01;07

О реальности сверхсветовой групповой скорости и отрицательного времени задержки волнового пакета в диспергирующей среде

© Н.С. Бухман

Самарская государственная архитектурно-строительная академия,
Самара, Россия

(Поступило в Редакцию 8 мая 2001 г.)

Показано, что в случае сверхсветовой групповой скорости волнового пакета в диспергирующей среде волновой пакет с гладкой (аналитической) огибающей действительно распространяется со сверхсветовой скоростью, а в случае отрицательной групповой скорости максимум сигнала действительно появляется в точке приема раньше, чем в точке передачи. Это обстоятельство не входит в противоречие с фактом предельности скорости света в вакууме для передачи информации (в случае сверхсветовой скорости распространения) или принципом причинности (в случае отрицательного времени задержки). Эффект отрицательного времени задержки в принципе может быть использован для прогнозирования наблюдаемого процесса.

Хорошо известно, что распространение волнового пакета с достаточно плавно изменяющейся огибающей (т.е. с достаточно узким частотным спектром) в среде с временнóй дисперсией происходит с так называемой групповой скоростью, которая в общем случае может быть как меньше скорости света в вакууме, так и больше нее (или даже стать отрицательной) [1,2]. Иногда (см., например, [2]) сверхсветовая или отрицательная групповая скорость сигнала рассматривается как формальный результат. Тем не менее в нелинейно усиливающей среде эффект перемещения максимума волнового пакета со сверхсветовой скростью теоретически и экспериментально исследован в ряде работ [3,4]. При этом сверхсветовая скорость перемещения максимума волнового пакета наблюдалась в нелинейной среде с насыщением усиления как результат преимущественного усиления передней части сигнала по сравнению с его задней частью.

Цель данной работы — подчеркнуть следующее.

а) Аналогичный эффект (перемещение сигнала со скоростью, большей скорости света) возможен для слабых сигналов и возникает в линейном приближении как неизбежное следствие сверхсветовой групповой скорости волны при определенной частоте несущей. Данный эффект не является особенностью именно электромагнитных волн в пространстве, а может возникать при прохождении сигнала любой природы через любой линейный фильтр [5] при достаточно узком спектре сигнала и подходящей частоте его несущей.

б) Эффект возникает как в линейной усиливающей среде (на крыле спектральной линии усиления), так и в линейной поглощающей среде (вблизи центра спектральной линии поглощения).

в) При достаточно сильной дисперсии время задержки сигнала при распространении может стать не только меньше времени распространения света в вакууме от точки передачи до точки приема, но и меньше нуля, что означает прием сигнала раньше его передачи. Отмеченное обстоятельство позволяет сделать вывод о принципиальной возможности "опережающего отражения" в неживой природе.

Для иллюстрации высказанных соображений рассмотрим распространение сигнала $E(z,t)$ с частотой несущей ω_1 и комплексной огибающей [1,2] $A(z,t)$ вдоль оси z. Пусть частота сигнала ω_1 близка к частоте одной из спектральных линий среды ω_0. Предполагая, что сигнал является узкополосным (ширина спектра сигнала мала в сравнении с частотой несущей ω_1), имеем следующие очевидные соотношения:

$$E(z,t) = A(z,t)\exp(-i\omega_1 t) + A^*(z,t)\exp(i\omega_1 t),$$

$$A(z,t) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} A(z,\Delta\Omega)\exp(-i\Delta\Omega t)d\Delta\Omega,$$

$$A(z,\Delta\Omega) = E(z,\omega),\ \ \omega = \omega_1 + \Delta\Omega,\ \ \omega_1 = \omega_0 + \Omega_0. \quad (1)$$

Здесь $E(z,t)$ — высокочастотный сигнал: $A(z,t)$ и $A(z,\Delta\Omega)$ — низкочастотная комплексная огибающая сигнала и ее спектр; ω_0 — центральная частота спектральной линии; Ω_0 — сдвиг частоты несущей сигнала относительно центра спектральной линии. Пусть (для определенности) сигнал распространяется в газе с показателем преломления $m(\omega) = 1 + 2\pi\chi(\omega)$, где $\chi(\omega)$ — комплексная диэлектрическая восприимчивость газа. Тогда для комплексной передаточной функции слоя толщиной z имеем $F(z,\omega) = \exp\left(ikn(\omega)z\right)$, где $k = \omega/c$. Введя коэффициент усиления света по амплитуде в центре спектральной линии $\alpha_0 \equiv 2\pi i k_0\chi(\omega_0)$, $k_0 \equiv \omega_0/c$ и нормированный на единицу в центре спектральной линии ω_0 комплексный форм-фактор линии $g(\Omega) \equiv 2\pi i k\alpha_0^{-1}\chi(\omega_0 + \Omega)$, нетрудно представить передаточную функцию слоя в виде $F(z,\omega) = \exp(ikz)\exp\left(\xi g(\Omega)\right)$, где $\xi \equiv \alpha_0 z$ — оптическая толщина слоя. В случае спектральной линии поглощения коэффициент усиления α_0 отрицателен (как и оптическая толщина слоя ξ).

Пусть комплексная огибающая сигнала в начальной точке $z = 0$ определяется функцией $A^{(0)}(t) \equiv A(0,t)$.

Тогда в сечении z для нее имеем

$$A(z,t)=\int_{-\infty}^{+\infty}A^{(0)}(\Delta\Omega)F(z,\omega)\exp(-i\Delta\Omega t)d\Delta\Omega. \quad (2)$$

Предполагая, что спектр сигнала сосредоточен вблизи частоты несущей ω_1, и ограничиваясь линейными членами разложения выражения под экспонентой в (2) в ряд Тейлора (т. е. первым порядком классической теории дисперсии [1,2]), вместо (2) нетрудно получить

$$A(z,t)=\exp\big(ik_1z+\xi g(\Omega_0)\big)A^{(0)}\big(t-\tau(z)\big), \quad (3)$$

где комплексное время задержки τ определяется соотношениями

$$\tau(z)\equiv\tau_{\text{vac}}+\tau_r+i\tau_i, \qquad \tau_{\text{vac}}\equiv z/c,$$

$$\tau_r\equiv\xi\,\frac{\partial(\operatorname{Im}g(\Omega_0))}{\partial\Omega_0}, \quad \tau_i\equiv-\xi\,\frac{\partial(\operatorname{Re}g(\Omega_0))}{\partial\Omega_0}. \quad (4)$$

От обычно используемого варианта первого порядка теории дисперсии [1,2] полученный результат отличается только учетом мнимой части времени задержки волнового пакета. Отметим, что в данном случае (в отличие от нелинейной ситуации [3,4]) время задержки сигнала не зависит от его длительности, мощности и формы огибающей, зато существенно зависит от сдвига частоты несущей относительно центра спектральной линии.

Далее для определенности ограничимся конкретным случаем гауссова волнового пакета длительностью T $\big(A^{(0)}(t)=\exp(-t^2/T^2)\big)$ и лоренцева профиля спектральной линии [6] с шириной $\Delta\Omega_{1/2}$ и временем когерентности $\tau_l\equiv 2/\Delta\Omega_{1/2}$: $g(\Omega)=(1-i2\Omega/\Delta\Omega_{1/2})^{-1}$. В этом случае вместо (3) имеем для временнóй зависимости интенсивности поля при различных значениях продольной координаты z $I(z,t)\equiv|A(z,t)|^2$ соотношения

$$I(z,t)=I_0(z)I_G(z)\exp\big(-2(t-\Delta t)^2/T^2\big),$$

$$I_0(z)\equiv\exp\big(2\xi/(1+x_0^2)\big),$$

$$I_G(z)\equiv\exp\left[8(\tau_l/T)^2\xi^2x_0^2(1+x_0^2)^{-4}\right],$$

$$\Delta t\equiv z/c+\xi\tau_l(1-x_0^2)(1+x_0^2)^{-2}, \quad x_0\equiv\tau_l\Omega_0, \quad (5)$$

где $I_0(z)$ — обычный фактор экспоненциального возрастания (убывания) интенсивности монохроматической волны с частотой $\omega_1=\omega_0+\Omega_0$ в усиливающей (поглощающей) среде, $I_G(z)$ — дополнительный по отношению к монохроматической волне фактор возрастания интенсивности гауссова пакета, Δt — вещественное время задержки пакета, x_0 — нормированная отстройка несущей пакета от центра линии.

В случае гауссовой формы сигнала мнимая часть времени задержки приводит только к дополнительному (по сравнению с монохроматической волной) росту амплитуды сигнала.

Видно, что в случае $x_0^2>1$ и $\xi>0$ (т. е. на крыльях спектральной линии усиления) или $x_0^2<1$ и $\xi<0$ (т. е. вблизи центра спектральной линии поглощения) волновой пакет распространяется со сверхсветовой скоростью (время задержки $\Delta t<z/c$). Этот результат ни в коей мере не противоречит факту предельности скорости света в вакууме для передачи информации. Действительно, распространение разрывов огибающей сигнала всегда происходит со скоростью света [1], поэтому сверхсветовая скорость перемещения временнóй огибающей сигнала не может быть использована для передачи информации со скоростью, превышающей скорость света (что подробно обсуждено в [3,4]).

Из соотношений (5) видно, что при достаточно большом коэффициенте усиления (или поглощения) среды время задержки сигнала отрицательно ($\Delta t<0$) при любой протяженности трассы z и нарастает (по модулю) с ростом протяженности трассы. Это означает, что в точке приема временнáя зависимость сигнала сдвинута в будущее по сравнению с временнóй зависимостью в точке передачи, причем этот сдвиг в принципе может быть велик по сравнению с характерной длительностью сигнала. Эффект опережающего появления сигнала в точке приема по сравнению с точкой передачи в принципе может быть использован для предсказания будущего. Тем не менее этот результат не противоречит принципу причинности по тем же причинам, по которым сверхсветовая скорость распространения сигнала не противоречит факту предельности скорости света. Опережающее появление сигнала в точке приема следует рассматривать как происходящее естественным путем предсказание временнóй зависимости сигнала в будущем на основе уже имеющейся в точке приема информации о временнóй зависимости сигнала в прошлом.

Для пояснения этого обстоятельства полезно рассмотреть передачу сигнала с обрезанным задним фронтом. В этом случае именно предельный характер скорости света в вакууме для передачи информации должен приводить к эффекту восстановления непереданной задней части сигнала. Действительно, в случае сверхсветовой групповой скорости распространения сигнала информация о его внезапном выключении распространяется медленнее сигнала (со скоростью света), поэтому в точке приема можно принять заднюю часть сигнала, даже если она вовсе не передается в точке передачи (передача неожиданно прекращена).

Для иллюстрации приведенных аналитических результатов на рис. 1 приведены результаты численных расчетов распространения сигнала с длительностью $T=5\tau_l$ и нормированным сдвигом несущей $x_0=2$ при $\xi=0, 10, 20$ (усиливающая среда, крыло линии усиления). По вертикальной оси отложена вещественная амплитуда сигнала $A_n(z,t)\equiv\sqrt{I(z,t)/I_0(z)}$, нормированная на амплитуду плоской волны с той же частотой; по горизонтальной оси — время в сопровождающей системе координат (перемещающейся со скоростью света в вакууме). Расчеты проведены как для необрезанного сигнала (рис. 1, a), так и для сигнала, передача которого внезапно прекращена в момент времени $t=0$ (рис.1 , b).

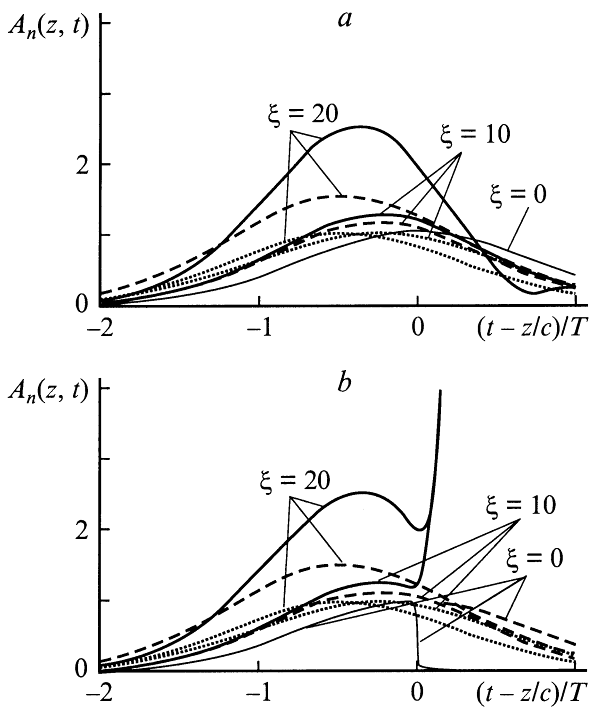

Рис. 1.

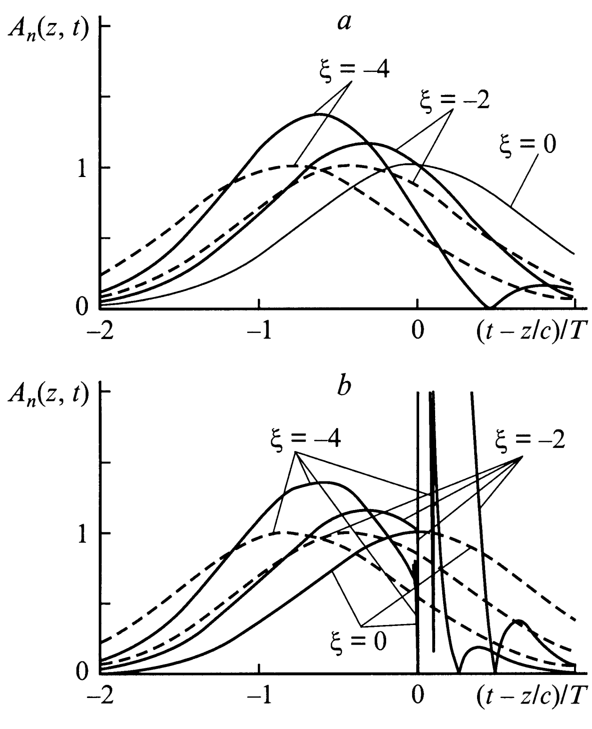

Рис. 2.

Результаты численного счета представлены сплошной кривой, результаты применения формулы (5) — штриховой, а результаты применения формулы (5) без учета фактора $I_G(z)$ — пунктиром.

Результаты аналогичных расчетов для случая поглощающей среды приведены на рис. 2, *a, b*. Расчеты проведены для сигнала с длительностью $T = 5\tau_l$ и нормированным сдвигом несущей $x_0 = 0$ при $\xi = 0, -2, -4$ (поглощающая среда, центр линии поглощения). Нетрудно заметить, что вывод сверхсветовой скорости распространения сигнала подтверждается. Невысокая точность аналитических результатов, полученных в первом порядке классической теории дисперсии, связана с достаточно широким спектром сигнала.

Сопоставив рис. 1 и 2, нетрудно заметить, что часть задней половины сигнала успешно принимается вдали от точки передачи (даже если она вовсе не передается). Прием непереданной части сигнала продолжается до тех пор, пока до точки приема не дойдет (со скоростью света) информация о прекращении передачи сигнала. Затем наблюдается резкий рост амплитуды сигнала, поскольку в результате обрезания его задней части спектр сигнала существенно расширяется (по сравнению с "ожидаемым") и заметная часть спектра сигнала попадает в центр спектральной линии усиления (в случае усиливающей среды) или же, напротив, оказывается за пределами спектральной линии поглощения (в случае поглощающей среды). В любом случае принимаемый сигнал можно рассматривать как "прогноз" передаваемого, сделанный средой на основе предположения об аналитичности его огибающей. Отмеченная особенность принимаемого сигнала позволяет поставить вопрос о принципиальной (при определенных условиях) возможности опережающего получения информации о наблюдаемом процессе.

Автор благодарен А.А. Рухадзе и С.В. Буланову за полезные обсуждения затронутых вопросов.

Список литературы

[1] *Ахиезер А.И., Ахиезер И.А.* Электромагнетизм и электромагнитные волны. М.: Высшая школа, 1985.
[2] *Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П.* Теория волн. М.: Наука, 1979.
[3] *Басов Н.Г., Амбарцумян Р.В.* и др. // ДАН СССР. 1965. Т. 165. № 1. С. 58–60.
[4] *Крюков П.Г., Летохов В.С.* // УФН. 1969. Т. 99. № 2. С. 169–227.
[5] *Васильев Д.В., Витоль М.Р., Горшенков Ю.Н.* и др. Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Радио и связь, 1982.
[6] *Клышко Д.Н.* Физические основы квантовой электроники. М.: Наука, 1986.