

Расчет низкополевой подвижности квазидвумерных электронов сверхрешетки GaAs/Al_{0.36}Ga_{0.64}As в области температуры 77 К

© С.И. Борисенко[¶]

Сибирский физико-технический институт им. В.Д. Кузнецова
634050 Томск, Россия

(Получена 30 ноября 2001 г. Принята к печати 4 декабря 2001 г.)

Проведен расчет продольной и поперечной подвижностей квазидвумерных электронов сверхрешетки GaAs/Al_{0.36}Ga_{0.64}As в области температуры жидкого азота и концентраций электронов от 10¹³ до 10¹⁵ см⁻³. Учтено рассеяние электронов на полярных оптических фононах, акустических фононах и ионах примеси. Уравнение Больцмана в линейном приближении по электрическому полю с учетом неупругого характера рассеяния на полярных оптических фононах решалось методом подгонки. Получены аналитические формулы для низкотемпературного продольного и поперечного времени релаксации на оптических фононах. Исследован вопрос о применимости уравнения Больцмана к анализу продольной проводимости в рассматриваемых сверхрешетках.

1. Введение

Как известно, многие специфические свойства гетероструктур с квазидвумерным электронным газом проявляются в области низких температур [1–3]. Одной из важных проблем, которые в связи с этим возникают, является решение вопроса о применимости уравнения Больцмана для анализа кинетических явлений в этих условиях. В частности, это касается расчета продольной проводимости электронов сверхрешеток (СР), в которых ширина основной (нижней) минизоны значительно меньше средней энергии носителей заряда. В случае линейной проводимости, согласно общим принципам [4], данный вопрос решается положительно при выполнении условий

$$\hbar/\tau_{\parallel} < \Delta < k_0T, \quad (1)$$

где τ_{\parallel} — эффективное время релаксации, соответствующее движению электронов вдоль оси СР, Δ — ширина основной минизоны зоны проводимости сверхрешетки, T — температура. Считается, что значение напряженности электрического поля E для СР с периодом d всегда можно выбрать достаточно малым ($eEd < \hbar/\tau_{\parallel}$). Первое из условий (1) предполагает слабость рассеяния и большую длину свободного пробега вдоль оси СР, что необходимо для формирования минизоны. Выполнение второго условия обеспечивает квазидвумерность электронного газа.

В данной работе в одноминизонном приближении исследована возможность выполнения условий (1) для наиболее изученных электронных сверхрешеток GaAs/Al_xGa_{1-x}As с межподзонами оптическими переходами в области поглощения инфракрасного излучения [1,5]. Для этого с помощью уравнения Больцмана проведен численный анализ эффективного времени релаксации с учетом внутриминизонного рассеяния электронов на полярных оптических (ПО) и акустических (АК) фононах объемного типа и ионах примеси. Влиянием конфинмента фононов на рассеяние электронов

пренебрегалось, так как рассматривались длиннопериодные СР [6]. Решение уравнения Больцмана с учетом неупругого характера рассеяния на ПО фононах проводилось методом подгонки вместо метода итераций [6,7], неустойчивого в области низких температур. Линеаризованное уравнение Больцмана, как и в случае объемного полупроводника [8], сводилось к функциональному уравнению для поперечного и продольного эффективного времени релаксации. Численный анализ продольной и поперечной подвижности проводился для сверхрешетки GaAs/Al_{0.36}Ga_{0.64}As с шириной квантовой ямы $a = 8$ нм и толщиной барьера $b = 5$ нм в области температур от 50 до 100 К и концентрации ионов примеси от 10¹³ до 10¹⁵ см⁻³.

2. Решение уравнения Больцмана

Как известно, уравнение Больцмана для малой добавки $g(\mathbf{k})$ к неравновесной функции распределения с учетом неупругого характера рассеяния электронов на полярных оптических фононах в постоянном электрическом поле E имеет вид [6]

$$g(\mathbf{k}) = \tau_0(\mathbf{k}) \left\{ \sum_{\mathbf{k}'} g(\mathbf{k}') [w_{\mathbf{k}'\mathbf{k}} + f_0(\varepsilon)(w_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} - w_{\mathbf{k}'\mathbf{k}})] + e \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} E v(\mathbf{k}) \right\}, \quad (2)$$

где

$$\tau_0^{-1}(\mathbf{k}) = \sum_{\mathbf{k}'} [w_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} + f_0(\varepsilon')(w_{\mathbf{k}'\mathbf{k}} - w_{\mathbf{k}\mathbf{k}'})], \quad (3)$$

$$f_0(\varepsilon) = \left(\exp \left(\frac{\varepsilon - \xi}{k_0T} \right) + 1 \right)^{-1}$$

— равновесная функция распределения Ферми–Дирака, $\varepsilon = \varepsilon(\mathbf{k})$, $\varepsilon' = \varepsilon(\mathbf{k}')$ — энергия электрона, зависящая от волнового вектора, ξ — уровень Ферми, отсчитанный

[¶] E-mail: sib@elefot.tsu.ru

от дна нижней минизоны, $w_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}$ — вероятность перехода в единицу времени из состояния с волновым вектором \mathbf{k} в \mathbf{k}' , $\mathbf{v}(\mathbf{k}) = \nabla_{\mathbf{k}}\varepsilon/\hbar$ — скорость электрона.

Неравновесная добавка к функции распределения в линейном приближении по напряженности электрического поля искалась в обычном виде

$$g(\mathbf{k}) = e \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \sum_i \tau_i(\mathbf{k}) E_i v_i(\mathbf{k}), \quad (4)$$

где $\tau_i(\mathbf{k})$ — функции, зависящие в общем случае от волнового вектора, которые будем называть эффективным временем релаксации. Предлагаемое название оправдано тем, что в области упругого рассеяния эти функции превращаются в истинное время релаксации. Уравнения для этих неизвестных функций получаются обычным образом после подстановки выражения (4) в уравнение (2):

$$\tau_i(\mathbf{k}) = \tau_0(\mathbf{k}) \left\{ \sum_{\mathbf{k}'} \left[w_{\mathbf{k}'\mathbf{k}} + f_0(\varepsilon)(w_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} - w_{\mathbf{k}'\mathbf{k}}) \right] \times \frac{f'_0(\varepsilon') v_i(\mathbf{k}')}{f'_0(\varepsilon) v_i(\mathbf{k})} \tau_i(\mathbf{k}') + 1 \right\}, \quad (5)$$

где $f'_0(\varepsilon)$ — производная от равновесной функции распределения.

Энергетический спектр электронов основной минизоны СР с осью z , направленной вдоль оси симметрии СР, в приближении слабо взаимодействующих квантовых ям (КЯ) описывался известной формулой:

$$\varepsilon(\mathbf{k}) = \frac{\hbar^2 k_{\perp}^2}{2m_{\perp}} + \frac{\Delta}{2} [1 - \cos(k_z d)], \quad (6)$$

где $\mathbf{k}_{\perp} = (k_x, k_y)$ — волновой вектор, перпендикулярный оси z , m_{\perp} — поперечная эффективная масса, близкая по величине к эффективной массе электронов m^* полупроводника, составляющего КЯ. Для расчета ширины минизоны из решения уравнения Кронига–Пенни по теории возмущений была получена удобная формула:

$$\Delta = \frac{16E_0}{\pi} \sqrt{\frac{m_b E_0}{m_a V}} \exp(-sb), \quad (7)$$

где $s = \sqrt{2m_b V}/\hbar$, a и b — ширина квантовой ямы и барьера СР с периодом решетки $d = a + b$, m_a и m_b — эффективная масса электронов в квантовой яме и барьере высотой V , E_0 — энергия основного уровня, отсчитанная от дна изолированной КЯ конечной глубины. Формула справедлива при $V \gg E_0$.

С учетом цилиндрической симметрии СР и вида функции (6) для квазидвумерного электронного газа ($\Delta < k_0 T$) уравнения (5) принимают следующий вид:

$$\tau_{\perp}(\varepsilon) = \tau_0(\varepsilon) \left\{ \sum_{\mathbf{k}'} \left[w_{\mathbf{k}'\mathbf{k}} + f_0(\varepsilon)(w_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} - w_{\mathbf{k}'\mathbf{k}}) \right] \times \frac{f'_0(\varepsilon') \mathbf{k}_{\perp} \mathbf{k}'_{\perp}}{f'_0(\varepsilon) k_{\perp}^2} \tau_{\perp}(\varepsilon') + 1 \right\}, \quad (8)$$

$$\tau_{\parallel}(\varepsilon) = \tau_0(\varepsilon) \left\{ \sum_{\mathbf{k}'} \left[w_{\mathbf{k}'\mathbf{k}} + f_0(\varepsilon)(w_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} - w_{\mathbf{k}'\mathbf{k}}) \right] \times \frac{f'_0(\varepsilon') \sin(k'_z d)}{f'_0(\varepsilon) \sin(k_z d)} \tau_{\parallel}(\varepsilon') + 1 \right\}, \quad (9)$$

где $\tau_{\perp}(\varepsilon) = \tau_x(\varepsilon) = \tau_y(\varepsilon)$, $\tau_{\parallel}(\varepsilon) = \tau_z(\varepsilon)$, $\varepsilon = \hbar^2 k_{\perp}^2 / 2m_{\perp}$. Следует отметить, что в квазидвумерном приближении функции эффективного времени релаксации τ_i и функция τ_0 становятся зависящими только от энергии поперечного движения электрона.

Вероятность рассеяния квазидвумерных электронов на полярных оптических фононах в СР с учетом поперечного распределения электронов в КЯ можно представить в виде (см. Приложение I)

$$w_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}(\mathbf{q}) = w_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^+(\mathbf{q}) + w_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^-(\mathbf{q}), \quad (10)$$

где

$$w_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^{\pm}(\mathbf{q}) = \frac{\pi e^2 P^2}{\varepsilon_0 \omega V} \left(N_q + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \right) \times \sum_n \left| S \left(k'_z - k_z + \frac{2\pi}{d} n \right) \right|^2 \left(\frac{q}{q^2 + \alpha_{\infty}^2} \right)^2 \delta[\varepsilon(\mathbf{k}') - \varepsilon(\mathbf{k}) \pm \hbar\omega] \delta_{k'_{\perp} - k_{\perp}, \mp q_{\perp}} \delta_{k'_z - k_z + \frac{2\pi n}{d} \mp q_z}. \quad (11)$$

В приближении квазидвумерного электронного газа с учетом (11) уравнения (8) и (9) после интегрирования по волновому вектору фононов \mathbf{q} и продольной компоненты волнового вектора электронов k'_z приводятся к функциональному виду

$$\tau_i(\varepsilon) = \tau_0(\varepsilon) \left\{ G_i^+(\varepsilon) \tau_i(\varepsilon + \hbar\omega) + G_i^-(\varepsilon) \tau_i(\varepsilon - \hbar\omega) + 1 \right\}, \quad (12)$$

где $\tau_0(\varepsilon)$, $G_i^{\pm}(\varepsilon)$ — функции поперечной энергии, представленные с помощью однократных интегралов (см. Приложение II), индекс $i = \perp$ или \parallel . Структура функциональных уравнений (12) такова, что их численное решение возможно методом подгонки с граничным условием для искомой функции при высоких энергиях $\varepsilon \gg \hbar\omega$, при которых эффективное время релаксации переходит в обычное:

$$\tau_i(\varepsilon) = \tau_0(\varepsilon) \left\{ 1 - \tau_0(\varepsilon) [G_i^+(\varepsilon) + G_i^-(\varepsilon)] \right\}^{-1}. \quad (13)$$

В области низких значений энергии $\varepsilon < \hbar\omega$, с учетом того что при $k_0 T \ll \hbar\omega$ отсутствует рассеяние с излучением фононов (см. Приложение II), величина $\tau_i(\varepsilon + \hbar\omega) \ll \tau_i(\varepsilon)$. При этом из уравнений (12) следует приближенное низкотемпературное выражение для поперечного и продольного эффективного времени релаксации

$$\tau_i(\varepsilon) \approx \tau_0(\varepsilon) = G_0^+(\varepsilon)^{-1}. \quad (14)$$

Для невырожденного электронного газа без учета экранировки дальнегодействующего поля ПО фононов эта

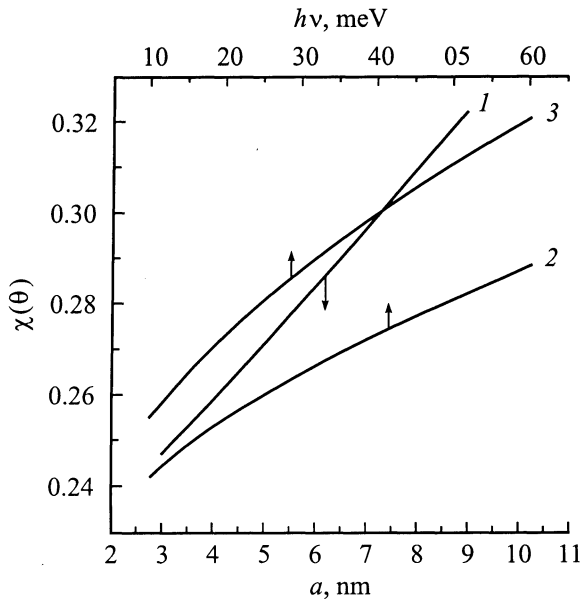


Рис. 1. Зависимости безразмерной функции $\chi(\theta)$ от ширины квантовой ямы сверхрешетки (1) и от энергии продольного оптического фонона (2, 3). 1 — $\hbar\omega = 0.037$ мэВ; 2 — $a = 5$ нм; 3 — $a = 7$ нм.

формула с учетом приближенного значения для функции $G_0^+(\varepsilon)$ при $\varepsilon \rightarrow 0$ принимает аналитический вид

$$\tau_0(\varepsilon) = \tau_0 = \chi(\theta)\tau, \quad (15)$$

где

$$\tau = \frac{6\sqrt{2}\pi\hbar^{3/2}\varepsilon_0\varepsilon^*e^{\hbar\omega/k_0T}}{e^2\sqrt{m^*}\omega}$$

— низкотемпературное время релаксации на продольных полярных оптических фононах в полупроводниках A^{III}B^V [9],

$$\chi(\theta) = \frac{\pi\theta^2(4 + \theta^2)^2}{48} \times \left[\frac{\pi}{32} \theta (4 + \theta^2) (8 + 3\theta^2) + \exp(-\pi\theta) - 1 \right]^{-1}$$

— безразмерная функция, зависящая от безразмерного параметра $\theta = \sqrt{\hbar\omega/E_a}$, $E_a = \pi^2\hbar^2/(2m_\perp a^2)$ — энергия нижнего уровня изолированной бесконечно глубокой КЯ, зависящей от ее ширины a . Из формулы (15) следует, что низкотемпературное время релаксации, как и в объемных полупроводниках A^{III}B^V, является изотропным и не зависящим от энергии. На рис. 1 представлены зависимости функции $\chi(\theta)$ от ширины КЯ и энергии ПО фононов, рассчитанные с параметрами электронного и фононного спектров полупроводника GaAs: $m_\perp = 0.067m_0$, $\hbar\omega = 0.037$ мэВ. Из рисунка следует, что значение функции $\chi(\theta) < 1$, т.е., согласно теории рассеяния для двумерного электронного газа [10], интенсивность рассеяния при переходе от трехмерного электронного газа к двумерному возрастает. С ростом

ширины КЯ и энергии ПО фононов различие в интенсивности рассеяния между объемным полупроводником и СР ослабевает.

При наличии смешанного рассеяния на ПО фононах и других упругих механизмах рассеяния, описываемых временами релаксации $\tau_{j\perp}(\varepsilon)$ и $\tau_{j\parallel}(\varepsilon)$, функцию $\tau_0(\varepsilon)$ в уравнениях (12) необходимо заменить на $\tau_{0i}(\varepsilon)$, где

$$\tau_{0i}^{-1}(\varepsilon) = \tau_0^{-1}(\varepsilon) + \sum_j \tau_{ji}^{-1}(\varepsilon). \quad (16)$$

При учете упругого рассеяния электронов на однозарядных ионах примеси времена релаксации рассчитывались по формулам, полученным обычным образом [9] с помощью вероятности рассеяния, приведенной в *Приложении I*:

$$\frac{1}{\tau_\perp(\varepsilon)} = C_I \int_0^\infty \frac{U^2(x)}{(x^2 + \gamma_s^2)^{1/2}(4\varepsilon + x^2 + \gamma_s^2)^{3/2}} dx, \quad (17)$$

$$\frac{1}{\tau_\parallel(\varepsilon)} = C_I \int_0^\infty \frac{\sin^2(\eta x/2)U^2(x)(4\varepsilon + 2x^2 + 2\gamma_s^2)}{(x^2 + \gamma_s^2)^{3/2}(4\varepsilon + x^2 + \gamma_s^2)^{3/2}} dx, \quad (18)$$

где

$$C_I = e^4 N_I \left(2\pi\sqrt{2m^*}\varepsilon_0^2\varepsilon_s^2 \right)^{-1}, \quad \gamma_s = \frac{\hbar}{\sqrt{2m^*}}\alpha_s$$

(см. *Приложение II*). Эти формулы получены в приближении хаотических фаз для рассеивающего потенциала и для однородного распределения ионов примеси по объему СР или КЯ. В случае упругого рассеяния электронов на акустических (АК) колебаниях расчет времени релаксации в приближении объемного фононного спектра для вероятности рассеяния (см. *Приложение I*) приводит к единой формуле как для поперечной, так и для продольной релаксации:

$$\tau_\perp(\varepsilon) = \tau_\parallel(\varepsilon) = \tau = \frac{2}{3} \frac{ac_L\hbar^3}{m^*D_c^2k_0T} = 2\sqrt{\frac{\varepsilon}{E_a}} \tau_{AC}, \quad (19)$$

где τ_{AC} — время релаксации электронов на деформационном потенциале акустических фононов в приближении упругого рассеяния в объемном полупроводнике [9]. Согласно формуле (19), в рамках используемых приближений время релаксации на акустических фононах в СР с квазидвумерным электронным газом изотропно, не зависит от энергии и прямо пропорционально ширине КЯ, что согласуется с ранее полученным результатом других авторов [11].

3. Анализ температурной зависимости подвижности

Продольная и поперечная подвижности электронов в СР рассчитывались по формулам, которые получаются при расчете плотности тока с учетом квазидвумерности

электронного газа и неравновесной добавки к функции распределения (4)

$$\mu_{\perp} = e\langle\tau_{\perp}\rangle/m_{\perp}, \quad \mu_{\parallel} = e\langle\tau_{\parallel}\rangle/\langle m_{\parallel}\rangle, \quad (20)$$

где $\langle\tau_{\perp}\rangle$, $\langle\tau_{\parallel}\rangle$, $\langle m_{\parallel}\rangle$ — усредненные по энергии функции эффективного времени поперечной и продольной релаксации, а также продольной эффективной массы электронов основной минизоны:

$$\langle\tau_{\perp}\rangle = \frac{\rho_c}{n} \int_0^{\infty} \left(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\right) \tau_{\perp}(\varepsilon) \varepsilon d\varepsilon,$$

$$\langle\tau_{\parallel}\rangle = [1 - \exp(-n/N_c)]^{-1} \int_0^{\infty} \left(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\right) \tau_{\parallel}(\varepsilon) \varepsilon d\varepsilon, \quad (21)$$

$$\frac{1}{\langle m_{\parallel}\rangle} = \frac{\rho_c \Delta}{4m_{\parallel} n} [1 - \exp(-n/N_c)], \quad (22)$$

где $\rho_c = m_{\perp}/(\pi d \hbar^2)$ — двумерная плотность состояний нижней минизоны проводимости, $N_c = k_0 T \rho_c$ — эффективная плотность состояний, $m_{\parallel} = 2\hbar^2/(\Delta^2 d^2)$ — продольная эффективная масса на дне минизоны. Согласно формуле (21), в отсутствие зависимости продольного эффективного времени релаксации от энергии имеем: $\langle\tau_{\parallel}\rangle = \tau_{\parallel}$. В случае невырожденного электронного газа ($n \ll N_c$) выражение для усредненной по энергии продольной эффективной массы принимает простой вид

$$\frac{1}{\langle m_{\parallel}\rangle} = \frac{\Delta}{k_0 T} \frac{1}{m_{\parallel}}. \quad (23)$$

В работе проведен расчет зависимости продольной и поперечной подвижностей от температуры и концентрации ионов примеси для СР с квазидвумерным электронным газом. Подвижность рассчитывалась с учетом смешанного рассеяния на ПО и АК фононах и однозарядных ионах примеси, концентрация которых считалась равной концентрации электронов. Расчет подвижности проводился по выше приведенным формулам для композиционной СР n -типа GaAs/Al_{0.36}Ga_{0.64}As с параметрами $a = 8$ нм, $b = 5$ нм. При расчете вероятности рассеяния и подвижности использованы следующие значения параметров GaAs [12]:

$$m_{\perp} = 0.067m_0, \quad \hbar\omega = 0.037 \text{ мэВ}, \quad \varepsilon_s = 12.7,$$

$$\varepsilon_{\infty} = 10.7, \quad c_L = 14.4 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2 \text{ и } D_c = 17.5 \text{ эВ}.$$

Объяснение обозначений параметров дано в *Приложении I*. Согласно расчетам энергетического спектра, методика которого изложена в работе [13], данная СР при $T = 77$ К имеет в КЯ две минизоны проводимости и может быть использована в качестве фотодетектора ИК излучения с длиной волны 9 мкм. Для ширины нижней минизоны при этой температуре получено значение $\Delta = 1.8$ мэВ, которое хорошо описывается формулой (7) с параметрами

$$m_a = 0.067m_0, \quad m_b = 0.097m_0,$$

$$V = 283 \text{ мэВ}, \quad E_0 = 43 \text{ мэВ}.$$

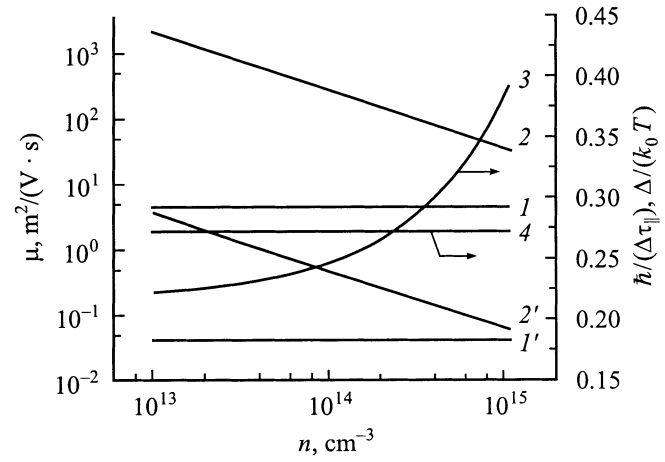


Рис. 2. Зависимости продольной и поперечной подвижностей электронов сверхрешетки от их концентрации при $a = 8$ нм, $b = 5$ нм, $T = 77$ К: 1 — $\mu_{\perp}^{\text{PO+AC}}$, 2 — μ_{\perp}^{ion} , 1' — $\mu_{\parallel}^{\text{PO+AC}}$, 2' — $\mu_{\parallel}^{\text{ion}}$, 3 — $\hbar/(\Delta\tau_{\parallel})$, 4 — $\Delta/(k_0T)$.

На рис. 2 для рассматриваемой СР представлены зависимости продольной и поперечной подвижностей от концентрации электронов, рассчитанные при азотной температуре. На этом же рисунке представлены графики зависимостей от концентрации электронов безразмерных величин $\hbar/(\langle\tau_{\parallel}\rangle\Delta)$ и $\Delta/(k_0T)$, которые согласно условию (1) должны быть много меньше 1. Из этих графиков следует, что для данной СР при $n < 10^{15} \text{ см}^{-3}$ в области полей $E < 300$ В/см условие применимости уравнения Больцмана (1) приближенно выполняется. Основным механизмом рассеяния в области рассматриваемых концентраций электронов является рассеяние на фононах. Величина подвижности, определяемая колебаниями решетки, от рассматриваемой концентрации электронов практически не зависит, $\mu_{\perp} \approx 4.4 \cdot 10^4$, $\mu_{\parallel} \approx 4.0 \cdot 10^2 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$, и определяется в основном рассеянием на АК фононах: $\mu_{\perp}^{\text{AC}} \approx 4.7 \cdot 10^4$, $\mu_{\parallel}^{\text{AC}} \approx 4.2 \cdot 10^2 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$. Парциальные значения подвижностей, определяемые рассеянием на ПО фононах, равны $\mu_{\perp}^{\text{PO}} \approx 9.5 \cdot 10^5$, $\mu_{\parallel}^{\text{PO}} \approx 7.5 \cdot 10^3 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$. Значение поперечной подвижности электронов в СР за счет рассеяния на АК фононах существенно отличается от подвижности, рассчитанной при тех же условиях [8] в объемном GaAs: $\mu_V^{\text{PO+AC}} \approx 1.5 \cdot 10^5$, $\mu_V^{\text{AC}} \approx 1.9 \cdot 10^5$, $\mu_V^{\text{PO}} \approx 1.0 \cdot 10^6 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$. Низкое значение продольной подвижности СР связано с большим значением средней продольной эффективной массы ($\langle m_{\parallel}\rangle = 7.4m_0$), тогда как средние значения продольного и поперечного эффективного времени релаксации при рассеянии на колебаниях решетки близки по величине ($\langle\tau_{\perp}\rangle \approx \langle\tau_{\parallel}\rangle = 1.7$ нс).

На рис. 3 представлены температурные зависимости подвижностей в СР, рассчитанные при $N_I = 10^{14} \text{ см}^{-3}$. Из графиков зависимостей от температуры величин $\hbar/(\langle\tau_{\parallel}\rangle\Delta)$ и $\Delta/(k_0T)$, представленных на этом же рисунке, следует, что условие (1) приближенно выполняется

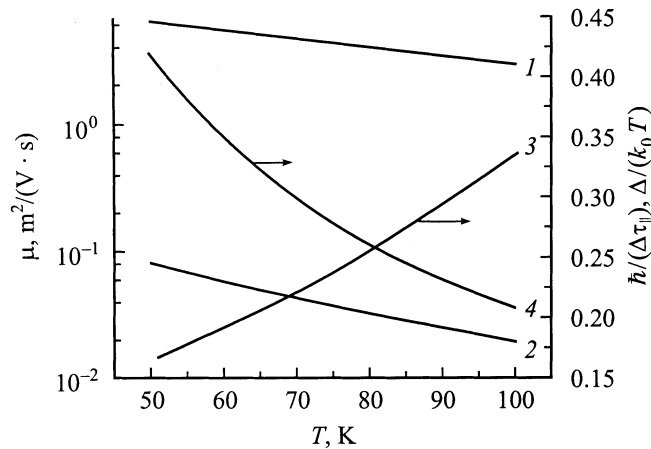


Рис. 3. Температурные зависимости подвижностей электронов сверхрешетки при $a = 8$ нм, $b = 5$ нм, $N_I = 10^{14}$ см $^{-3}$: 1 — μ_{\perp} , 2 — μ_{\parallel} , 3 — $\hbar/(\Delta\tau_{\parallel})$, 4 — $\Delta/(k_0T)$.

лишь в небольшой окрестности азотной температуры. Температурные зависимости парциальных значений подвижностей представлены на рис. 4. Как и следовало ожидать, в рассматриваемой области температур, где выполняется условие $k_0T < \hbar\omega = 37$ мэВ, температурная зависимость поперечной и продольной подвижности, определяемая рассеянием на ПО фононах, хорошо описывается низкотемпературным временем релаксации. В случае невырожденного электронного газа из формул (15) и (23) следует выражение для низкотемпературной подвижности в СР, определяемой рассеянием на ПО фононах:

$$\mu_{\perp}^{PO} = \frac{6\sqrt{2}\pi\hbar^{3/2}\epsilon_0\epsilon^*\chi(\theta)e^{\hbar\omega/k_0T}}{em^*\sqrt{m^*}\omega},$$

$$\mu_{\parallel}^{PO} = \frac{3\pi\epsilon_0\epsilon^*\Delta^2d^2\chi(\theta)e^{\hbar\omega/k_0T}}{2\sqrt{2}e\sqrt{m^*}\hbar\omega k_0T}. \quad (24)$$

Подвижность μ_{\perp}^{PO} в рассматриваемой области температур близка по величине к рассчитанному значению подвижности в объемном GaAs. При рассеянии на ионах примеси поперечная подвижность в СР (кривая 3') по величине и температурной зависимости близка к объемной (кривая 3), тогда как продольная (кривая 3'') и по величине, и по температурной зависимости существенно от нее отличается:

$$\mu_{\perp}^{ion} \propto \langle\tau_{\perp}\rangle \propto T^{1.4}, \quad \mu_{\parallel}^{ion} \propto \langle\tau_{\parallel}\rangle/T \propto T^{-0.5},$$

$$\mu_V^{ion} \propto \langle\tau\rangle \propto T^{1.3}. \quad (25)$$

Рассчитанные значения показателей температурной зависимости μ_i^{ion} существенно отличаются от предсказанных теорией для двумерного электронного газа ($\mu_{\perp}^{ion} \propto \langle\tau_{\perp}\rangle \propto T^2$, $\mu_{\parallel}^{ion} \propto \langle\tau_{\parallel}\rangle/T \propto T$ [10]), не учитывающей дисперсию вероятности рассеяния по продольному волновому вектору.

Подвижность, определяемая рассеянием на акустических колебаниях с учетом (19) и (23), рассчитывалась по формулам

$$\mu_{\perp}^{AC} = \frac{2e\hbar^3c_La}{3(m^*D_c)^2k_0T}, \quad \mu_{\parallel}^{AC} = \frac{e\hbar c_Lad^2\Delta^2}{12m^*(D_ck_0T)^2}. \quad (26)$$

Из рис. 4 следует, что в отличие от рассеяния на ПО фононах и ионах примеси, при рассеянии на АК фононах поперечная составляющая подвижности (кривая 1') существенно меньше своего значения в объемном материале (кривая 1). С учетом (26) и известной формулы для подвижности μ_V^{AC} в случае невырожденного электронного газа [9] получаем

$$\frac{\mu_V^{AC}}{\mu_{\perp}^{AC}} = \sqrt{\frac{4E_a}{\pi k_0T}}. \quad (27)$$

Согласно этой формуле, в окрестности азотной температуры рассеяние квазидвумерных электронов на АК фононах в СР примерно в 5 раз интенсивнее, чем в объемном материале.

Энергетическая зависимость времени релаксации на ионах примеси и эффективного времени релаксации на фононах при $T = 77$ К и $N_I = 10^{14}$ см $^{-3}$ приведены на рис. 5. Согласно рисунку, эффективное время релаксации электронов на ПО фононах в СР, как и в объемных полупроводниках [8], является осциллирующей функцией с периодом осцилляций, равным энергии продольного оптического фонона. Значение поперечного эффективного времени релаксации (кривая 2') близко по величине к соответствующему значению в объемном материале (кривая 2), тогда как для продольного (кривая 2'') это

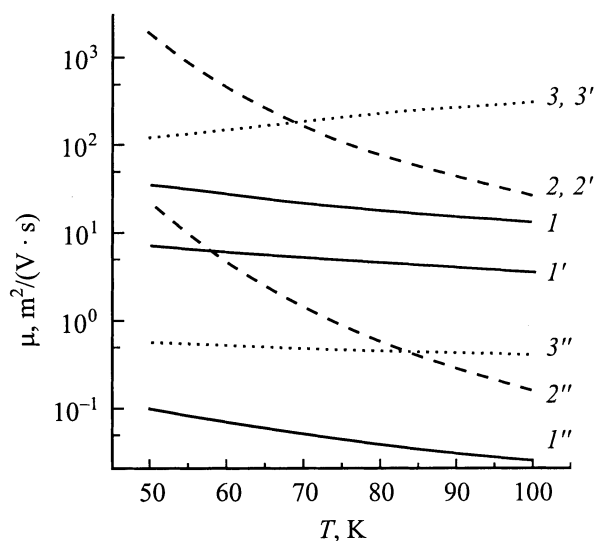


Рис. 4. Температурные зависимости парциальных значений подвижностей электронов в объемном GaAs (μ_V) и в рассматриваемой сверхрешетке ($\mu_{\perp}, \mu_{\parallel}$) при $N_I = 10^{14}$ см $^{-3}$: 1 — μ_V^{AC} , 1' — μ_{\perp}^{AC} , 1'' — μ_{\parallel}^{AC} , 2 — μ_V^{PO} , 2' — μ_{\perp}^{PO} , 2'' — μ_{\parallel}^{PO} , 3 — μ_V^{ion} , 3' — μ_{\perp}^{ion} , 3'' — μ_{\parallel}^{ion} .

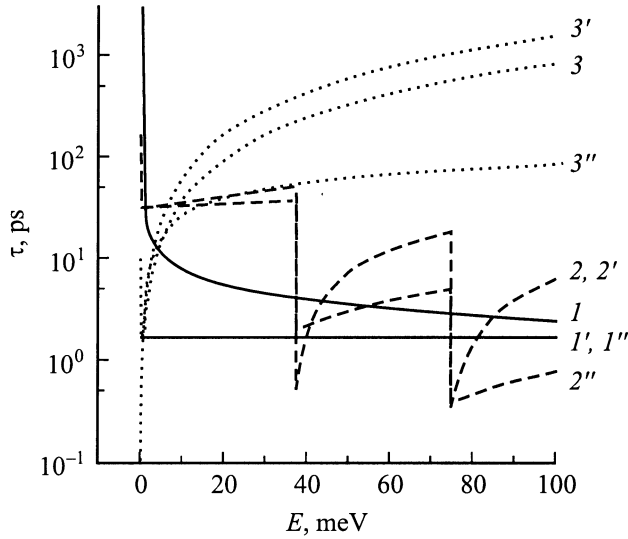


Рис. 5. Зависимости от энергии парциальных времен релаксации электронов рассматриваемой сверхрешетки и объемного GaAs при $T = 77$ K, $N_l = 10^{14}$ см $^{-3}$: 1 — τ_V^{AC} , 1' — τ_{\perp}^{AC} , 1'' — τ_{\parallel}^{AC} , 2 — τ_V^{PO} , 2' — τ_{\perp}^{PO} , 2'' — τ_{\parallel}^{PO} , 3 — τ_V^{ion} , 3' — τ_{\perp}^{ion} , 3'' — τ_{\parallel}^{ion} .

имеет место только при малых энергиях. Зависимость от энергии времени релаксации на ионах примеси, как и в объемных полупроводниках, в рассматриваемой области температур носит характер, близкий к степенному, что приводит, согласно (25), к степенной зависимости подвижности от температуры. Значение поперечного времени релаксации (кривая 3') при заданной энергии несколько выше, чем в объемном материале (кривая 3), а продольного (кривая 3'') — существенно ниже, что приводит к заметной анизотропии времени релаксации в СР при рассеянии электронов на ионах примеси ($\langle \tau_{\perp}^{ion} \rangle / \langle \tau_{\parallel}^{ion} \rangle \approx 5$). При рассеянии на АК фононах, как и следовало ожидать, существенное различие между временем релаксации в СР и объемном материале имеет место в области малых энергий, где необходимо учитывать неупругий характер данного рассеяния [3].

4. Заключение

Проведенный в данной работе численный анализ показал, что для расчета линейной проводимости квазидвумерных электронов в рассматриваемой СР при азотных температурах и концентрациях электронов ниже 10^{15} см $^{-3}$ уравнение Больцмана применимо лишь для приближенных расчетов, что связано с увеличением роли рассеяния на АК фононах в КЯ по сравнению с объемным полупроводником. В приближении упругого рассеяния время релаксации на АК фононах не зависит от энергии и является изотропным. Рассеяние на ПО фононах при азотных температурах, как и в объемных полупроводниках, можно описать с помощью продоль-

ного и поперечного времен релаксации, не зависящих от энергии электронов. Значения этих времен близки по величине к значению соответствующего времени релаксации в объемном полупроводнике, составляющем КЯ. При рассеянии на ионах примеси поперечное время релаксации электронов в СР и объемном материале КЯ близки по величине, тогда как значение продольного времени релаксации существенно ниже, чем в объемном материале.

Приложение I

В приближении Борна вероятность рассеяния электрона в СР объемом V на потенциале $V(\mathbf{r})e^{\pm i\omega t}$ из состояния с огибающей функцией в виде функции Блоха $\Psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = (1/\sqrt{V}) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} u_{k_z}(z)$ можно представить в виде

$$w_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^{\pm} = \frac{2\pi}{\hbar} |V_{\mathbf{k}'\mathbf{k}}|^2 \delta(\varepsilon(\mathbf{k}') - \varepsilon(\mathbf{k}) \pm \hbar\omega), \quad (\text{П. I.1})$$

где

$$V_{\mathbf{k}'\mathbf{k}} = \frac{1}{V} \sum_n S_n(k'_z, k_z) V_n(\mathbf{k}' - \mathbf{k}), \quad (\text{П. I.2})$$

$$S_n(k'_z, k_z) = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} e^{i2\pi n z/d} u_{k'_z}^*(z) u_{k_z}(z) dz, \quad (\text{П. I.3})$$

$$V_n(\mathbf{q}) = \int_V V(\mathbf{r}) e^{-i(\mathbf{q}\mathbf{r} + 2\pi n z/d)} d\mathbf{r}. \quad (\text{П. I.4})$$

Для огибающей функции электронов нижней минизоны, взятой в виде суммы Блоха из функций основного состояния изолированной бесконечно глубокой КЯ, интеграл в (П. I.3) имеет аналитическое выражение

$$S_n(k'_z, k_z) = S(q_{nz}) = \frac{\pi^2 \sin(aq_{nz}/2)}{(aq_{nz}/2)[\pi^2 - (aq_{nz}/2)^2]}, \quad (\text{П. I.5})$$

где $q_{nz} = k'_z - k_z + 2\pi n/d$.

При рассеянии электронов на экранированном дальнедействующем потенциале продольных полярных оптических фононов решетки в приближении фононного спектра однородного полупроводника типа A^{III}B^V

$$|V_n(\mathbf{q})| = \sqrt{\frac{\hbar(N_{\omega} + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2})}{2\varepsilon_0\omega V}} \frac{eP\sqrt{q_{\perp}^2 + q_{nz}^2}}{(q_{\perp}^2 + q_{nz}^2 + \alpha_{\infty}^2)}, \quad (\text{П. I.6})$$

где $\hbar\omega$, P — энергия и сила осциллятора продольного полярного оптического фонона; N_{ω} — термодинамически равновесное число фононов с частотой ω , описываемое функцией Бозе–Энштейна; α_{∞} — коэффициент экранирования Дебая для высокочастотного электрического поля. С учетом (П. I.6) и закона сохранения квазиимпульса формула (П. I.1) приводится к виду (11).

Согласно теории Лиддена–Сакса–Теллера, в случае КЯ, представляющей слой полупроводника A^{III}B^V,

$$\left(\frac{P}{\omega}\right)^2 = \frac{1}{\varepsilon^*} = \frac{1}{\varepsilon_\infty} - \frac{1}{\varepsilon_s}, \quad (\text{П.1.7})$$

где ε^* , ε_s , ε_∞ — приведенная, статическая и высокочастотная диэлектрические проницаемости. В приближении квазидвумерного электронного газа с концентрацией электронов n коэффициент экранирования Дебая высокочастотного электрического поля для СР равен

$$\alpha_\infty^2 = \frac{e^2}{\varepsilon_0 \varepsilon_\infty} \frac{\partial n}{\partial \xi} = \frac{e^2 m^*}{\pi \varepsilon_0 \varepsilon_\infty \hbar^2 d} [1 + \exp(-\xi/k_0 T)]^{-1}, \quad (\text{П.1.8})$$

где ξ — химический потенциал, ε_0 — диэлектрическая постоянная. Для невырожденного электронного газа, как и в случае объемных полупроводников, α_∞ линейным образом зависит от концентрации электронов и не зависит от периода СР:

$$\alpha_\infty^2 = \frac{e^2 n}{\varepsilon_0 \varepsilon_\infty k_0 T}. \quad (\text{П.1.9})$$

При рассеянии на ионах примеси с однородным их распределением по всей СР или по КЯ, в приближении хаотических фаз для потенциала рассеяния, с учетом (П.1.1)–(П.1.5) вероятность рассеяния составляет

$$w_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} = \frac{2\pi e^4 Z^2 N_I}{\hbar \varepsilon_0^2 \varepsilon_s^2 V} \sum_n \frac{S^2(q_{nz})}{(q_\perp^2 + q_{nz}^2 + \alpha_s^2)^2} \delta(\varepsilon(\mathbf{k}') - \varepsilon(\mathbf{k})), \quad (\text{П.1.10})$$

где N_I — концентрация ионов, eZ — заряд иона, $\alpha_s = \sqrt{\varepsilon_\infty/\varepsilon_s} \alpha_\infty$ — коэффициент экранирования Дебая для статического электрического поля.

Вероятность упругого рассеяния электронов на деформационном потенциале АК фононов в СР, в приближении фононного спектра объемного материала КЯ, с учетом (П.1.1)–(П.1.5) равна

$$w_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} = \frac{2\pi k_0 T D_c^2}{\hbar c_L V} \sum_n S^2(q_{nz}) \delta(\varepsilon(\mathbf{k}') - \varepsilon(\mathbf{k})), \quad (\text{П.1.11})$$

где $c_L = c_{11} + \frac{2}{3}(c_{12} + 2c_{44} - c_{11})$ — среднее значение модуля упругости продольных акустических колебаний, D_c — константа деформационного потенциала края зоны проводимости. Формула получена с учетом интегрирования по волновому вектору фононов.

Приложение II

В тексте приложения используются те же обозначения, что и в основном тексте статьи:

$$\tau_0^{-1}(\varepsilon) = G_0^+(\varepsilon) + G_0^-(\varepsilon), \quad (\text{П.1.1})$$

$$G_0^+(\varepsilon) = C \left[N_\omega + \frac{1}{2} \mp \frac{1}{2} \pm f_0(\varepsilon \pm \hbar\omega) \right] S_0^\pm(\varepsilon),$$

$$S_0^\pm(\varepsilon) = \int_0^\infty U^2(x) \varphi_0(a_\pm, b_\pm, x) dx, \quad (\text{П.1.2})$$

$$G_i^\pm(\varepsilon) = C \left[N_\omega + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \mp f_0(\varepsilon) \right] \frac{f'_0(\varepsilon \pm \hbar\omega)}{f'_0(\varepsilon)} S_i^\pm(\varepsilon), \quad (\text{П.1.3})$$

$$S_\perp^\pm(\varepsilon) = \int_0^\infty U^2(x) \left[\left(1 \pm \frac{\hbar\omega}{2\varepsilon}\right) \varphi_0(a_\pm, b_\pm, x) - \frac{\varphi(a_\pm, b_\pm, x)}{2\varepsilon} \right] dx, \quad (\text{П.1.4})$$

$$S_\parallel^\pm(\varepsilon) = \int_0^\infty U^2(x) \varphi_0(a_\pm, b_\pm, x) \cos(\eta x) dx, \quad (\text{П.1.5})$$

$$U(x) = \frac{\pi^2 \sin(\beta x/2)}{(\beta x/2) [\pi^2 - (\beta x/2)^2]}, \quad (\text{П.1.6})$$

$$\varphi_0(a, b, x) = \frac{\pi}{\sqrt{AB}} \left[1 - \frac{\gamma^2(A+B)}{2AB} \right],$$

$$\varphi(a, b, x) = \pi \left[1 - \frac{x^2 + 2\gamma^2}{\sqrt{AB}} + \frac{\gamma^2(x^2 + \gamma^2)(A+B)}{2AB\sqrt{AB}} \right], \quad (\text{П.1.7})$$

где

$$A = a^2 + x^2 + \gamma^2, \quad B = b^2 + x^2 + \gamma^2,$$

$$\gamma = \frac{\hbar}{\sqrt{2m^*}} \alpha_\infty, \quad \beta = \frac{\sqrt{2m^*}}{\hbar} a, \quad \eta = \frac{\sqrt{2m^*}}{\hbar} d,$$

$$C = \frac{\sqrt{m^*} e^2 \omega}{2\sqrt{2}\pi^2 \varepsilon_0 \varepsilon^* \hbar},$$

$$b_\pm = \sqrt{\varepsilon} + \sqrt{\varepsilon \pm \hbar\omega}, \quad a_\pm = \sqrt{\varepsilon} - \sqrt{\varepsilon \pm \hbar\omega}.$$

Функции со значком (+) связаны с поглощением фонона и поэтому определены для $\varepsilon \geq 0$, со значком (–) — с испусканием фонона и для $\varepsilon < \hbar\omega$ равны нулю.

Список литературы

- [1] A.A. Dremin, V.B. Timofeev, D. Birkedal, J.M. Hvam. Phys. St. Sol. (a), **164**, 557 (1997).
- [2] T.P. Pearsall, A. DiVergilio, G. Pierre, M. Duncan, P. Hartmut, K. Erich, W. Jager, S. Dirk. Appl. Phys. Lett., **72**, 76 (1998).
- [3] Ю.В. Иванов, М.В. Ведерников, Ю.И. Равич. Письма ЖЭТФ, **69**, 290 (1999).
- [4] А.Я. Шик. ФТП, **8**, 1841 (1974).
- [5] V.F. Levin, K.K. Choi, C.G. Bethea, J. Walker, R.G. Malik. Appl. Phys. Lett., **50**, 1092 (1987); Appl. Phys. Lett., **50**, 1814 (1987).
- [6] I. Dharssi, P.N. Butcher. J. Phys.: Condens. Matter., **2**, 119 (1990).
- [7] G.J. Warren, P.N. Butcher. Semicond. Sci. Technol., **1**, 133 (1986).
- [8] С.И. Борисенко. ФТП, **35**, 313 (2001).

- [9] А.И. Ансельм. *Введение в теорию полупроводников* (М., Наука, 1978).
- [10] А.Я. Шик. *Двумерные электронные системы. Учебное пособие* (СПб., СПбГТУ, 1993) гл. 5, с. 33.
- [11] В.К. Ridley. *J. Phys. C*, **15**, 5899 (1982).
- [12] Landolt-Börnstein. *Numerical Data and Functional Relationships in Science and Technology*, ed. by O. Madelung (Springer Verlag, Berlin, 1987) New Series III, v. 22a.
- [13] С.И. Борисенко, Г.Ф. Караваев. *ФТП*, **32**, 607 (1998).

Редактор Т.А. Полянская

Lowfield mobility calculation of quasi-2D electrons of a superlattice GaAs/Al_{0.36}Ga_{0.64}As at 77 K temperature region

S.I. Borisenko

Siberian Physicotechnical Institute,
634050 Tomsk, Russia

Abstract The calculation of longitudinal and transverse mobility of quasi-2D electrons of a superlattice GaAs/Al_{0.36}Ga_{0.64}As is carried at cryogenic temperatures (liquid nitrogen) and electron concentrations from 10^{12} cm^{-3} to 10^{15} cm^{-3} . The scattering of electrons by polar optical (PO) phonons, acoustic (AC) phonons, and the impurity ions is taken into account. The linearised Boltzmann transport equation, because of an inelastic character of the electron scattering by PO phonons, has been solved by the sweep method. Analytical formulas for low-temperature longitudinal and transverse momentum relaxations by PO phonon scattering are obtained. Applicability of the Boltzmann transport equation to the analysis of longitudinal conductivity in superlattices considered was investigated.