмотрим теоретически интересный и практически важный случай, когда и сверхпроводник, и ферромагнетик являются „грязными" металлами, т.е. $\xi_{\mathrm{S,F}} \gg l_{\mathrm{S,F}}$. Пусть также для S-слоя выполнены условия $d_{\mathrm{S}} \gg \xi_{\mathrm{S}}$, а для F-слоя — условия $d_{\mathrm{F}} \ll \min(\xi_{\mathrm{F}}, \xi)$. Здесь $\xi_{\mathrm{S}} = (D_{\mathrm{S}}/2\pi T_{\mathrm{C}})^{1/2}$, $\xi = (D_{\mathrm{F}}/2\pi T_{\mathrm{C}})^{1/2}$, $\xi_{\mathrm{F}} = (D_{\mathrm{F}}/2H_{\mathrm{ex}})^{1/2}$ — длины когерентности S- и F-металлов, l_{S} и l_{F} — длины свободного пробега электрона в них, d_{S} и d_{F} — толщины, а D_{S} и D_{F} — коэффициенты диффузии S- и F-металлов. Выбранные условия для толщин пленок позволяют пренебречь уменьшением критической температуры SF-бислоя по сравнению с критической температурой сверхпроводника. Будем рассматривать F-слой как однодоменную пленку с центрами спин-орбитального рассеяния, в то в время как в S-слое такие центры отсутствуют.

Пусть область $x \geq 0$ занята S-металлом, а слой $-d_{\mathrm{F}} \leq x < 0$ занят F-металлом, при этом поперечные размеры перехода много меньше джозефсоновской глубины проникновения, так что все величины зависят только от одной координаты x вдоль нормали к поверхности раздела материалов. При указанных нами предположениях сверхпроводящие свойства SF-бислоя описываются известными уравнениями Узаделя [28,29] для нормальной (G) и аномальной (F) функций Грина. Удобно учесть явно нормировку функций $G^2 + F^2 = 1$ и, следуя [3], ввести модифицированную функцию Узаделя Φ, определив ее соотношениями $G_{s\sigma} = \omega_\sigma/\sqrt{\omega_\sigma^2 + \Phi_{\mathrm{S}\sigma}\tilde{\Phi}_{\mathrm{S}\sigma}}$, $F_{\mathrm{S}\sigma} = G_{\mathrm{S}\sigma}\Phi_{\mathrm{S}\sigma}/\omega_\sigma$. Здесь функция $\tilde{\Phi}$ в общем случае определяется условием $\tilde{\Phi}(\omega, H_{\mathrm{ex}}) = \Phi^*(\omega, -H_{\mathrm{ex}})$. Тогда для S-металла эти уравнения принимают вид

$$\Phi_{\mathrm{S}\sigma} = \Delta_0 + \xi_{\mathrm{S}}^2 \frac{\pi T_{\mathrm{C}}}{\omega G_{\mathrm{S}\sigma}} \partial_x (G_{\mathrm{S}\sigma}^2 \partial_x \Phi_{\mathrm{S}\sigma}). \tag{1}$$

Спиновые индексы σ принимают значения ± 1; $\partial_x \equiv d/dx$, а потенциал пар определяется из соотношения самосогласованности

$$\Delta_0 \ln\left(\frac{T}{T_{\mathrm{C}}}\right) + 2\pi T \sum_\sigma \sum_{\omega>0} \left(\frac{\Delta_0}{2} - \frac{G_{\mathrm{S}\sigma}\Phi_{\mathrm{S}\sigma}}{\omega}\right) = 0,$$

где $\omega \equiv \omega_n = \pi T(2n+1)$ — мацубаровская частота. В отсутствие спин-флип процессов в S-металле спиновые подзоны $\sigma = \pm 1$ не связаны друг с другом. Это не так для F-металла, где мы предполагаем наличие центров спин-орбитального рассеяния. Модифицированные уравнения Узаделя принимают теперь вид (см. (П9))

$$\Phi_{\mathrm{F}\sigma} = \xi^2 \frac{\pi T_{\mathrm{C}}}{\omega_\sigma G_{\mathrm{F}\sigma}} \partial_x (G_{\mathrm{F}\sigma}^2 \partial_x \Phi_{\mathrm{F}\sigma}) + \alpha_{\mathrm{SO}} G_{\mathrm{F}-\sigma} \left(\frac{\Phi_{\mathrm{F}-\sigma}}{\omega_{-\sigma}} - \frac{\Phi_{\mathrm{F}\sigma}}{\omega_\sigma}\right), \tag{2}$$

и подзоны связаны. Здесь введены обозначения $\omega_\sigma = \omega + i\sigma H_{\mathrm{ex}}$; $\alpha_{\mathrm{SO}} = 2/3\tau_{\mathrm{SO}}$; τ_{SO} — характерное время спин-орбитального рассеяния. Как обычно, предполагается, что для нормального F-металла затравочное значение параметра порядка $\Delta_{\mathrm{F}}^0 = 0$, но $F_{\mathrm{F}} \neq 0$ благодаря эффекту близости со сверхпроводником. Если процессы спин-орбитального рассеяния отсутствуют, подзоны со спином „вверх" и со спином „вниз" не смешиваются и выражение (2) сводится к обычному виду модифицированных уравнений Узаделя для ферромагнитного металла [19,30].

Уравнения (1), (2) должны быть дополнены граничными условиями для функций Φ_S и Φ_F. В глубине S-слоя имеем

$$\Phi_S(\infty) = \Delta_S(\infty) = \Delta_0(T), \tag{3}$$

где $\Delta_0(T)$ — параметр порядка пространственно однородного сверхпроводника при температуре T в теории БКШ. На границе ферромагнетика с изолятором имеем $\partial_x \Phi_F(-d_F) = 0$. Предполагая, что спин-флип процессы непосредственно на SF-границе отсутствуют, граничные условия в этой области можно записать в виде [19,30]

$$\gamma\xi G^2_{F\sigma}\partial_x \Phi_{F\sigma}/\omega_\sigma = \xi_S G^2_{S\sigma}\partial_x \Phi_{S\sigma}/\omega, \tag{4}$$

$$\gamma_{BF}\xi G_{F\sigma}\partial_x \Phi_{F\sigma} = \tilde{\omega}_\sigma G_{S\sigma}(\Phi_{S\sigma}/\omega - \Phi_{F\sigma}/\omega_\sigma). \tag{5}$$

Здесь $\gamma = \rho_S\xi_S/\rho\xi$ — параметр эффекта близости, $\gamma_{BF} = R_B/\rho\xi$ — параметр прозрачности границы, ρ_S и ρ — удельные сопротивления S- и F-металлов, R_B — произведение сопротивления границы в нормальном состоянии на ее площадь. Соотношения (4) учитывают непрерывность сверхтока, протекающего через SF-границу при произвольной прозрачности последней, в то время как условия (5) определяют качество электрического контакта. Дополнительным физическим условием справедливости этих соотношений является предположение, что обменное расщепление подзон $p^{\pm}_F = \sqrt{2m}\sqrt{E_F + H_{ex}}$ существенно меньше энергии Ферми E_F, т.е. $H_{ex} \ll E_F$. В этом случае различием плотностей состояний и прозрачностей SF-границы для электронов с противоположными ориентациями спина можно пренебречь и считать параметры границы (γ и γ_{BF}) одинаковыми для обеих спиновых подзон.

По аналогии со случаем SN-сандвича [3] из-за малой толщины F-слоя задача об эффекте близости может быть сведена к краевой задаче для S-слоя. Полагая, что $(d_F/\xi)^2 \ll \alpha_{SO} \ll d_F/\xi \ll 1$, ищем решение дифференциального уравнения (2) с помощью итераций по параметрам $d_F\xi$ и α_{SO}. Учитывая, что $\partial_x\Phi_F(-d_F) = 0$, в первом нетривиальном приближении находим

$$\partial_x \Phi_{F\sigma}(x) = \frac{\omega_\sigma}{\xi^2 \pi T_C G_{F\sigma}(0)}\left\{\Phi_{F\sigma}(0) - \Xi_{F\sigma}(\alpha_{SO})\right\}(x + d_F), \tag{6}$$

где

$$\Xi_{F\sigma}(\alpha_{SO}) = \alpha_{SO} G_{F-\sigma}\left\{\frac{\Phi_{F-\sigma}(0)}{\omega_{-\sigma}} - \frac{\Phi_{F\sigma}(0)}{\omega_\sigma}\right\}.$$

Определяя из (6) значение $\partial_x\Phi_{F\sigma}(x=0)$ и подставляя его в (4) и (5), получим граничные условия для функций $\Phi_{S,F\sigma}$ в виде

$$\xi_S G^2_{S\sigma}\partial_x\Phi_{S\sigma}\big|_{x=0} = \gamma_M G_{F\sigma}\left\{\Phi_{F\sigma} - \Xi_{F\sigma}(\alpha_{SO})\right\}\big|_{x=0}, \tag{7}$$

$$G_{S\sigma}(\Phi_{S\sigma} - \omega\Phi_{F\sigma}/\omega_\sigma)\big|_{x=0} = \gamma_B\omega\left\{\Phi_{F\sigma} - \Xi_{F\sigma}(\alpha_{SO})\right\}\big|_{x=0}. \tag{8}$$

Здесь $\gamma_M = \gamma d_F/\xi\pi T_C$, $\gamma_B = \gamma_{BF} d_F/\xi\pi T_C$. Вычисляя далее явный вид $\Xi_{F\sigma}(\alpha_{SO})$, воспользуемся значениями функций $G_{F\sigma}(0)$ и $\Phi_{F\sigma}(0)$ при $\tau_{SO} \to \infty$, так как это слагаемое уже $\sim \alpha_{SO}$. Используя результаты [30], для $\Phi_{F\sigma}(0)$ имеем $\Phi_{F\sigma}(0) = \frac{G_{S\sigma}\Phi_{S\sigma}\omega_\sigma}{\omega(G_{S\sigma}+\gamma_B\omega_\sigma)}\Big|_{x=0}$, что дает

$$\Xi_{F\sigma}(\alpha_{SO})\big|_{x=0} \approx \frac{2i\alpha_{SO}\sigma H_{ex}\gamma_B G_S\Phi_S}{\omega(G_S + \gamma_B\omega_\sigma)A_{-\sigma}}\Bigg|_{x=0}, \tag{9}$$

где $A_\sigma = \sqrt{1 + 2\gamma_B G_S\omega_\sigma + \gamma_B^2\omega_\sigma^2}$. Подставляя (9) в граничные условия (8), получим уравнение, определяющее неизвестное значение функций $\Phi_{F\sigma}$ на границе через значение функции $\Phi_{S\sigma}$ для S-слоя на этой границе,

$$\Phi_{F\sigma}(0) = \frac{G_{S\sigma}\Phi_{S\sigma}\omega_\sigma}{\omega(G_{S\sigma} + \gamma_B\omega_\sigma)}\left\{1 + \frac{2i\alpha_{SO}\sigma H_{ex}\gamma_B^2}{(G_S + \gamma_B\omega_\sigma)A_{-\sigma}}\right\}\Bigg|_{x=0}. \tag{10}$$

Граничные условия для функций $\Phi_{S\sigma}(x)$ находятся подстановкой (10) в (7) и равны

$$\xi_S G_{S\sigma}\partial_x\Phi_{S\sigma}\big|_{x=0} = \frac{\gamma_M\omega_\sigma\Phi_{S\sigma}}{A_\sigma} \times\left\{1 - \frac{2\alpha_{SO}\sigma i H_{ex}\gamma_B(1 + \gamma_B\omega_\sigma G_S)}{\omega_\sigma A_\sigma^2 A_{-\sigma}}\right\}\Bigg|_{x=0}. \tag{11}$$

В результате задача об эффекте близости массивного сверхпроводника с тонким слоем ферромагнитного металла со спин-орбитальным рассеянием свелась к решению дифференциального уравнения Узаделя для полуограниченного сверхпроводника с граничными условиями (3) и (11). Параметры γ_M и γ_B имеют конкретное физическое содержание [3,19]. γ_M есть эффективный параметр разрыва пар вблизи границы, значение которого определяется плотностью квазичастичных состояний в S- и F-металлах. Большая величина γ_M соответствует большой плотности состояний в F-металле. В этом случае на SF-границе сверхпроводящие корреляции быстро ослабевают. В обратном пределе ($\gamma_M \ll 1$) более сильным оказывается влияние S-металла и сверхпроводящие корреляции более медленно спадают в глубь F-металла. Параметр γ_B описывает эффективный потенциальный барьер на SF-границе: при $\gamma_B \ll 1$ S- и F-металлы находятся в хорошем электрическом контакте; обратный предел отвечает большому сопротивлению границы раздела.

В общем случае все уравнения для модифицированных функций $\Phi_{S\sigma}$ и $\Phi_{F\sigma}$ связаны через граничные условия и задача может быть решена только численными методами. Однако при слабом и сильном эффекте близости удается найти аналитические решения. Нас интересуют сверхпроводящий эффект близости и транспортные характеристики SFIFS-контакта в области низких температур $T \ll T_C$, при этом электрическая прозрачность SF-границы (т.е. значение параметра γ_B) может быть произвольной.

а) Сильный эффект близости. В пределе $\pi T_C\gamma_M \ll (1 + \pi T_C\gamma_B)$ в нулевом приближении по γ_M из (11) следует, что $\partial_x\Phi_{S\sigma}(0) = 0$, т.е. функции $\Phi_{S\sigma}(x)$

пространственно однородны: $\Phi_{S\sigma}(x) = \Delta_S(x) = \Delta_0$. В следующем приближении по γ_M, используя линеаризованное уравнение (1) для функции $\Phi_{S\sigma}(x)$ и учитывая граничные условия (3), получим общее решение в виде

$$\Phi_{S\sigma}(x) = \Delta_0 - C_0 \exp(-\beta x/\xi_S),$$
$$\beta = [(\omega^2 + \Delta_0^2)^{1/2}/\pi T_C]^{1/2}. \quad (12)$$

Подставляя это решение в граничные условия (11), определим коэффициент C_σ

$$C_\sigma = \Delta_0 \frac{\gamma_M \beta \omega_\sigma \pi T_C}{A_\sigma \omega + \gamma_M \beta \omega_\sigma \pi T_C} \times \left\{ 1 - i2\sigma\alpha_{SO}\gamma_B H_{ex} \frac{\left(1 + \gamma_B \omega_\sigma \omega \,/\, \sqrt{\omega^2 + \Delta_0^2}\right)}{A_\sigma A_{-\sigma}(A_\sigma \omega + \gamma_M \beta \omega_\sigma \pi T_C)\omega_\sigma} \right\}. \quad (13)$$

Как видно из полученных выражений, „магнетизм“ F-слоя проявляется в предэкспоненциальном множителе и приводит к тому, что в S-слое подзоны со спинами „вверх“ и „вниз“ теряют свою тождественность. При этом характерный масштаб подавления сверхпроводимости в S-слое из-за эффекта близости ($\sim \xi_S/\beta$) не зависит от H_{ex}. В пределе $\tau_{SO} \to \infty$ выражение (13) воспроизводит результаты [30] для SF-бислоя в отсутствие процессов рассеяния с переворотом спина. Подставляя значение функций $\Phi_{S\sigma}(x)$ (12) при $x = 0$ в соотношение (10), можно получить выражение для функций $\Phi_{F\sigma}(\omega, 0)$. Из-за громоздкости здесь их не приводим.

b) Слабый эффект близости. В пределе больших значений γ_M, точнее, при $\pi T_C \gamma_M \gg (1 + \pi T_C \gamma_B)$ для S-слоя имеем ($x < \xi_S$)

$$\Phi_{S\sigma}(0) = B(\gamma_B + 1/\tilde{\omega}_\sigma)/\gamma_M, \quad (14)$$

где для всех температур $T < T_C$ коэффициент $B \equiv B(T)$ с хорошей точностью может быть аппроксимирован выражением [31] $B(T) = 2T_C[1 - (T/T_C)^2][7\zeta(3)]^{-1/2}$, $\zeta(3)$ — ζ-функция Римана. Как и в предыдущем пределе, из-за эффекта близости магнитные корреляции F-слоя распространяются в S-слой и приводят к тому, что подзоны со спинами „вверх“ и „вниз“ теряют свою тождественность.

Для F-слоя модифицированная функция Узаделя сверхпроводящих корреляций равна

$$\Phi_{F\sigma}(0) = \frac{B}{\gamma_M \omega}\left(1 + 2\alpha_{SO}\,\sigma\, \frac{i\gamma_B^2 H_{ex}}{(1 + \gamma_B \omega)^2 + \gamma_B^2 H_{ex}^2}\right). \quad (15)$$

Таким образом, вследствие эффекта близости можно говорить о единстве сверхпроводящих и магнитных свойств SF-бислоя и рассматривать его как единую систему с сильными сверхпроводящими и магнитными корреляциями. Мы используем полученные результаты при исследовании влияния спин-орбитального рассеяния на стационарный эффект Джозефсона в туннельных структурах с близостными электродами.

3. Влияние спин-орбитального рассеяния на критический сверхток

Как уже отмечалось, вклад спин-орбитального рассеяния в джозефсоновский ток слабой SFS-связи вблизи температуры перехода в сверхпроводящее состояние обсуждался в работе [10]. Для низких температур влияние центров спин-орбитального рассеяния на транспортные характеристики SFIFS-контакта при сильном эффекте близости ($\gamma_M \ll 1$) рассматривалось нами в работе [27]. Здесь мы исследуем эффекты при произвольном состоянии SF-границы, сильном и слабом эффекте близости, а также приведем результаты для несимметричных SFINS-переходов.

Пусть оба электрода туннельного контакта представляют собой SF-сандвич, а изолирующий слой обладает столь малой прозрачностью, что влиянием сверхтока на состояние электродов можно пренебречь. Выражение для критического тока симметричного SFIFS-туннельного контакта может быть тогда записано в виде

$$J_C = \frac{T}{T_C} \operatorname{Re} \sum_{\sigma,\omega>0} F^*_{S\sigma}|_L F_{S\sigma}|_R = \frac{T}{T_C} \operatorname{Re} \sum_{\sigma,\omega>0} \frac{G^*_{F\sigma}\Phi^*_{F\sigma}}{\omega_\sigma}\Bigg|_L \; \frac{G_{F\sigma}\Phi_{F\sigma}}{\omega_\sigma}\Bigg|_R .$$

Рассмотрим коллинеарные конфигурации магнитных моментов F-слоев.

a) Параллельная ориентация ферромагнитных слоев. В предельном случае значительного сопротивления SF-границы $\pi T_C \gamma_B > 1$ при $\gamma_B H_{ex} \gg 1$ и малом γ_M выражение для тока сводится к следующему:

$$J_C^{FM} \approx 2\frac{T}{T_C} \times \sum_{\omega>0} \frac{\omega^2 - H_{ex}^2 + 2\omega^2(3H_{ex}^2 - \omega^2)/\gamma_B\Omega(\omega^2 + H_{ex}^2)}{\gamma_B^2(\omega^2 + H_{ex}^2)^2\Omega^2} \times \left\{ \Delta_0^2 - 8\alpha_{SO}\gamma_B^2\Omega^2 \frac{\omega H_{ex}^2}{\omega^2 + H_{ex}^2} \right\}, \quad (16)$$

где $\Omega = (\omega^2 + \Delta_0^2)^{1/2}$. Анализ выражения (16) показывает, что при малых обменных полях H_{ex} сверхток положителен, а при $H_{ex} \gg \omega \sim \pi T_C$ отрицателен. Другими словами, с ростом обменного поля направление тока в контакте меняется на противоположное: происходит так называемый переход от 0-фазной сверхпроводимости к π-фазной [22,23]. В нашем случае, когда толщина ферромагнитного слоя много меньше длины сверхпроводящих корреляций, переход в π-состояние обусловлен „магнетизмом“ S-слоя, а именно: дополнительным набегом фазы на переходе [32]. Так, если сопротивление SF-границы мало ($\pi T_C \gamma_B < 1$), но по-прежнему $\gamma_B H_{ex} \gg 1$, а γ_M мало, для критического тока получаем следующее выражение:

$$J_C^{FM} \approx -2\,\frac{T}{T_C}\sum_{\omega>0}(\gamma_B H_{ex}\Omega)^{-2}\bigg\{\Delta_0^2 + \frac{\Delta_0^2}{\gamma_B^2 H_{ex}^2\Omega^2}$$
$$\times\left[\Delta_0^2 - 3\omega^2(1+\gamma_B\Omega^2)\right] - 8\alpha_{SO}\gamma_B\Omega\omega(1+\gamma_B\Omega)\bigg\}. \quad (17)$$

Видно, что учет спин-орбитального рассеяния (слагаемые $\sim \alpha_{SO}$) приводит к ослаблению тенденции перехода в π-состояние. В частности, при $\pi T_C\gamma_B = 2$, $T = 0.1T_C$, $\alpha_{SO} = 0.01\Delta_0$ и $H_{ex} = (3{-}5)\Delta_0$ вклад спин-орбитального рассеяния достигает 3–4%.

Если $\pi T_C\gamma_M \gg (1+\pi T_C\gamma_B)$, для тока получим следующее выражение:

$$J_C^{FM} \approx 2\,\frac{T}{T_C}$$
$$\times\sum_{\omega>0}\frac{B^2/(\gamma_M\omega)^2\left[B^2/(\gamma_M\omega)^2+\omega^2-H_{ex}^2+A(\alpha_{SO})\right]}{\left[\omega^2-H_{ex}^2+B^2/(\gamma_M\omega^2)\right]^2 + 4\omega^2H_{ex}^2+2A(\alpha_{SO})B^2/(\gamma_M\omega)^2}, \quad (18)$$

где $A(\alpha_{SO}) = 8\alpha_{SO}\omega\gamma_B^2H_{ex}^2/[(1+\gamma_B\omega)^2+\gamma_B^2H_{ex}^2]$. Как и в предыдущем случае, при достаточно сильном обменном поле ($H_{ex} > \pi T_C$) критический ток меняет знак, т. е. контакт переходит в π-состояние. Спин-орбитальное рассеяние ослабляет эффекты обменного поля. Для контакта с параметрами $\pi T_C\gamma_M = 10$, $\pi T_C\gamma_B = 0.5$, $T = 0.1T_C$, $\alpha_{SO} = 0.01\Delta_0$ и $H_{ex} \approx \Delta_0$ это ослабление не превышает 1%.

b) Антипараллельная ориентация ферромагнитных слоев. Если сопротивление границы мало: $\pi T_C\gamma_B < 1(\gamma_B H_{ex} \gg 1)$, а плотность состояний в S-металле больше, чем в F-слое (сильный сверхпроводящий эффект близости), то для тока получим следующее выражение:

$$J_C^{AF} = 2\,\frac{T}{T_C}\,\Delta_0$$
$$\times\sum_{\omega>0}\frac{1-4\Delta_0^2\alpha_{SO}\omega(1+\gamma_B\Omega)/\gamma_B\Omega H_{ex}^4}{\left\{\left[\omega^2(1+\gamma_B\Omega)^2+(\gamma_B\Omega H_{ex})^2\right]^2/\Delta_0^2 + 4\omega^2(1+\gamma_B\Omega)^2\right\}^{1/2}}. \quad (19)$$

В данной геометрии вклад спин-орбитального рассеяния в критический ток не превышает 0.5% при параметрах бислоя $\pi T_C\gamma_B = 0.5$, $\alpha_{SO} = 0.1\Delta_0$, $H_{ex} = 5\Delta_0$ и $T = 0.1T_C$. Если же сопротивление SF-границы велико: $\pi T_C\gamma_B > 1$ $(\gamma_B H_{ex} \gg 1)$, но по-прежнему $\pi T_C\gamma_M \ll 1$, амплитуда тока равна

$$J_C^{AF} \cong 2\,\frac{T}{T_C}$$
$$\times\sum_{\omega>0}\frac{\Delta_0^2}{\gamma_B^2(\omega^2+H_{ex}^2)\Omega^2}\left\{1-\frac{4\alpha_{SO}\Delta_0^2H_{ex}^2\omega}{\gamma_B^2\Omega^2(\omega^2+H_{ex}^2)^3}\right\}. \quad (20)$$

Оценка второго слагаемого в фигурных скобках при $\pi T_C\gamma_B = 2$, $T = 0.1T_C$, $\alpha_{SO} = 0.1\Delta_0$ и $H_{ex} \approx 2\Delta_0$ показывает, что уменьшение критического тока из-за спин-орбитальных эффектов не превышает 1%. Если же сверхпроводящий эффект близости мал ($\pi T_C\gamma_M \gg (1+\pi T_C\gamma_B)$), вычисления дают

$$J_C^{AFM} \approx 2\,\frac{T}{T_C}$$
$$\times\sum_{\omega>0}\frac{B^2/(\gamma_M\omega)^2}{\left\{\left[\omega^2-H_{ex}^2+B^2/(\gamma_M\omega)^2\right]^2+4\omega^2H_{ex}^2 + 2A(\alpha_{SO})B^2/(\gamma_M\omega)^2\right\}^{1/2}}. \quad (21)$$

Анализ зависимости критического тока от обменного поля показывает, что при $\alpha_{S0} \to 0$ в данной геометрии существует интервал значений H_{ex}, в котором критический ток перехода растет [22,23,32]. По сравнению с предыдущей геометрией физика явления теперь несколько иная. Она не связана с суммарным набегом фазы на переходе (набег фаз на берегах перехода компенсируется), а обусловлена смещением особенностей в плотности квазичастичных состояний под влиянием обменного поля F-слоя и их перекрытием [23]. Процессы рассеяния, не сохраняющие спин электрона, ослабляют рост сверхтока.

Оценки, выполненные на основе выражений (16)–(21), показывают, что вклады спин-орбитальных эффектов в асимптотической области параметров не превышают нескольких процентов. Для более реалистичной области значений параметров бислоя анализ может быть выполнен только численно. Результаты численых расчетов амплитуды туннельного тока симметричного SFIFS-контакта показаны на рис. 1 для параллельной и антипараллельной ориентации намагниченности F-слоев. Зависимость амплитуды сверхтока от поля H_{ex} при малом эффективном параметре разрыва куперовских пар на SF-границе ($\gamma_M \ll 1$) иллюстрируется случаями хорошего (рис. 1, *a*) и плохого (рис. 1, *c*) электрического контакта слоев. Обратная ситуация — контакты с большим параметром разрыва пар вблизи SF-границы ($\gamma_M \gg 1$) — показана на рис. 1, *b* и *d* при хорошем и плохом электрическом контакте S- и F-слоев соответственно. Как и следовало ожидать, значение критического тока контакта сильно зависит от параметров H_{ex}, γ_M и γ_B. Видно, что при параллельной геометрии в некоторой области обменного поля происходит переход из состояния с нулевой фазой в π-состояние. Спин-орбитальное рассеяние подавляет тенденцию к переходу в π-состояние, причем это подавление имеет нелинейный характер. Максимум спин-орбитального вклада в критический ток расположен вблизи перехода в π-фазу, когда амплитуда основного вклада в сверхток (нулевое приближение по α_{SO}) меняет знак, проходя через нулевое значение, а поправки следующего порядка ($\sim \alpha_{SO}$), обусловленные „смешиванием“ состояний с противоположной ориентацией спина, еще растут. При дальнейшем увеличении обменного поля быстро убывают как амплитуда сверхтока, так и вклад спин-орбитальных эффектов.

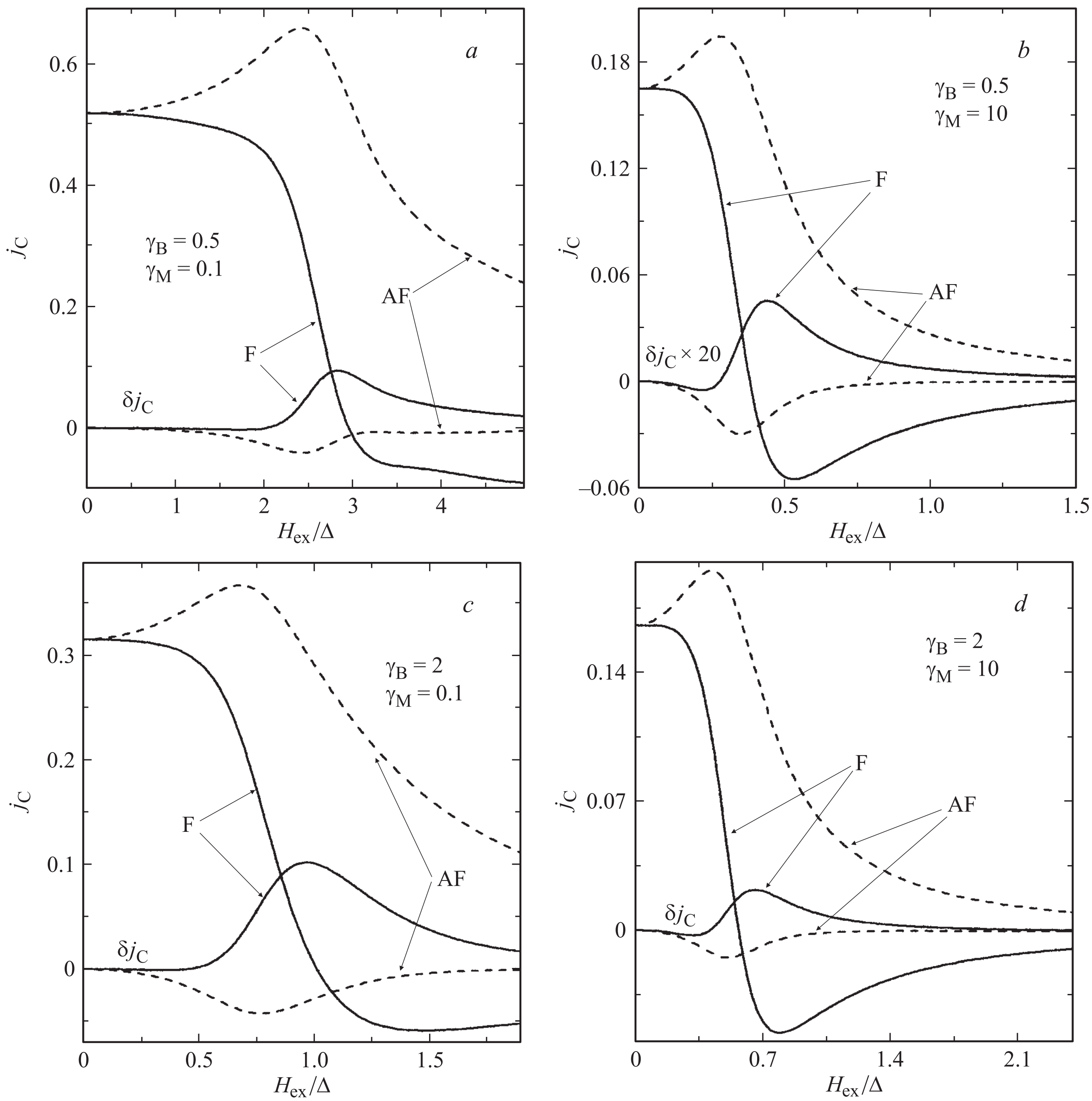

Рис. 1. Зависимость амплитуды сверхтока SFIFS-контакта j_C от обменного поля H_{ex} при параллельной (сплошные линии) и антипараллельной (штриховые линии) относительной ориентации обменных полей F-слоев. Показаны критический ток через контакт без учета спин-орбитального рассеяния и аддитивная добавка δj_C, обусловленная процессами спин-орбитального рассеяния. Температура перехода $T/T_C = 0.1$. Параметр спин-орбитального рассеяния $\alpha_{SO}/\Delta = 0.1$. Параметры SF-слоя: a — $\pi T_C \gamma_B = 0.5$, $\pi T_C \gamma_M = 0.1$; b — $\pi T_C \gamma_B = 0.5$, $\pi T_C \gamma_M = 10$; c — $\pi T_C \gamma_B = 2$, $\pi T_C \gamma_M = 0.1$; d — $\pi T_C \gamma_B = 2$, $\pi T_C \gamma_M = 10$.

При антипараллельной ориентации намагниченности F-слоев критический ток контакта, как и в случае параллельной геометрии, определяется параметрами бислоя. Контакт не переходит в π-фазу, но в некотором интервале обменных полей происходит усиление сверхтока. В соответствии с общей тенденцией ослабления эффектов обменного поля спин-орбитальное рассеяние подавляет это усиление. Максимум спин-орбитального вклада в критический ток расположен в области максимального усиления тока. Полученный результат становится физически прозрачным, если учесть, что, как уже отмечалось, усиление критического тока происходит из-за перекрытия двух сингулярностей в плотности квазичастичных состояний. В пределе $T \to 0$ особенности в плотности состояний $\sim \sqrt{\varepsilon}$ и амплитуда тока логарифмически расходится [21,23]. Спин-орбитальное рассеяние „размывает“ эти сингулярности и эффективно ослабляет аномальное усиление сверхтока. В этом воздействие

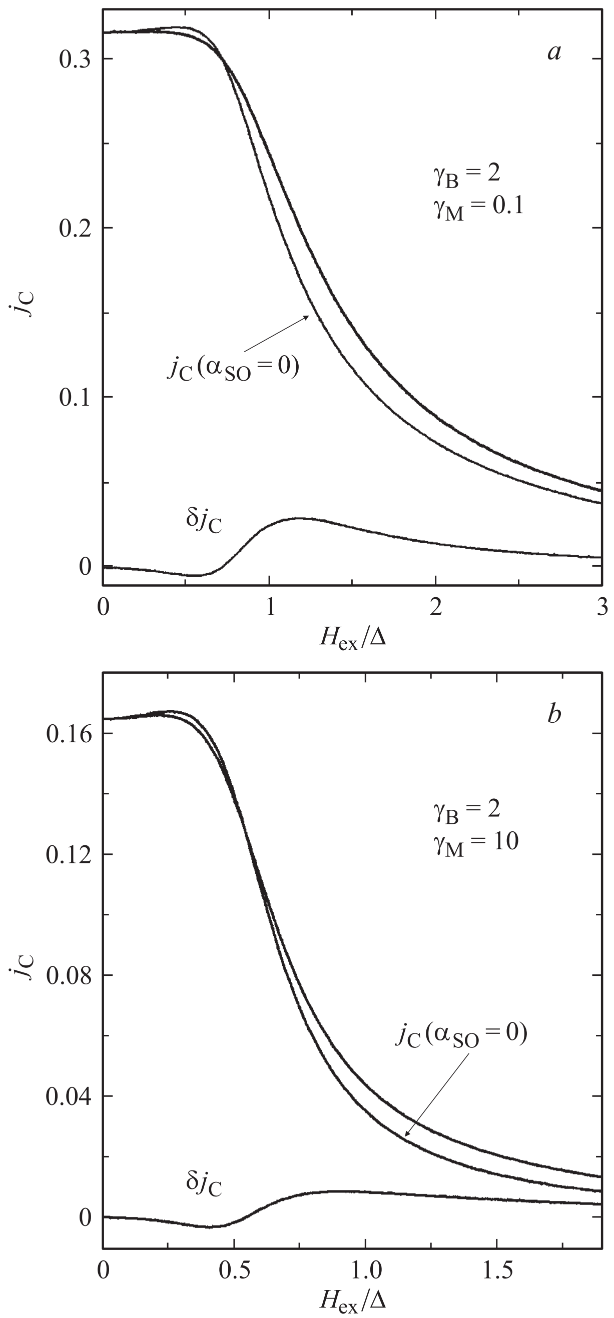

Рис. 2. Зависимость амплитуды критического тока несимметричного SFINS-контакта j_C от обменного поля H_{ex} ферромагнитного слоя. Показаны критический ток через контакт без учета спин-орбитального рассеяния, аддитивная добавка δj_C, обусловленная процессами спин-орбитального рассеяния, и полный ток через контакт. Температура перехода $T/T_C = 0.1$. Параметр спин-орбитального рассеяния $\alpha_{SO}/\Delta = 0.1$. Параметры бислоев: a — $\pi T_C \gamma_B = 2$, $\pi T_C \gamma_M = 0.1$ — сильный эффект близости; b — $\pi T_C \gamma_B = 2$, $\pi T_C \gamma_M = 10$ — слабый эффект близости.

спин-флип процессов аналогично влиянию температуры: температурное размытие столь существенно, что теория предсказывает [21,23,33] усиление сверхтока только в области очень низких температур.

c) Несимметричные SFINS-контакты. Результаты предыдущего раздела легко обобщаются на случай несимметричного контакта $(SF)_L I(FS)_R$, в том числе и на случай SFINS-контактов со спин-орбитальным рассеянием только в F-слое. Не останавливаясь на аналитических выражениях, приведем результаты численных расчетов некоторых предельных случаев для SFINS-переходов.

На рис. 2 показаны зависимости амплитуды джозефсоновского тока для SFINS-контакта от обменного поля магнитного слоя. Рис. 2, a соответствует ситуации с малым эффективным параметром разрыва куперовских пар на SF-границе ($\gamma_M \ll 1$), рис. 2, b — обратному предельному случаю ($\gamma_M \gg 1$). Влияние процессов спин-орбитального рассеяния в F-слое на ток в SFINS-переходе на первый взгляд достаточно необычно: спин-флип процессы увеличивают сверхток. Обусловлено это тем, что, как уже отмечалось, процессы с переворотом спина приводят к осцилляции (с характерной частотой $1/\tau_{SO}$) знака эффективного обменного поля, действующего на куперовскую пару. В результате влияние поля на пару, приводящее к ее распаду, уменьшается и ток возрастает.

4. Заключение

Исследовано влияние процессов рассеяния, не сохраняющих проекцию спина электрона, на эффект близости между массивным сверхпроводником и тонким слоем нормального ферромагнитного металла. Такие процессы могут быть индуцированы спин-орбитальным взаимодействием электронов проводимости с магнитными ионами, сильным электрическим полем на границе контакта двух металлов, некоторыми другими механизмами. Найдены амплитуды сверхпроводящего параметра порядка в условиях, когда оба металла отвечают так называемому „грязному“ пределу. Полученные выражения используются для вычисления критического тока туннельных SFIFS- и SFINS-контактов при слабом и сильном эффекте близости и произвольном качестве электрического контакта между S- и F- или S- и N-слоями. Критический ток рассчитан как функция величины обменного поля, прозрачности границы, величины эффекта близости и интенсивности процессов рассеяния, не сохраняющих проекцию спина электрона. Показано, что процессы спин-орбитального рассеяния могут существенно ограничить возможность экспериментального наблюдения эффектов обменного поля в туннельных характеристиках SFIFS-контактов.

Приложение. Уравнения Узаделя с учетом спин-орбитального рассеяния

Как известно (см., например,[29]), для описания сверхпроводимости металлов с немагнитными примесями высокой концентрации Узадель [28] получил уравнения, которые являются изотропным пределом уравнений Эйленбергера. Обобщим уравнения Узаделя на случай „грязных“ металлов с центрами спин-орбитального рассеяния. Будем следовать изложению [29] и в качестве исходных возьмем уравнения Эйленбергера в виде

$$iv_0\mathbf{n}\boldsymbol{\nabla}_R\xi_\omega + [\bar{\omega}, \xi_\omega], \tag{П1}$$

где квадратные скобки обозначают коммутатор; $\mathbf{n}$ — единичный вектор, характеризующий направление движения электрона на Ферми-сфере; $v_0 \approx v_{\mathrm{F}}$. Матрица ξ_ω образована нормальными и аномальными функциями Грина

$$\xi_\omega = \begin{pmatrix} G & \tilde{F} \\ -F & -\tilde{G} \end{pmatrix},$$

которые удовлетворяют нормировке вида $G^2 - F\tilde{F} = -1/4$. Введем изотропную функцию $\xi^0_\omega(R) = \int \xi_\omega(\mathbf{R}, \mathbf{n})d\Omega/4\pi$, зависящую от положения центра куперовской пары, и будем считать, что функцию $\xi_\omega(\mathbf{R}, \mathbf{n})$ можно найти, вычисляя поправки к изотропной части. В первом приближении

$$\xi_\omega(\mathbf{R}, \mathbf{n}) = \xi^0_\omega(\mathbf{R}) + \mathbf{n}\bar{\Gamma}_\omega(\mathbf{R}), \tag{П2}$$

где $\bar{\Gamma}_\omega \ll \xi^0_\omega$. Для матрицы $\bar{\omega}_\pm$ имеем

$$\bar{\omega}_\pm = i(\omega + iH_{\mathrm{ex}})\sigma_Z - \hat{\Delta} - \frac{1}{\tau_0}\int \xi_\pm(\mathbf{R}, \mathbf{n})\,\frac{d\Omega}{4\pi}$$
$$- \frac{3}{\tau_{\mathrm{SO}}}\int \xi_\mp(\mathbf{R}, \mathbf{n})\sin^2(\theta - \theta')\,\frac{d\Omega}{4\pi},$$
$$\hat{\Delta} = \begin{pmatrix} 0 & \Delta \\ -\Delta^* & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Слагаемое $\sim 1/\tau_0$ описывает рассеяние на немагнитных примесях, а слагаемое $\sim 1/\tau_{\mathrm{SO}}$ — дополнительный вклад от спин-орбитального рассеяния. С учетом (П2) интегрирование дает

$$\bar{\omega}_\pm = i(\omega + iH_{\mathrm{ex}})\sigma_Z - \hat{\Delta}$$
$$- \frac{1}{\tau_0}\xi^0_\pm - \frac{1+\cos^2\theta}{\tau_{\mathrm{SO}}}\,\xi^0_\mp - \frac{3\pi}{16\tau_{\mathrm{SO}}}\,\Gamma_\mp\sin 2\theta. \tag{П3}$$

Подставим (П2) и (П3) в уравнение Эйленбергера (П1) и снова усредним по углам. Получим

$$\frac{i\mathbf{v}_0}{3}\left(\boldsymbol{\nabla}_R\bar{\Gamma}_\pm(\mathbf{R})\right) + \Big[i(\omega + iH_{\mathrm{ex}})\sigma_Z - \hat{\Delta}$$
$$- \frac{1}{\tau_0}\xi^0_\pm - \frac{4}{3\tau_{\mathrm{SO}}}\,\xi^0_\mp, \xi^0_\pm\Big] - \frac{3\pi^2}{64\tau_{\mathrm{SO}}}\,[\bar{\Gamma}_\mp, \bar{\Gamma}_\pm]. \tag{П4}$$

Далее умножим уравнение (П1) на $\mathbf{n}$ и снова усредним по телесному углу:

$$i\mathbf{v}_0\left(\boldsymbol{\nabla}_R\xi^0_\pm(\mathbf{R})\right) + \Big[i(\omega + iH_{\mathrm{ex}})\sigma_Z - \hat{\Delta}$$
$$- \frac{1}{\tau_0}\xi^0_\pm - \frac{8}{5\tau_{\mathrm{SO}}}\,\xi^0_\mp, \Gamma_\pm\Big] - \frac{9\pi^2}{64\tau_{\mathrm{SO}}}\,[\bar{\Gamma}_\mp, \xi^0_\pm]. \tag{П5}$$

В нашем случае $1/\tau_0 \gg \omega$, H_{ex}, $1/\tau_{\mathrm{SO}}$. Поэтому из уравнения (П5) следует

$$\bar{\Gamma}_\pm = -2il\xi^0_\pm\boldsymbol{\nabla}_R\xi^0_\pm. \tag{П6}$$

Подставим выражение (П6) в уравнение (П4). В результате приходим к замкнутому относительно $\xi^0_\pm$ уравнению

$$D\boldsymbol{\nabla}_R\{\xi^0_\pm(\boldsymbol{\nabla}_R\xi^0_\pm)\} + \Big[i(\omega \pm iH_{\mathrm{ex}})\sigma_Z - \hat{\Delta} - \frac{4}{3\tau_{\mathrm{SO}}}\,\xi^0_\mp, \xi^0_\pm\Big], \tag{П7}$$

где $D = v_0 l/3$ — коэффициент диффузии. После замены $G \to G/2i$, $F \to F/2i$, $\tilde{F} \to -\tilde{F}/2i$, $\Delta \to i\Delta$ уравнение (П7) переходит в

$$\frac{D}{2}(F_\pm\boldsymbol{\nabla}^2 G_\pm - G_\pm\boldsymbol{\nabla}^2 F_\pm) + \omega_\pm F_\pm - \Delta^* G_\pm$$
$$= \frac{2}{3\tau_{\mathrm{SO}}}\,\{G_\pm F_\mp - G_\mp F_\pm\}. \tag{П8}$$

При $\tau_{\mathrm{SO}} \to \infty$ эта система приобретает обычный вид уравнения Узаделя [29].

Как отмечалось выше, удобно учесть нормировку функций Грина явно и ввести модифицированные функции Узаделя. Перейдя в уравнении (П8) к таким функциям, получим

$$\frac{D}{2}\,\frac{1}{\omega_\pm G_\pm}\,\boldsymbol{\nabla}(G^2_\pm\boldsymbol{\nabla}\Phi_\pm)$$
$$= \Phi_\pm - \Delta^* - \frac{2}{3\tau_{\mathrm{SO}}}\,G_\mp\left(\frac{\Phi_\mp}{\omega_\mp} - \frac{\Phi_\pm}{\omega_\pm}\right). \tag{П9}$$

Это выражение и использовано нами для описания сверхпроводящих свойств ферромагнитного металла с центрами спин-орбитального рассеяния (см. (2)).

Список литературы

[1] E.L. Wolf. Principles of Electron Tunneling Spectroscopy. Oxford University Press. (1985).

[2] А.А. Голубов, М.Ю. Куприянов. ЖЭТФ **96**, *10*, 1420 (1989).

[3] A.A. Golubov, E.P. Houwman, J.G. Gisbertsen, M. Krasnov, J. Flokstra, H. Rogalla, M.Yu. Kuprijanov. Phys. Rev. B **51**, *2*, 1073 (1995).

[4] A.A. Golubov, M.Yu. Kupriyanov. J. Low Temp. Phys. **70**, *1/2*, 83 (1988).

[5] T. Tokuyasu, J.A. Sauls, D. Rainer. Phys. Rev. B **38**, *13*, 8823 (1988).

[6] V.N. Krivoruchko, E.A. Koshina. Phys. Rev. B **66**, *1*, 014 521 (2002).

[7] K. Halterman, O.T. Valls. Phys. Rev. B **69**, *1*, 014 517 (2004).

[8] А.И. Буздин, Л.Н. Булаевский, С.В. Панюков. Письма в ЖЭТФ **35**, *4*, 147 (1982).

[9] А.И. Буздин, М.Ю. Куприянов. Письма в ЖЭТФ **53**, *6*, 308 (1991).

[10] E.A. Demler, G.B. Arnold, M.R. Beasley. Phys. Rev. B **55**, *22*, 15 174 (1997).

[11] Ю.А. Изюмов, Ю.Н. Прошин, М.Г. Хусаинов. УФН **45**, *2*, 109 (2002).
[12] V.V. Ryazanov, V.A. Oboznov, A.Yu. Rusanov, A.V. Veretennikov, A.A. Golubov, J. Aarts. Phys. Rev. Lett. **86**, *11*, 2427 (2001).
[13] T. Kontos, M. Aprili, J. Lesueur, X. Grison. Phys. Rev. Lett. **86**, *2*, 304 (2001).
[14] V.V. Ryazanov, V.A. Oboznov, A.V. Veretennikov, A.Yu. Rusanov. Phys. Rev. B **65**, *2*, R 020 501 (2002).
[15] Y. Blum, A. Tsukernik, M. Karpovski, A. Palevski. Phys. Rev. Lett. **89**, *18*, 187 004 (2002).
[16] T. Kontos, M. Aprili, J. Lesueur, F. Genet, B. Stephanidis, R. Boursier. Phys. Rev. Lett. **89**, *13*, 137 007 (2002).
[17] W. Guichard, M. Aprili, O. Bourgeois, T. Kontos, J. Lesueur, P. Gandit. Phys. Rev. Lett. **90**, *16*, 167 001 (2003).
[18] I.A. Garifullin, D.A. Tikhonov, N.N. Garifyanov, L. Lazar, Yu.V. Goyunov, S.Ya. Khlebnikov, L.A. Tagirov, K. Westerhold, H. Zabel. Phys. Rev. B **66**, *2*, R 020 505 (2002).
[19] A.A. Golubov, M.Yu. Kupriyanov, E. Il'ichev. Rev. Mod. Phys. **76**, *2*, 411 (2004).
[20] E.A. Koshina, V.N. Krivoruchko. Phys. Rev. B **63**, *22*, 224 515 (2001).
[21] F.S. Bergeret, A.F. Volkov, K.B. Efetov. Phys. Rev. Lett. **86**, *14*, 3140 (2001).
[22] V.N. Krivoruchko, E.A. Koshina. Phys. Rev. B **64**, *17*, 172 511 (2001).
[23] A.A. Golobov, M.Yu. Kupriyanov, Ya.V. Fominov. Письма в ЖЭТФ **75**, *3–4*, 223 (2002).
[24] А. Буздин. Письма в ЖЭТФ **78**, *9*, 1073 (2003).
[25] В.Н. Лисин, Б.М. Хабибуллин. ФТТ **17**, *6*, 1598 (1975).
[26] S. Oh, Y.-H. Kim, D. Youm, M.R. Bearsley. Phys. Rev. B **63**, *5*, 052 501 (2000).
[27] V.N. Krivoruchko, R.V. Petryuk. Phys. Rev. B **66**, *13*, 134 520 (2002).
[28] K. Uzadel. Phys. Rev. Lett. **25**, *8*, 507 (1970).
[29] А.В. Свидзинский. Пространственно-неоднородные задачи теории сверхпроводимости. Наука, М. (1982).
[30] Е.А. Кошина, В.Н. Криворучко. ФНТ **26**, *2*, 157 (2000).
[31] М.Ю. Куприянов, В.Ф. Лукичёв. ФНТ **8**, *10*, 1045 (1982).
[32] Е.А. Кошина, В.Н. Криворучко. ФНТ **29**, *8*, 858 (2003).
[33] X. Li, Z. Zheng, D.Y. Xing, G. Sun, Z. Dong. B **65**, *13*, 134 507 (2002).