

01;07

Формирование солитона из гауссового импульса в оптическом волокне

© И.В. Дзедолик, А.И. Дзедолик

Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского,
95007 Симферополь, Украина
e-mail: dzedolik@crimea.edu

(Поступило в Редакцию 24 сентября 2001 г.)

Рассмотрен режим распространения импульса гауссовой формы с начальной модуляцией частоты в градиентном оптическом волокне. Для такого импульса имеет место компрессия на определенной длине волокна, при этом возможно формирование светлого либо темного вихревого солитона в случае, если на длине максимальной компрессии интенсивность импульса будет точно равна пороговой интенсивности.

Введение

Подавляющее большинство способов передачи информации по оптическому волокну в настоящее время основано на импульсном кодировании. Тенденция к укорочению импульса с целью передачи как можно большего объема информации за секунду, с одной стороны, и необходимость удлинения линий между передающими и принимающими устройствами, с другой стороны, требуют увеличения мощности передаваемого импульса в оптическом волокне. При этом существенную роль при распространении импульса по оптическому волокну играют нелинейные эффекты.

В [1] обоснована, а в [2] экспериментально подтверждена возможность формирования солитона огибающей в оптическом волокне из импульса с ограниченным спектром и пиковой мощностью ~ 1 W. В последующих работах были исследованы условия формирования светлого и темного солитонов [3] в волокне; показано, что в оптическом волокне солитон может сформироваться из устойчивого лазерного импульса [4]. В работе [5] аналитически исследована устойчивость солитонных импульсов в оптическом волокне при возбуждении двух мод с расстройкой групповых скоростей. В работе [6] численно исследована динамика вихревого солитона в поперечном сечении самофокусирующей нелинейной среды при непрерывном режиме излучения лазера.

Известно, что при начальной модуляции частоты импульса с гауссовой огибающей, имеет место его компрессия в волокне [7,8]. При компрессии импульса с начальной интенсивностью, меньшей критической, в результате уменьшения длительности его интенсивность может достичь порогового значения, при которой формируется солитон. В данной работе рассматривается динамика амплитуды и фазы гауссового импульса с начальной модуляцией частоты в оптическом волокне и показано, что при компрессии модулированного импульса из него может сформироваться светлый либо темный вихревой солитон.

Полевые уравнения

Рассмотрим динамику оптического импульса при его распространении в поперечно неоднородной среде с осевой симметрией и материальной дисперсией — оптическом волокне с градиентным профилем показателя преломления. Предположим, что волноводные условия для импульса, профиль электрического поля которого в сечении волокна $z = 0$ задан, выполняются: поперечное распределение поля импульса описывается направляемыми модами, моды излучения высветились, а для несущей гармоники имеют место условия трансляции в волокне. В поперечной плоскости для всех компонент электромагнитного поля (\mathbf{E}, \mathbf{B}) выполняются условия излучения Зоммерфельда $\lim_{r \rightarrow \infty} \{r(k\psi_j + \partial\psi_j/\partial r)\} = 0$.

Время нелинейного отклика для кварцевого стекла, из которого изготавливают оптические волокна, имеет величину $\tau_{NL} \sim 10^{-15}$ s [7]. В общем случае длительность импульса T_0 может быть сравнима со временем нелинейного отклика среды τ_{NL} . Нелинейный отклик волокна, в котором распространяется импульс, обычно мал по сравнению с линейным откликом. В этом случае оптические нелинейности можно аппроксимировать с помощью разложения вектора поляризации в ряд по степеням электрического поля

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_L + \mathbf{P}_{NL}, \quad (1)$$

где $P_{NL} \ll P_L$.

Для кварцевого стекла наибольший вклад в нелинейный отклик дает поляризационный член третьей степени по полю

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = & \int_0^\infty dt_1 \chi_1(\mathbf{r}, t_1) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t - t_1) \\ & + \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty dt_1 dt_2 dt_3 \chi_3(\mathbf{r}, t_1, t_2, t_3) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t - t_1) \\ & \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t - t_1 - t_2) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t - t_1 - t_2 - t_3). \end{aligned} \quad (2)$$

Векторы электромагнитного поля импульса, распространяющегося в оптическом волокне, удовлетворяют макроскопической системе уравнений Максвелла для диэлектрической среды

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{B} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, & \nabla \mathbf{D} &= 0, \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, & \nabla \mathbf{B} &= 0\end{aligned}\quad (3)$$

с материальным уравнением $\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P} \equiv \hat{\varepsilon}\mathbf{E}$.

Из системы уравнений (1)–(3) получаем интегриродифференциальное уравнение для \mathbf{E} в форме

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \nabla(\nabla \mathbf{E}) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2}. \quad (4)$$

Из уравнения $\nabla \mathbf{D} = 0$ получаем $\hat{\varepsilon} \nabla \mathbf{E} + (\nabla \hat{\varepsilon}) \mathbf{E} = 0$. Пренебрегая поляризационными эффектами, полагаем $|\hat{\varepsilon} \nabla \mathbf{E}| \gg |(\nabla \hat{\varepsilon}) \mathbf{E}|$, т.е. $\nabla \mathbf{E} \approx 0$. Тогда из уравнения (4) получаем

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \mathbf{E} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\hat{\chi}_1 + \hat{\chi}_3 |\mathbf{E}|^2) \mathbf{E}, \quad (5)$$

где

$$\hat{\chi}_1 = \int_0^\infty dt_1 \chi_1(\mathbf{r}, t_1), \quad \hat{\chi}_3 = \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty dt_1 dt_2 dt_3 \chi_3(\mathbf{r}, t_1, t_2, t_3)$$

— интегральные операторы.

Выделим в операторе Лапласа вторую производную по продольной координате $\nabla_\perp^2 + \partial^2/\partial z^2$, умножим уравнение (5) на комплексно-сопряженное значение \mathbf{E}^* , а комплексно-сопряженное уравнение (5) — на \mathbf{E} и вычтем эти уравнения одно из другого. Проинтегрируем полученное уравнение по поперечному сечению

$$\iint_S dS \left\{ (\mathbf{E}^* \nabla_\perp^2 \mathbf{E} - \mathbf{E} \nabla_\perp^2 \mathbf{E}^*) + \left[\mathbf{E}^* \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \hat{\varepsilon} \right) \mathbf{E} - \mathbf{E} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \hat{\varepsilon} \right) \mathbf{E}^* \right] \right\} = 0, \quad (6)$$

где $\hat{\varepsilon} = 1 + 4\pi\hat{\chi}_1 + 4\pi\hat{\chi}_3 |\mathbf{E}|^2$.

Учитывая условия излучения Зоммерфельда

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \left[r \left(\frac{\omega}{c} \mathbf{E} + \frac{\partial}{\partial r} \mathbf{E} \right) \right] = 0,$$

получаем, что, согласно второй двумерной формуле Грина,

$$\iint_S dS (\mathbf{E}^* \nabla_\perp^2 \mathbf{E} - \mathbf{E} \nabla_\perp^2 \mathbf{E}^*) = \oint_L dl \left(\mathbf{E}^* \frac{\partial}{\partial r} \mathbf{E} - \frac{\partial}{\partial r} \mathbf{E}^* \right) = 0$$

при $L \rightarrow \infty$. Представим вектор электрического поля в виде

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{e}(\mathbf{r}_\perp) Z(z, t),$$

подставим в уравнение (6) и, учитывая, что $Z^* \neq 0$, получаем уравнение для $Z(z, t)$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) Z = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\hat{\alpha}_1 Z + \hat{\alpha}_3 Z |Z|^2), \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned}\hat{\alpha}_1 &= \left(\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\infty dr r \hat{\chi}_1(\mathbf{r}_\perp) |\mathbf{e}(\mathbf{r}_\perp)|^2 \right) \\ &\quad \times \left(\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\infty dr r |\mathbf{e}(\mathbf{r}_\perp)|^2 \right)^{-1}, \\ \hat{\alpha}_3 &= \left(\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\infty dr r \hat{\chi}_3(\mathbf{r}_\perp) |\mathbf{e}(\mathbf{r}_\perp)|^2 |\mathbf{e}(\mathbf{r}_\perp)|^2 \right) \\ &\quad \times \left(\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\infty dr r |\mathbf{e}(\mathbf{r}_\perp)|^2 \right)^{-1}.\end{aligned}$$

Для анализа динамики импульса в оптическом волокне применим метод медленно меняющихся амплитуд [7,8]. Согласно этому методу, комплексные амплитуды $A(z, t)$ полевых компонент импульса (огибающие) предполагаются медленно меняющимися во времени и по продольной координате в масштабе быстрых осцилляций фазы несущей гармоники

$$Z(z, t) = A(z, t) \exp[i(\omega_0 t - \beta z)]. \quad (8)$$

Разложим медленно меняющуюся амплитуду $A(z, t - t_1)$ по аргументу t_1 (времени релаксации) в ряд Тейлора в окрестности текущего момента времени t

$$A(z, t - t_1) = A(z, t) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-t_1)^m}{m!} \frac{\partial^m A(z, t)}{\partial t^m}. \quad (9)$$

Учитывая (8) и (9), получаем выражение

$$\begin{aligned}\hat{\alpha}_1 Z &= \left[\alpha_1(z, \omega_0) A + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-i)^m}{m!} \frac{\partial^m \alpha_1(z, \omega_0)}{\partial \omega^m} \Big|_{\omega=\omega_0} \frac{\partial^m A}{\partial t^m} \right] \\ &\quad \times \exp[i(\omega_0 t - \beta(\omega_0)z)],\end{aligned}\quad (10)$$

где

$$\alpha_1(z, \omega_0) = \int_0^\infty \alpha_1(z, t_1) \exp(-i\omega_0 t_1) dt_1.$$

Функция $\alpha_1(z, \omega_0)$ не имеет особенностей для действительных частот [9]. Аналогично производим разложение медленно меняющейся амплитуды по аргументам t_1, t_2, t_3

$$\begin{aligned}\hat{\alpha}_3 Z |Z|^2 &= \left[\alpha_3(z, \omega_0) |A|^2 - i \sum_{k=1}^3 \frac{\partial \alpha_3(z, \omega_0)}{\partial \omega_k} \Big|_{\omega_k=\omega_0} \frac{\partial |A|^2}{\partial t} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2!} \sum_{k=1}^3 \sum_{m=1}^3 \frac{\partial^2 \alpha_3(z, \omega_0)}{\partial \omega_k \partial \omega_m} \Big|_{\omega_{k,m}=\omega_0} \frac{\partial^2 |A|^2}{\partial t^2} + \dots \right] \\ &\quad \times \exp[i(\omega_0 t - \beta(\omega_0)z)].\end{aligned}\quad (11)$$

Рассмотрим импульс с длительностью много большей, чем нелинейный отклик кварцевого стекла $T_0 \gg \tau_{NL}$. Тогда нелинейный отклик среды можно считать безынерционным, а функцию отклика представить в виде произведения дельта-функций

$$\chi_3(t_1, t_2, t_3) = \chi_3(\omega_0)\delta(t_1)\delta(t_2)\delta(t_3),$$

т.е. учитывать только первый член разложения (11). Зависимостью диэлектрической проницаемости волокна от продольной координаты пренебрежем. Уравнение для амплитуды электрического поля в кварцевом волокне в этом приближении принимает вид

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - i2\beta_0 \frac{\partial}{\partial z} - i2\omega_0 \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} + \left(\frac{\omega_0^2}{c^2} - \beta_0^2 \right) \right] A \\ &= \frac{4\pi}{c^2} \left[\alpha_1 \frac{\partial^2}{\partial t^2} + i2\alpha_1\omega_0 \frac{\partial}{\partial t} - \alpha_1\omega_0^2 + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-i)^m}{m!} \frac{\partial^m \alpha_1}{\partial \omega^m} \right. \\ & \times \left. \left(\frac{\partial^{m+2}}{\partial t^{m+2}} + i2\omega_0 \frac{\partial^{m+1}}{\partial t^{m+1}} - \omega_0^2 \frac{\partial^m}{\partial t^m} \right) \right]_{\omega_0} A + \alpha_3 \frac{4\pi}{c^2} \\ & \times \left(|A|^2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + A \frac{\partial^2 |A|^2}{\partial t^2} + 2 \frac{\partial A}{\partial t} \frac{\partial |A|^2}{\partial t} \right. \\ & \left. + i2\omega_0 |A|^2 \frac{\partial A}{\partial t} + i2\omega_0 A \frac{\partial |A|^2}{\partial t} - \omega_0^2 A |A|^2 \right). \end{aligned} \quad (12)$$

Уравнение (12) описывает линейные процессы дисперсии (члены $\sim \partial^m \alpha_1 \partial^m A / \partial \omega^m \partial t^m$) в волокне, а также нелинейные процессы — опрокидывания амплитуды (член $\sim A|A|^2$) и возмущений (нелинейные члены с производными по времени от амплитуды).

Динамика огибающей импульса

Найдем решения уравнения (12) для огибающей импульса, заданного в сечении волокна $z = 0$ в линейном режиме, полагая $\chi_3 \rightarrow 0$. Найдем частотный спектр импульса $A_0(t)$ при $z = 0$.

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} A_0(t') \exp(-i\omega t') dt'. \quad (13)$$

Учитывая, что каждая гармоническая волна распространяется в линейной среде независимо друг от друга, решение уравнения для продольного фактора $Z(z, t)$ (13) ищем как суперпозицию гармоник $F(\omega) \exp\{i[\omega t - \beta(\omega)z]\}$ [7,8]

$$Z(z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \exp\{i[\omega t - \beta(\omega)z]\} d\omega. \quad (14)$$

Подставляя выражение для спектра (13) в (14), получаем выражение для $Z(z, t)$ с учетом граничных условий

$$\begin{aligned} Z(z, t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_0(t') \\ & \times \exp\{i[\omega(t - t') - \beta(\omega)z]\} dt' d\omega. \end{aligned} \quad (15)$$

Решение (15) возможно получить в замкнутой форме, если вычислить двойной интеграл с учетом точного закона дисперсии $\beta = \beta(\omega)$.

Рассмотрим динамику импульса с пологим фронтом и относительно большой длительностью волнового пакета. Предположим, что частотный спектр $\Delta\omega$ импульса достаточно узкий. Тогда приближенные решения для $Z(z, t)$ можно найти, разлагая постоянную распространения в ряд Тейлора в окрестности несущей частоты ω_0

$$\begin{aligned} \beta(\omega) &= \beta(\omega_0) + \left. \frac{\partial \beta}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_0} (\omega - \omega_0) \\ & + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 \beta}{\partial \omega^2} \right|_{\omega=\omega_0} (\omega - \omega_0)^2 + \dots \end{aligned} \quad (16)$$

Подставляя ряд (16) в (15), получаем выражения для Z в первом, втором и т.д. приближениях теории дисперсии, соответствующие удерживаемым членам. Тогда, взяв внутренний интеграл по ω , а затем интеграл по t' , получаем решения в замкнутой форме в соответствующих приближениях теории дисперсии. Во втором приближении теории дисперсии получаем выражение для Z в виде

$$\begin{aligned} Z(z, t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_0(t') \exp(-i\omega t) dt' \\ & \times \exp\left\{ i \left[\left(t - \frac{\partial \beta}{\partial \omega} z \right) (\omega - \omega_0) \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \beta}{\partial \omega^2} z (\omega - \omega_0)^2 \right] \right\} d(\omega - \omega_0) \exp[i(\omega_0 t - \beta(\omega_0)z)] \\ & \equiv A(z, t) \exp[i(\omega_0 t - \beta_0 z)]. \end{aligned} \quad (17)$$

Если гауссов импульс имеет начальную частотную модуляцию, его огибающая при $z = 0$ может быть представлена в форме [7,8]

$$A_0(t) = \exp(-t^2/T_0^2 - i\omega_0 \nu t^2). \quad (18)$$

Когда знак частотного параметра $\nu > 0$ больше нуля, частота уменьшается к спаду импульса (рис. 1) и наоборот при $\nu < 0$.

Подставляя $A_0(t)$ (18) в выражение (17), получаем огибающую импульса с начальной частотной модуляци-

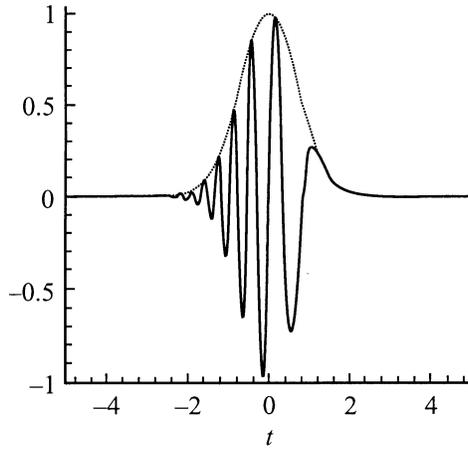


Рис. 1. Импульс с начальной модуляцией частоты ($\nu > 0$) при $z = 0$.

ей в сердцевине волокна в сечении z

$$A(z, t) = \frac{1}{[(1 - \gamma\bar{z})^2 + \bar{z}^2]^{1/4}} \times \exp\left\{-\frac{(t - \bar{z}L_D/v_g)^2}{T_0^2[(1 - \gamma\bar{z})^2 + \bar{z}^2]}\right\} \exp\{i\vartheta\}, \quad (19)$$

где

$$\vartheta = \frac{(t - \bar{z}L_D/v_g)^2[\bar{z}(1 + \gamma^2) - \gamma]}{T_0^2[(1 - \gamma\bar{z})^2 + \bar{z}^2]} - \frac{1}{2} \arctg\left(\frac{\bar{z}}{1 - \gamma\bar{z}}\right)$$

— добавка к фазе импульса; $\gamma = \nu\omega_0 T_0^2$ — коэффициент начальной модуляции импульса; $\bar{z} = z/L_D$ — нормированная длина волокна; $L_D = T_0^2/4D$ — дисперсионная длина для импульса, на которой его длительность увеличивается в $\sqrt{2}$ раз;

$$D = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \beta}{\partial \omega^2}$$

— дисперсионный фактор; $v_g = (\partial\beta/\partial\omega)^{-1}$.

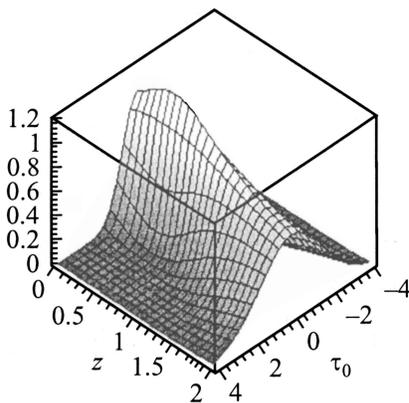


Рис. 2. Огибающая импульса при $\gamma = 1$.

На рис. 2 представлена динамика амплитуды импульса с начальной частотной модуляцией $|A|$ (19) при распространении импульса в сердцевине волокна в случае $\gamma = 1$: амплитуда импульса нарастает на нормированной длине $\bar{z} = 0.5$. При этом импульс сжимается по нормированному времени $\tau_0 = (t - \bar{z}L_D/v_g)/T_0$. После прохождения точки максимальной компрессии импульс расплывается. При увеличении коэффициента $\gamma > 1$ скорость деформации огибающей импульса при его распространении увеличивается. Например, при $\gamma = 10$ компрессия импульса с начальной модуляцией частоты отсутствует.

Длительность импульса с начальной частотной модуляцией $2T = 2T_0[(1 - \gamma\bar{z}/L_D)^2 + (\bar{z}/L_D)^2]^{1/2}$ при его распространении в сердцевине волокна в случае $\gamma = 1$, когда $D > 0$ (нормальная дисперсия), имеет минимум на длине $z_{\min} = \gamma T_0^2/4D(1 + \gamma^2)$. Таким образом, импульс с начальной частотной модуляцией „фокусируется во времени“ в линейной среде. Плотность энергии импульса в результате компрессии нарастает и возможно возникновение нелинейных эффектов, если его плотность энергии достигает значения, при котором показатель преломления волокна начнет зависеть от напряженности поля.

Светлый и темный солитоны

Рассмотрим подробнее процессы линейной дисперсии и нелинейного опрокидывания амплитуды, пренебрегая остальными процессами. Перейдем в систему координат, связанную с импульсом $\xi = z, \tau = t - z/v$, где $v = \text{const}$, заменяя переменные в уравнении (12). Определим скорость подвижной системы координат, приравнявая нулю коэффициент при первой производной по τ в полученном уравнении,

$$v = \frac{\beta_0}{\omega_0(1 + 4\pi\alpha_1)/c^2 + 2\pi(\omega_0^2/c^2)\partial\alpha_1/\partial\omega}. \quad (20)$$

Из (20) следует, что скорость системы отсчета определяется частотой несущей гармоники ω_0 и дисперсией диэлектрической восприимчивости сердцевины волокна $\partial\alpha_1/\partial\omega$. Запишем уравнение для амплитуды импульса в виде

$$b_1 \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} + b_2 \frac{\partial^2 A}{\partial \tau^2} - i \frac{\partial A}{\partial z} + b_3 A + b_4 A|A|^2 = 0, \quad (21)$$

где

$$b_1 = \frac{1}{2\beta_0},$$

$$b_2 = \frac{1}{2\beta_0 c^2} \left[\frac{c^2}{v^2} - 1 - 4\pi\alpha_1 + 8\pi\omega_0 \frac{\partial\alpha_1}{\partial\omega} + 2\pi\omega_0^2 \frac{\partial^2\alpha_1}{\partial\omega^2} \right],$$

$$b_3 = \frac{\omega_0^2(1 + 4\pi\alpha_1)/c^2 - \beta_0^2}{2\beta_0}, \quad b_4 = \frac{2\pi\alpha_3\omega_0^2}{\beta_0 c^2}.$$

В случае, когда скорость дисперсионного расплывания импульса точно равна скорости нелинейного опрокидывания его амплитуды, находим стационарную форму импульса [7], полагая

$$A(z, \tau) = \tilde{A}(\tau) \exp(-i\Gamma z). \quad (22)$$

Подставляя выражение (22) в уравнение (21), получаем уравнение

$$g \frac{d^2 \tilde{A}}{d\tau^2} = h\tilde{A} - \tilde{A}^3, \quad (23)$$

где $g = b_2/b_4$, $h = (\Gamma^2 b_1 + \Gamma - b_3)/b_4$.

В рассматриваемом приближении при $(d\tilde{A}/d\tau)_0 = 0$, $g > 0$, $h > 0$ находим решение уравнения (23) в форме светлого солитона

$$\tilde{A}(\tau) = \frac{\sqrt{2}\sqrt{h}}{\text{ch}\left(\sqrt{\frac{h}{g}}\tau\right)}. \quad (24)$$

Интенсивность импульса ($I \sim v\tilde{A}^2$) пропорциональна

$$I \sim \frac{2vh}{[(1 - \gamma\bar{z}_s)^2 + \bar{z}_s^2]^{1/2}} \times \exp\left\{-\frac{2(t - \bar{z}_s L_D/v_g)^2}{T_0^2[(1 - \gamma\bar{z}_s)^2 + \bar{z}_s^2]}\right\} \frac{1}{\text{ch}^2(\sqrt{h/g}\tau)},$$

где \bar{z}_s — сечение волокна, в котором образуется солитон.

В частном случае, если параметр $g < 0$, а $(d\tilde{A}/d\tau)_0 = h/\sqrt{2|g|}$, решение уравнения (23) имеет форму кинка

$$\tilde{A}(\tau) = \sqrt{h} \text{th}\left(\sqrt{\frac{h}{2|g|}}\tau\right) \quad (25)$$

при $\tilde{A}^2 < h$ (либо антикинка при $\tilde{A}^2 > h$). В этом случае интенсивность импульса пропорциональна

$$I \sim \frac{vh}{[(1 - \gamma\bar{z}_s)^2 + \bar{z}_s^2]^{1/2}} \times \exp\left\{-\frac{2(t - \bar{z}_s L_D/v_g)^2}{T_0^2[(1 - \gamma\bar{z}_s)^2 + \bar{z}_s^2]}\right\} \left[1 - \frac{1}{\text{ch}^2(\sqrt{h/2|g|}\tau)}\right],$$

а амплитуда в его центре при $\tau = 0$ равна нулю — из импульса формируется темный солитон [1,3,7–9]. Величина параметра g зависит и от первой производной и от второй производной диэлектрической восприимчивости по частоте, т.е. от знака дисперсии, а также от нелинейных свойств волокна (χ_3).

Стационарный солитонный импульс в волокне будет иметь вид

$$A(z, t) = \tilde{A}(t - z/v) \exp\{i[\omega_0 t - (\beta_0 + \Gamma)z]\}, \quad (26)$$

где $\tilde{A}(t - z/v)$ описывается выражениями (24) либо (25).

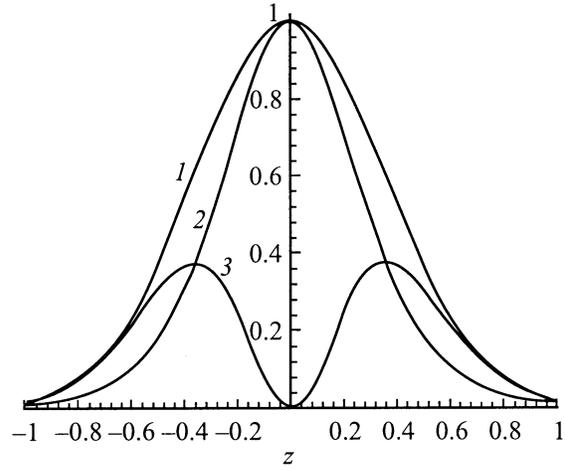


Рис. 3. Распределение плотности энергии импульсов вдоль оси волокна: 1 — гауссов импульс, 2 — светлый солитон, 3 — темный солитон.

Обозначим длительность импульса $\tau_s = \sqrt{|g|/h}$, тогда можем выразить амплитуду A_0 и постоянную распространения Γ солитона через его длительность. Решая уравнение для Γ

$$b_1\Gamma^2 + \Gamma - b_3 - b_2/\tau_s^2 = 0,$$

получаем

$$\Gamma_{\pm} = -\beta_0 \pm \left[\frac{\omega_0^2}{c^2} (1 + 4\pi\alpha_1) + \frac{2\beta_0 b_2}{\tau_s^2} \right]^{1/2} \equiv -\beta_0 \pm \tilde{\Gamma},$$

а амплитуда равна $A_0 = \sqrt{h} = \sqrt{b_2/b_4\tau_s^2}$. В этом случае солитонный импульс, распространяющийся вдоль волокна, будем описывать выражением

$$A(z, t) = \tilde{A}(t - z/v) \exp[i(\omega_0 t - \tilde{\Gamma}z)]. \quad (27)$$

Амплитуда, скорость и фаза солитона зависят от типа материальной дисперсии в волокне

$$\left(\sim \frac{\partial \alpha_1}{\partial \omega}, \quad \frac{\partial^2 \alpha_1}{\partial \omega^2} \right),$$

амплитуда и фаза солитона зависят также от его длительности (τ_s).

Распределение плотности энергии гауссова импульса $W \sim \exp(-2\tau^2/T_0^2)$, светлого солитона $W \sim \text{ch}^{-2}(-\tau/\tau_s)$ и темного солитона $W \sim \exp(-2\tau^2/T_0^2) \times [1 - \text{ch}^{-2}(-\tau/\tau_s)]$ вдоль оси волокна представлены на рис. 3, а волновые поверхности импульсов — на рис. 4, 5.

Предположим, что солитон формируется из импульса, возбужденного на одной из мод оптического волокна с градиентным профилем показателя преломления — параболического волокна $n = \sqrt{\varepsilon_1(1 - 2\Delta R^2)}$ [10]

$$\psi = w^{1/2} \exp(-w/2) L_N^l(w) A(z, t) \times \exp[i(\omega_0 t - \beta_0 z + \vartheta(z, t) + \kappa l \varphi)], \quad (28)$$

где $w = VR^2$, $R = r/\rho$, $V^2 = 2\rho^2(\omega_0/c)^2 \varepsilon_1 \Delta$, ρ — радиус сердцевины, $L_N^l(w)$, $N = 0, 1, 2, \dots$ — обобщенный полином Лагерра.

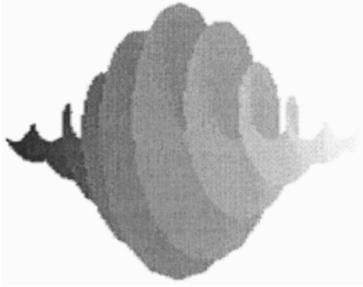


Рис. 4. Волновая поверхность светлого солитона.

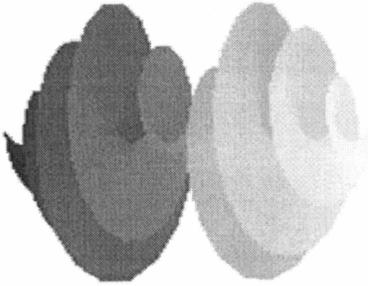


Рис. 5. Волновая поверхность темного солитона.

В случае, когда азимутальный индекс моды $l \neq 0$ не равен нулю, на оси волокна при $r = 0$ и действительная и мнимая части поля импульса одновременно равны нулю, а фаза не определена на длине импульса $\sim \tau_S$, формируется нестационарный оптический вихрь. Узловая линия, образованная точками сингулярности поля, движется вдоль оси волокна. Таким образом, и светлый и темный солитоны, сформированные из сингулярного импульса, представляют собой нестационарный оптический вихрь, осью которого является узловая линия. Ось вихря можно интерпретировать как струну (см., например, обзор [11]). Помимо этого, темный солитон имеет еще одну точку сингулярности, совпадающую с его центром, т.е. для темного солитона имеет место двукратное вырождение сингулярности поля на оси.

Дискуссия

Оценим значение длины оптического волокна, на которой возможно формирование солитона из гауссового импульса с начальной модуляцией частоты ($\gamma = 1$) и допороговой интенсивностью $I_G \sim v_g A_0^2 < v \tilde{A}^2$. При компрессии модулированного гауссового импульса в линейном режиме формируется светлый солитон в случае $v_g = v$, $g > 0$, $h = 1/2$ на длине волокна, которую можно определить из соотношения $z = L_D/2$. Для импульса с $T_0 = 10^{-12}$ с при $\gamma = 1$, $\partial^2 \beta / \partial \omega^2 = 10^{-26}$ с²/м длина волокна, на которой формируется светлый солитон, составляет $z = 25$ м. Если интенсивность сжатого импульса превосходит пороговую для образования солитона, то гауссов импульс после точки максимальной

компрессии расплывается [7]. Темный солитон может образоваться при условии $g < 0$, $(dA/d\tau)_0 = h/\sqrt{2|g|}$ и тех же параметрах на длине волокна $z = 25$ м, если имеет место соотношение $h = 1$.

Список литературы

- [1] Hasegawa A., Tappert F. // Appl. Phys. Lett. 1973. Vol. 23. P. 142–171.
- [2] Mollenauer L.F., Stolen R.H., Gordon J.P. // Phys. Rev. Lett. 1980. Vol. 45. P. 1045.
- [3] Jain M., Tzoar N. // Opt. Lett. 1978. Vol. 3. N 5. P. 202–204.
- [4] Blow K.J., Wood D. // Opt. Comm. 1986. Vol. 58. N 5. P. 349–354.
- [5] Кившарь Ю.С. // Квантовая электрон. 1990. Т. 17. № 12. С. 1603–1606.
- [6] Law C.T., Zhang X., Swartzlander G.A. // Opt. Lett. 2000. Vol. 25. N 11. P. 55–57.
- [7] Ахманов С.А., Вислоух В.А., Чиркин А.С. Оптика фемто-секундных лазерных импульсов. М.: Наука, 1988. 312 с.
- [8] Виноградова М.Б., Руденко О.И., Сухоруков А.П. Теория волн. М.: Наука, 1990. 432 с.
- [9] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: Электродинамика сплошных сред. Т. VIII. М.: Наука, 1982. 620 с.
- [10] Снайдер А.В., Лав Д.В. Теория оптических волноводов. М.: Радио и связь, 1987. 656 с.
- [11] Морозов А.Ю. // УФН. 1992. Т. 162. № 8. С. 83–176.