

05:09

## Трансформация поверхностных магнитостатических волн, канализируемых ступенчатым полем подмагничивания

© А.Ю. Анненков, С.В. Герус, С.И. Ковалев

Институт радиотехники и электроники РАН,  
141190 Фрязино, Московская область, Россия  
e-mail: svg318@ms.ire.rssi.ru

(Поступило в Редакцию 8 ноября 2001 г.)

Проводится численное моделирование волноводного распространения магнитостатических волн в ферромагнитном канале, образованном при помещении ферромагнитной пленки в поле подмагничивания ступенчатой конфигурации. Исследованы случаи слабой и сильной связи между сформированными каналами. Рассчитаны дисперсионные характеристики и распределения волновых функций. Показано, что с ростом частоты амплитуды размещенных по ширине канала „полуволн“ в соседних каналах попеременно возрастают и убывают. При этом „полуволны“ перетекают в канал с максимальным значением поля подмагничивания.

### Введение

Ранее проводилось моделирование магнитостатических волн (МСВ) в магнитных волноводах как одиночной прямоугольной [1], так и более сложной конфигурации, состоящей из двух каналов [2]. Были обнаружены существенные эволюции волновых функций, происходящие при изменении частоты МСВ. Однако вид дисперсионных кривых для исследуемых конфигураций поля подмагничивания оставался практически таким же, как и в случае ПМСВ (поверхностных магнитостатических волн) Дэймона–Эшбаха [3]. В настоящей работе рассматривается такое распределение подмагничивающего поля, которое приводит к заметному изменению формы дисперсионных кривых МСВ.

### Математическая модель

Ферромагнитная пленка помещена в касательное магнитное поле, конфигурация которого представлена на рис. 1. Плоскость пленки совпадает с координатной плоскостью ( $x, y$ ). Вектор поля подмагничивания направлен по оси  $x$  и имеет ступенчатую неоднородность вдоль этой оси. По остальным осям распределение постоянно магнитного поля считается однородным, что является некоторым приближением. Однако для ферромагнитной пленки, толщина  $d$  которой много меньше характерных размеров  $h_A$  и  $h_B$  неоднородности поля по ширине волновода (ось  $x$ ), неоднородностью по толщине (ось  $z$ ) можно пренебречь. МСВ распространяется в направлении оси  $y$ , вдоль которой поле подмагничивания, считается однородным.

Подход к численному решению задачи основывается на магнитостатическом приближении системы уравнений Максвелла, которое с учетом уравнения движения магнитного момента приводит к соотношению для магнитного потенциала  $\Psi$ , определяющего распределение в

пространстве переменного магнитного поля МСВ,

$$\operatorname{div} [\mu(x, z) \operatorname{grad} \Psi] = 0. \quad (1)$$

Здесь  $\mu(x, z)$  — тензор динамической магнитной проницаемости, в котором учитываются как скачки магнитных параметров ферромагнетика на границе ферромагнитной пленки, так и неоднородности, создаваемые статическим магнитным полем, представленным на рис. 1. Анизотропные свойства ферромагнитной среды и обменное взаимодействие не учитываются. Решение уравнения (1) ищется численно, методом конечных разностей. Выбирается достаточно удаленный от волнового канала прямоугольный контур, на котором потенциал  $\Psi$  практически равен нулю. Для этого контура записываются условия типа „магнитной“ или „электрической“ стенки. Исследуемая область покрывается прямоугольной сеткой. Затем представленное на данной сетке в интегральном виде уравнение (1) сводится к задаче квадратичного матричного оператора, решение которой проводится на ЭВМ. Более подробно этот метод описан в работах [4,5]. Результатом расчетов являются волновые числа и распределения скалярного потенциала  $\Psi$  мод МСВ.

Несмотря на то что распределение волны рассчитывается непосредственно для всего сложного канала  $C$

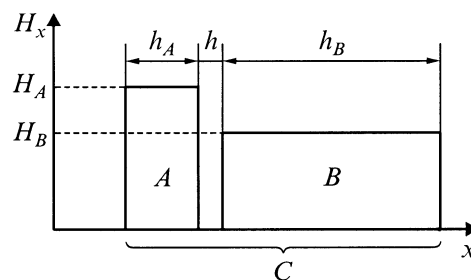
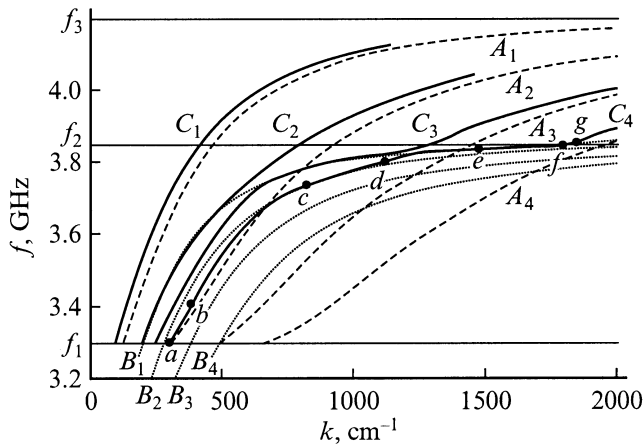


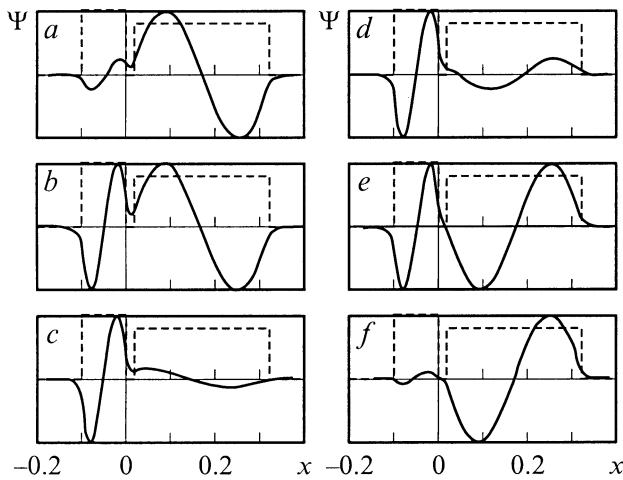
Рис. 1. Распределение поля подмагничивания по ширине канала. Канал  $C$  образуется совокупностью полей каналов  $A$  и  $B$ .

(рис 1), ее поведение можно описать через взаимодействие волн двух прямоугольных каналов  $A$  и  $B$  с параметрами  $h_A, H_A$  и  $h_B, H_B$ . Моды полного волновода при этом можно рассматривать как результат гибридизации мод отдельных прямоугольных каналов, в которых распространение ПМСВ вследствие ограничения апертуры приобретает многомодовый характер. Как будет показано, соответствующим выбором параметров неоднородности магнитного поля можно воздействовать на форму дисперсионных кривых сложного волновода.

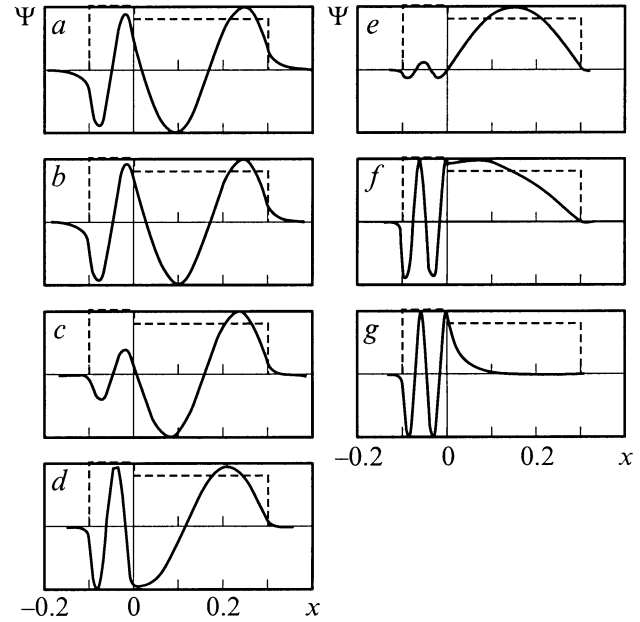
На рис. 2 штриховыми кривыми (канал  $A$ ) и пунктиром (канал  $B$ ) показаны два семейства дисперсионных кривых ПМСВ, рассчитанных для первых четырех мод каждого прямоугольного канала. Нумерация мод совпадает с числом „полуволн“, занимающих ширину канала. Два указанных семейства смещены относительно друг друга как по вертикальной оси благодаря разным



**Рис. 2.** Дисперсионные кривые первых четырех мод каналов  $A, B$  и  $C$ .  $d = 18 \mu\text{m}$ ,  $4\pi M = 1850 \text{Gs}$ ,  $h_A = 0.1 \text{mm}$ ,  $h_B = 0.3 \text{mm}$ ,  $H_A = 570 \text{Oe}$ ,  $H_B = 445 \text{Oe}$ .



**Рис. 3.** Распределение потенциала третьей ( $a, b, c$ ) и четвертой ( $d, e, f$ ) мод канала  $C$  при  $kh \gg 1$  в области точки кроссовера  $f = 3686 \text{MHz}$ ,  $k = 690 \text{cm}^{-1}$ .  $f, \text{GHz}$ :  $a, d$  — 3640;  $b$  — 3687;  $e$  — 3685;  $c, f$  — 3730.



**Рис. 4.** Распределение потенциала четвертой моды канала  $C$  в характерных точках ( $a-g$ ), отмеченных на рис. 2.

подмагничивающим полям, так и по горизонтальной оси за счет разной ширины каналов. Значения параметров  $h_A, H_A, h_B, H_B$  выбираются таким образом, чтобы обеспечить пересечение кривых из разных семейств. Моды составного канала  $C$  получаются в результате взаимодействия и гибридизации исходных мод каналов  $A$  и  $B$ . Образуются волны со сложным распределением волновых функций по ширине общего канала (рис. 3 и 4). Причем число „полуволн“, укладываемых по всей ширине канала  $C$ , в отличие от канала простой прямоугольной формы не является параметром, в соответствии с которым нумеруются его моды.

Используемая математическая модель позволяет рассчитать случаи как слабого, так и сильного взаимодействия.

## Обсуждение результатов

МСВ занимают область частот от  $\gamma H_B$  до  $f_3 = \gamma(H_A + 2\pi M)$ , где  $M$  — намагненность насыщения,  $\gamma$  — гиромагнитная постоянная. Поверхностные волны, то есть волны, которые не имеют осцилляций по толщине пленки, занимают частотный интервал от  $f_1 = \gamma\sqrt{H_A(H_A + 4\pi M)}$  до  $f_3$ . В настоящей работе рассмотрен именно этот тип МСВ.

Отметим также, что в интервале  $\gamma\sqrt{H_B(H_B + 4\pi M)} < f < f_1$  существуют объемно-поверхностные МСВ со сложным распределением волновой функции как по ширине, так и по толщине волновода. В канале  $B$  они являются поверхностными, а в канале  $A$  — объемными. В области частот  $\gamma H_B < f < \gamma\sqrt{H_B(H_B + 4\pi M)}$  существуют объемные

моды, локализованные либо по всей ширине канала  $C$ , либо только в его части  $B$ .

Проанализируем дисперсионные кривые и распределение магнитостатического потенциала поверхностных волн в исследуемом волноводе.

а) Случай слабой связи. Для начала рассмотрим ситуацию, когда взаимодействие между каналами  $A$  и  $B$  мало. Ее можно осуществить, разведя каналы достаточно далеко один от другого [2], обеспечив тем самым выполнение соотношения  $kh \gg 1$ . В этом случае дисперсионные кривые волновода  $C$  последовательно проходят отрезки кривых, принадлежащих то каналу  $A$ , то каналу  $B$  в соответствии с тем, как они пересекаются на рис. 2 (пересечение пунктирных и штриховых линий).

Так, кривая первой моды  $C_1$  при  $kh \gg 1$  совпадает с графиком  $A_1$ . Волновая функция представляет собой „полуволну“, занимающую ниже частоты  $f_2 = \gamma(H_B + 2\pi M)$  всю ширину волновода  $C$ . Выше указанной частоты волна распространяется практически только в канале  $A$ , а в канале  $B$  волновая функция спадает, как в вакууме, только с меньшим декрементом.

Дисперсионная кривая второй моды  $C_2$  в области малых волновых чисел совпадает с линией  $B_1$ . При этом потенциал волны представляет собой две „полуволны“, находящиеся в противофазе друг к другу и занимающие области  $A$  и  $B$ . Причем амплитуда  $\Psi_B$  „полуволны“ в канале  $B$  много больше амплитуды  $\Psi_A$  в канале  $A$ . Их отношение определяется параметром связи между каналами, пропорциональным  $\exp(-kh)$ . В точке кроссовера амплитуды „полуволны“ равны. Выше точки пересечения кривых  $B_1$  и  $A_2$  график  $C_2$  совпадает с кривой  $A_2$  (рис. 2). Обе „полуволны“ постепенно оказываются в канале  $A$ , а в канале  $B$  остается только спадающая к нулю функция, так как выше кривой  $B_1$  волновое решение для канала  $B$  отсутствует. Об особенности распределения волновой функции в области кроссовера будет рассказано ниже.

Начало дисперсионной кривой третьей моды  $C_3$  совпадает с линией  $B_2$ , затем она проходит по отрезкам линий  $A_2$ ,  $B_1$  и заканчивается на кривой  $A_3$ . Потенциал  $\Psi$  при движении по дисперсионной кривой снизу вверх претерпевает следующие изменения. Максимальной оказывается амплитуда в том канале, с участком дисперсионной кривой которого на данной частоте совпадает дисперсионная кривая канала  $C$ . Так, на низких частотах две „полуволны“ с большой амплитудой располагаются в канале  $B$  и одна с малой — в канале  $A$  (рис. 3,  $a$ ). После первой точки кроссовера в канал  $A$  переходит одна „полуволна“ и амплитуда  $\Psi_A$  образовавшейся второй моды в этом канале возрастает до максимума, а амплитуда  $\Psi_B$  оставшейся в канале  $B$  „полуволны“ падает до минимума, определяемого параметром связи между каналами. После прохождения второй точки кроссовера число „полуволн“ в каналах не меняется, но их амплитуды опять меняются местами. После третьего кроссовера все три „полуволны“ собираются в канале  $A$ , а в канале  $B$  волновое решение исчезает.

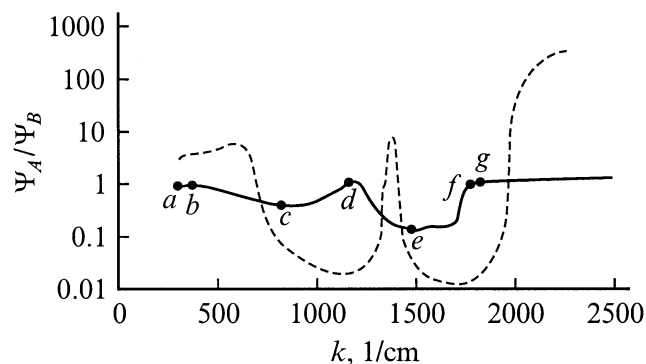


Рис. 5. Зависимость отношения амплитуд потенциалов в каналах  $A$  и  $B$  от волнового числа.

Четвертая мода  $C_4$  ведет себя похожим образом с тем лишь отличием, что она начинается с моды  $A_2$  канала  $A$  и далее проходит по кривым  $B_2$ ,  $A_3$ ,  $B_1$  и  $A_4$ . При этом в области малых волновых чисел „полуволны“ размещены по две в каждом канале (рис. 3,  $d, c$  и  $f$ ), а затем все собираются в канале  $A$ . Амплитуды „полуволн“ в каждом канале по очереди возрастают и уменьшаются в зависимости от того, к какой из кривых на данной частоте примыкает график дисперсии четвертой моды. Это проиллюстрировано на рис. 5, где штриховыми кривыми представлено отношение  $\Psi_A/\Psi_B$  для случая слабой связи. Фактически эта кривая характеризует параметр связи между каналами. Наибольшая связь существует в области частот, где  $\Psi_A/\Psi_B \approx 1$ , что соответствует областям кроссовера на рис. 2.

Моды с последующими номерами ведут себя аналогичным образом. На дисперсионной кривой сложного волновода  $C$  имеются точки перегиба, выпуклые и вогнутые участки, которые расположены в областях пересечения дисперсионных кривых МСВ каналов  $A$  и  $B$ . Дисперсионные кривые каналов с прямоугольной конфигурацией поля таких особенностей не имеют. Рассмотрим, что происходит в областях кроссовера, где гибридизация мод каналов  $A$  и  $B$  наиболее заметна. В точках пересечения дисперсионные кривые расталкиваются на величину, пропорциональную параметру взаимодействия [6]. Образующая при этом дисперсионная кривая общего волновода  $C$  вогнута, если она находится выше и левее точки кроссовера. В обратном случае она выпукла. Амплитуды „полуволн“ в каналах  $A$  и  $B$  одинаковы (рис. 3,  $b$  и  $e$ ). Однако более высокочастотной, вогнутой кривой соответствует такое распределение функции  $\Psi$ , при котором соседние „полуволны“ из разных каналов находятся в фазе (рис. 3,  $b$ ), а выпуклой (низкочастотной) дисперсионной ветви соответствует противофазное расположение указанных „полуволн“ (рис. 3,  $e$ ). В соответствии с этим правилом синфазные „полуволны“ (в обозначенном выше смысле) имеют более высокую частоту, чем противофазные.

В рассмотренных случаях при частотном подъеме по дисперсионным кривым волновода  $C$  номера мод канала  $B$ , с которыми связана эта мода, монотонно убывают, а номера мод канала  $A$  возрастают. Однако это не является правилом. Возможны ситуации, когда дисперсионные кривые пересекаются дважды, как  $A_3$  и  $B_4$  на рис. 2, или две и более кривых одного канала дважды пересекают кривую другого канала. Тогда происходит немонотонное изменение номеров мод каналов  $A$  и  $B$ . Несмотря на это, выполняются следующие закономерности.

При приближении к области кроссовера „полуволны“ потенциала  $\Psi$  или вообще не перемещаются из одного канала в другой, или переезжают только из канала  $B$  в канал  $A$ . Увеличение числа „полуволн“ в канале  $B$  может произойти только за счет возникновения одной дополнительной синфазной „полуволны“, которая образуется в соответствии с указанным выше правилом в областях перегиба дисперсионной кривой  $C$ . Однако эта „полуволна“ не является настоящей, в том смысле, что ее левый склон не пересекает ось абсцисс, а примыкает к „полуволне“ из соседнего канала  $A$ . Поэтому в качестве наиболее исчерпывающего параметра, характеризующего данную моду сложного канала, удобно выбирать не число „полуволн“, а число нулей функции  $\Psi$ .

Число нулей волновой функции является константой, равной  $N - 1$ , где  $N$  — номер моды канала  $C$ .

С нарастанием частоты независимо от характера пересечений кривых  $A$  и  $B$  все „полуволны“ оказываются в канале  $A$ .

б) Случай сильной связи. Рассмотрим теперь ситуацию, когда  $h = 0$  и каналы  $A$  и  $B$  расположены рядом. На рис. 2 представлены дисперсионные кривые первых четырех мод волновода  $C$  (сплошные линии). Эти кривые смещены относительно своих невозмущенных прототипов — дисперсионных характеристик волноводов  $A$  и  $B$ . С увеличением волнового числа дисперсионные кривые могут пересекать свои прототипы, как это происходит с модой  $C_2$ , или уходить от нее, как в случае с модой  $C_3$ . Дисперсионные кривые, как бы взаимодействуя между собой, рассталкиваются, смещаются и меняют форму. Меняется не только их наклон, но и кривизна. При этом перестройка формы кривой сопровождается значительным изменением конфигурации волновой функции  $\Psi$ .

Рассмотрим указанные метаморфозы на примере четвертой моды ПМСВ. В окрестности малых волновых чисел дисперсионная кривая общего канала  $C_4$  расположена между второй модой  $B_2$  канала  $B$  и второй модой  $A_2$  канала  $A$  (рис. 2, точки  $a$  и  $b$ ). Причем с возрастанием частоты кривая  $C_4$  сначала смещается в сторону кривой  $B_2$ , а затем возвращается к кривой  $A_2$ . На рис. 4,  $a, b$  представлено распределение функции  $\Psi$  для этих точек. Как видно, по ширине канала  $A$  укладывается меньше двух „полуволн“, а по ширине канала  $B$  — больше двух „полуволн“, давая в сумме четыре „полуволны“ четвертой моды на всей ширине волновода  $C$ . Причем точка  $a$  расположена ближе к дисперсионной кривой  $A_2$

чем к кривой  $B_2$ , а точка  $b$  — почти посередине между ними (рис. 2). И это отражается на распределении потенциала  $\Psi$ . На графике распределения потенциала для точки  $a$  (рис. 4,  $a$ ) на участке узкого канала укладывается почти две „полуволны“, а затем эти „полуволны“ смещаются в сторону канала  $B$  (рис. 4,  $b$ ).

С увеличением волнового числа дисперсионная кривая  $A_2$  постепенно приближается к кривой  $B_2$ . При этом распределение потенциала в волноводе  $C$  приближается к виду, когда в каждом канале оказывается ровно по две „полуволны“ (рис. 4,  $c$ ). Это происходит в точке  $c$ , расположенной вследствие заметного взаимодействия между каналами не в точке пересечения дисперсионных кривых  $A_2$  и  $B_2$ , а заметно правее (рис. 2).

Дальнейшее перераспределение магнитоэлектростатического потенциала по ширине сложного волновода, происходящее с увеличением частоты, следует в общих чертах сценарию, изложенному выше для слабой связи между волноводами  $A$  и  $B$ . Происходит постепенное перетекание „полуволн“ из широкого канала в узкий. Широкий канал становится запредельным и распределение потенциала в нем примет вид затухающей экспоненты (рис. 4,  $g$  и точка  $g$  на рис. 2). Однако большое взаимодействие между каналами приводит к размыванию области кроссовера и изменению облика волновых функций.

На рис. 5 сплошной кривой показано отношение  $\Psi_A/\Psi_B$  амплитуд „полуволн“ в соседних каналах. В отличие от случая слабой связи (штриховая кривая) большая связь приводит к тому, что практически во всем диапазоне волновых чисел амплитуда  $\Psi_B$  превышает амплитуду  $\Psi_A$ . Волновые числа выше точки  $f$  можно не принимать во внимание, так как для них волновод  $B$  является запредельным и амплитудой  $\Psi_B$ , для определенности считается значение функции  $\psi$  в центре волновода. Отношение  $\Psi_A/\Psi_B$  в случае сильной связи уже нельзя считать индикатором величины взаимодействия между каналами, как в случае слабой связи. Взаимодействие каналов велико как вблизи, так и вдали от точек кроссовера. Оно приводит к перераспределению амплитуд в пользу канала  $B$  и к сжатию кривой  $\Psi_A/\Psi_B$  вдоль оси абсцисс и в направлении малых значений волновых чисел.

Кривизна вогнутых участков дисперсионной кривой становится меньше. Этим участкам (рис. 2, точки  $d$  и  $f$ ), как и в случае слабой связи между каналами, соответствует синфазное расположение соседних „полуволн“ и в разных каналах с равными амплитудами (рис. 5, точки  $d$  и  $f$ ). Только в случае сильной связи эти полуволны не разделены между собой провалом, а представляют собой вместе одну „полуволну“ (рис. 4,  $d, f$ ).

Противофазное размещение „полуволн“, ближайших к границе раздела каналов, показано на рис. 4,  $c, e$ . В случае слабой связи им соответствует точка на низкочастотной (выпуклой) дисперсионной кривой в области кроссовера, причем амплитуды „полуволн“ каналов  $A$  и  $B$  равны. В случае сильной связи большой положительной кривизны в этих точках не наблюдается, т.е.

область кроссовера размыта больше, чем для синфазных „полуволн“. Амплитуды „полуволн“ не только не равны, но, наоборот, их отношение близко к минимуму (рис. 5, точки *c* и *e*).

## Выводы

Показано, что, выбирая соответствующим образом конфигурацию поля подмагничивания, создающего МСВ волновод, можно „конструировать“ дисперсионные кривые, отличающиеся от экспоненциального вида, характерного для прямоугольных волноводов. Сочетание двух близко расположенных прямоугольных каналов с различными значениями ширины и поля подмагничивания позволяет создать в заданных областях дисперсионных кривых выпуклые и вогнутые участки контролируемой кривизны.

Распределение волновой функции в каждом канале двойного волновода имеет вид периодической функции, характеризуемой числом „полуволн“. С ростом частоты амплитуды „полуволн“ в каналах попеременно возрастают и убывают, так что на разных частотах волна оказывается сосредоточенной то в одном, то в другом канале. При этом „полуволны“ перетекают из одного канала в другой так, что в высокочастотной области вся волна концентрируется в канале с максимальным полем подмагничивания. Число нулей указанной функции постоянно во всем частотном диапазоне существования квазиповерхностных МСВ.

Если расстояние между каналами велико (слабая связь), амплитуды „полуволн“ в точках кроссовера мод исходных каналов равны. При этом если в области кроссовера соседние „полуволны“ из разных каналов находятся в фазе, то на дисперсионной кривой имеет место вогнутый участок. В противоположном случае дисперсионная кривая выпукла. С уменьшением расстояния между каналами (увеличением связи) размах этих изменений уменьшается, это происходит неодинаково для каждого из каналов; падает кривизна выпуклых и вогнутых участков на дисперсионной кривой, меняется их расположение.

## Список литературы

- [1] Miyazaki M., Yashiro K., Ohkawa S. // IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques. 1985. Vol. MTT-33. N 5. P. 421–424.
- [2] Анненков А.Ю., Герус С.В., Ковалев С.И. // ЖТФ. 1998. Т. 68. Вып. 2. С. 91–96.
- [3] Damon R.W., Eshbach J.R. // J. Phys. Chem. Solids. 1961. Vol. 19. P. 308.
- [4] Васильев И.В., Ковалев С.И. // РЭ. 1993. Т. 38. № 12. С. 2174–2185.
- [5] Анненков А.Ю., Васильев И.В., Герус С.В., Ковалев С.И. // ЖТФ. 1995. Т. 64. Вып. 4. С. 71–82.
- [6] Льюиселл У. Связанные и параметрические колебания в электронике. М.: ИЛ, 1963. 352 с.