01;04

К вопросу об электромагнитной неустойчивости однородной анизотропной плазмы

© В.А. Антонов, А.С. Баранов, Ю.Н. Гнедин

Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория,
196140 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 31 октября 2001 г.)

Рассматривается электромагнитная неустойчивость однородной плазмы без магнитного поля с резко анизотропным распределением скоростей: диаграмма скоростей одномерная или двумерная. Показано, что при наличии центра симметрии у этого распределения всегда имеет место неустойчивость на достаточно длинных волнах. Данная неустойчивость физически значима как для лабораторных плазменных установок, так и для системы космических лучей.

Введение

К электромагнитным, как известно, относятся такие возмущения в плазме, в которых существенно возбуждение собственного магнитного поля, искривляющего траектории частиц. По отношению к электромагнитным возмущениям плазма со сферически симметричным распределением скоростей сохраняет устойчивость, как следует уже из простых энергетических соображений. Напротив, в анизотропной плазме развиваются специфические электромагнитные неустойчивости, которым посвящена работа [1, гл. 15], также ряд численных исследований [2].

Однако в наиболее простом примере двух встречных потоков без внешнего магнитного поля, рассмотренном в [1], остается некоторая недоговоренность, поскольку предполагается направленность возмущения электрического поля обязательно вдоль движения потоков. Таким образом, не ясно, достаточно ли полно решена задача и можно ли ее сразу обобщить. Такой более детальный анализ с некоторыми обобщениями мы и предлагаем в настоящей работе.

Основные уравнения

Принимаем модель однородной плазмы, состоящей из потоков с номерами $i = 1, 2, \dots, N$, причем соответствующие скорости потоков пусть описываются векторами $v_i(u_i, 0, w_i)$, лежащими в одной плоскости. Далее, n означает у нас суммарную плотность электронов (мы учитываем, как обычно, только их движение), а $\gamma_i n$ — парциальные плотности потоков. Тогда

$$\gamma_i > 0, \quad \gamma_1 + \gamma_2 + \ldots + \gamma_N = 1. \tag{1}$$

Рассматриваем в линейном приближении распространение волны в направлении z, лежащем, следовательно, в плоскости движения потоков. Все локальные характеристики возмущения будут тогда содержать множитель $\exp(\lambda t + ikz)$ (t — время).

Если бы не было возмущения, каждая частица двигалась бы по инерции

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_{0i} + \mathbf{v}_i t, \tag{2}$$

где вектор $\mathbf{r}_{0i}$ отмечает некоторое начальное положение частицы.

Фактически надо учитывать малое возмущение в виде электрического $\mathbf{E}$ и магнитного поля $\mathbf{H}$. Закон эволюции вектора скорости отдельной частицы раскрывается, если написать сначала известное уравнение для импульса

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = e\left(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{H}}{c}\right) \tag{3}$$

(e — заряд электрона, c — скорость света) учесть алгебраические связи между скоростью и импульсом

$$\mathbf{p} = \frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \qquad \mathbf{v} = \frac{\mathbf{p}}{\sqrt{m^2 + \frac{p^2}{c^2}}},$$

$$\sqrt{m^2 + \frac{p^2}{c^2}} = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \tag{4}$$

Согласно сказанному выше, в выражении для $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ можно сразу отделить зависимость от координаты и времени

$$\mathbf{E} = \varepsilon e^{\lambda t + ikz}, \quad \mathbf{H} = h e^{\lambda t + ikz}. \tag{5}$$

Линеаризация (3) дает

$$\frac{d\delta\mathbf{p}}{dt} = e\left(\boldsymbol{\varepsilon} + \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{h}}{c}\right) e^{\lambda t + ikz}, \tag{6}$$

причем символ δ в (6), как и далее, означает возмущение данной величины.

В правой части (6) координата z относится, однако, к положению частицы в данный момент, т.е. должна раскрываться согласно (2), а поправка, ответственная за возмущение в самих выражениях (2), давала бы уже эффект второго порядка малости. С учетом этих замечаний интегрирование (6) от некоторого удаленного в прошлом момента дает

$$\delta\mathbf{p} = e\left(\boldsymbol{\varepsilon} + \frac{\mathbf{v}\times\mathbf{h}}{c}\right)\int\limits_{\infty}^{t} e^{ik(z_0+wt)+\lambda t}dt$$

$$= e\left(\boldsymbol{\varepsilon} + \frac{\mathbf{v}\times\mathbf{h}}{c}\right)\frac{e^{\lambda t+ikz}}{\lambda+ikw}. \qquad (7)$$

В правой части (7) мы вернулись к выражению искомой величины через то значение z-координаты, которое частица имела бы в отсутствие возмущения. При этом подразумевается $\lambda > 0$, поскольку мы интересуемся только неустойчивыми возмущениями. Переход к возмущению скорости согласно (4) дает

$$\delta\mathbf{v} = \frac{e\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{m(\lambda+ikw)}e^{\lambda t+ikz}\left[\boldsymbol{\varepsilon} + \frac{\mathbf{v}\times\mathbf{h}}{c} - \frac{(\mathbf{v}\boldsymbol{\varepsilon})\mathbf{v}}{c^2}\right] \qquad (8)$$

и после еще одного интегрирования по t, когда временно раскрывается z согласно (2), получаем

$$\delta\mathbf{k} = \frac{e\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{m(\lambda+ikw)}e^{\lambda t+ikz}\left[\boldsymbol{\varepsilon} + \frac{\mathbf{v}\times\mathbf{h}}{c} - \frac{(\mathbf{v}\boldsymbol{\varepsilon})\mathbf{v}}{c^2}\right]. \qquad (9)$$

Формулы (8) и (9) относятся к любой частице любого потока, но ниже надо различать эти потоки между собой и пользоваться индексом i. Ток в каждой точке мы должны искать в форме

$$\mathbf{J} = \mathbf{j}e^{\lambda t+ikz}, \qquad (10)$$

тогда и обратно

$$\mathbf{j} = \frac{ke^{-\lambda t}}{2\pi}\int\limits_{0}^{2\pi/2}\mathbf{J}e^{-ikz}dz. \qquad (11)$$

Ток $\mathbf{J}$ состоит из вкладов emv от каждой частицы данного потока, просуммированных еще по индексу i. При разложении $emv\exp(-ikz)$ члены нулевого приближения должны взаимно уничтожаться: в невозмущенном состоянии никаких токов нет. Остается

$$\delta\mathbf{j} = \mathbf{j} = \frac{keme^{-\lambda t}}{2\pi}\sum_{i=1}^{N}\int\limits_{0}^{2\pi/2}(\delta\mathbf{v} - ik\mathbf{v}\delta z)e^{-ikz}dz$$

или

$$\delta\mathbf{j} = \frac{e^2}{m}\sum_{i=1}^{N}n_i\left\{\left[\boldsymbol{\varepsilon} + \frac{\mathbf{v}_i\times\mathbf{h}}{c} - \frac{(\mathbf{v}_i\boldsymbol{\varepsilon})\mathbf{v}_i}{c^2}\right]L\right.$$

$$\left. - ik\mathbf{v}_i\left[\varepsilon_z + \frac{(\mathbf{v}_i\times\mathbf{h})_z}{c} - \frac{\mathbf{w}_i(\mathbf{v}_i\boldsymbol{\varepsilon})}{c^2}\right]L^2\right\}$$

$$\times\sqrt{1-\frac{v_i^2}{c^2}} \quad (\mathrm{Re}\,\lambda > 0). \qquad (12)$$

Данный вывод имеет некоторые преимущества наглядности: непосредствено видно происхождение множителя $L = 1/(\lambda + ikw)$. Получить искомый ток можно и путем линеаризации гидродинамических уравнений для каждого потока. Это, как и следовало ожидать, приводит в точности к той же вышенаписанной формуле (12) для δj. Заметим, что если считать k и λ величинами одного порядка малости, то возникающий ток обратно пропорционален k.

Формула (12) должна комбинироваться с уравнениями Максвелла, но в данном случае $H_z = 0$ и остаются уравнения

$$\frac{\lambda}{c}h_x = ik\varepsilon_y, \quad \frac{\lambda}{c}h_y = -ik\varepsilon_x, \qquad (13)$$

$$ikh_y + \frac{\lambda}{c}\varepsilon_x + \frac{4\pi}{c}\delta j_x = 0, \quad -ikh_x + \frac{\lambda}{c}\varepsilon_y + \frac{4\pi}{c}\delta j_y = 0,$$

$$\frac{\lambda}{c}\varepsilon_z + \frac{4\pi}{c}\delta j_z = 0. \qquad (14)$$

Первое уравнение (13) и второе уравнение (14) решаются отдельно от других. Вместе с (12) они дают

$$\delta j_y = \frac{e^2n}{m\lambda}\varepsilon_y, \quad \left(\frac{4\pi e^2n}{cm\lambda} + \frac{\lambda}{c} + \frac{k^2c}{\lambda}\right)\varepsilon_y = 0$$

и независимо от структуры диаграммы скоростей либо

$$\lambda = \pm i\sqrt{k^2c^2 + \frac{4\pi e^2n}{m}}$$

и система колеблется с частотой $\omega = \sqrt{k^2c^2 + w_p^2}$, совпадающей с частотой для холодной плазмы (ω_p — ленгмюровская частота), либо, как мы предполагаем в дальнейшем, $\varepsilon_y = h_x = 0$.

Вывод и анализ дисперсионного уравнения

Остается использовать первое и третье уравнения (14), куда подставляется h_y из второго уравнения (13) и ток из уравнения (12). Получающаяся система линейных однородных уравнений для ε_x и ε_z может быть записана сокращенно как

$$P\varepsilon_x + Q\varepsilon_z = 0, \quad R\varepsilon_x + S\varepsilon_z = 0, \qquad (15)$$

где

$$P = \frac{k^2c}{\lambda} + \frac{\lambda}{c} + \frac{4\pi e^2}{mc}\sum_{i=1}^{N}n_i\left[\left(1 + \frac{ikw_i}{\lambda} - \frac{u_i^2}{c^2}\right)L\right.$$

$$\left. + iku_i^2\left(\frac{ik}{\lambda} + \frac{w_i}{c^2}\right)L^2\right]\sqrt{1-\frac{v_i^2}{c^2}},$$

$$Q = \frac{4\pi e^2}{mc}\sum_{i=1}^{N}n_iu_i\left[\frac{w_i}{c^2}L + ik\left(1 - \frac{w_i^2}{c^2}\right)L^2\right]\sqrt{1-\frac{v_i^2}{c^2}},$$

$$R = \frac{4\pi e^2}{mc}\sum_{i=1}^{N} n_i u_i \left[\left(-\frac{ik}{\lambda} - \frac{w_i}{c^2}\right)L + ikw_i\left(\frac{ik}{\lambda} + \frac{w_i}{c^2}\right)L^2\right]\sqrt{1-\frac{v_i^2}{c^2}},$$

$$S = \frac{\lambda}{c} + \frac{4\pi e^2}{mc}\sum_{i=1}^{N} n_i\left(1-\frac{w_i^2}{c^2}\right)(1-ikw_iL) \times L\sqrt{1-\frac{v_i^2}{c^2}} \quad (v_i^2 = u_i^2 + w_i^2).$$

Приравнивая нулю определитель системы (15), получаем искомое уравнение для λ. Наибольший интерес представляет асимптотика при $k \to 0$. Если λ остается пропорциональным k, то члены перед суммами в P и S оказываются малыми в сравнении с самими суммами и дисперсионное уравнение после некоторых упрощений приобретает вид

$$\sum_{i=1}^{N} n_i\sqrt{1-\frac{v_i^2}{c^2}}\left[1-u_i^2\left(k^2+\frac{\lambda^2}{c^2}\right)L^2\right] \times \sum_{i=1}^{N} n_i\sqrt{1-\frac{v_i^2}{c^2}}\left(1-\frac{w_i^2}{c^2}\right)L^2 - \left[\sum_{i=1}^{N} n_i\sqrt{1-\frac{v_i^2}{c^2}}u_i\left(\frac{\lambda w_i}{c^2}+ik\right)L^2\right]^2 = 0. \quad (16)$$

В частном случае двух противоположно направленных потоков равной плотности мы вправе взять $N = 2$, $n_{1,2} = n/2$, $u_{1,2} = \pm u$, $w_{1,2} = \pm w$ и тогда уравнение (16) после всех упрощений имеет только одну пару корней

$$\lambda = \pm k\sqrt{\frac{(u^2+w^2)\left(1-\dfrac{w^2}{c^2}\right)}{1-\dfrac{u^2+w^2}{c^2}}}.$$

Из последней формулы очевидно, что неустойчивость существует и является чисто экспоненциальной. В [1] рассматривается только частный случай, в наших обозначениях $w = 0$ и без релятивистской поправки u^2/c^2. Ниже мы проверим непосредственно, что дисперсионное уравнение, приведенное в [1], в определенном смысле вытекает из наших формул.

Обратимся к общему случаю двумерного распределения скоростей электронных пучков при том же предположении малости k и λ. При этом, очевидно, уже не возникает речи о разделении неизвестных ε_x и ε_z (как и для косых возмущений при одномерном распределении). Тем не менее легко доказать экспоненциальную неустойчивость при дополнительном требовании наличия центра симметрии. Т.е. мы ставим требование, чтобы каждый пучок с вектором скорости $v(u, 0, w)$ уравновешивался другим пучком с вектором $v(-u, 0, -w)$ и той же плотностью. Тогда при вещественном λ комплексно-сопряженные члены в каждой из сумм (16) складываются между собой и все выражение в левой части (16), обозначаемые ниже $F(\lambda)$, вещественно. В частности,

$$F(0) = \frac{1}{k^2}\left[-\sum_{i=1}^{N} n_i\sqrt{1-\frac{v_i^2}{c^2}}\left(1+\frac{u_i^2}{w_i^2}\right) \times \sum_{i=1}^{N} n_i\sqrt{1-\frac{v_i^2}{c^2}}\left(1-\frac{w_i^2}{c^2}\right)\frac{1}{w_i^2} + \left(\sum_{i=1}^{N} n_i\sqrt{1-\frac{v_i^2}{c^2}}\frac{u}{w_i^2}\right)^2\right].$$

При физически необходимом условии $u^2 + w^2 < c^2$

$$\frac{1}{w^2}\left(1+\frac{u^2}{w^2}\right)\left(1-\frac{w^2}{c^2}\right) - \left(\frac{u}{w^2}\right)^2 = \frac{1}{w^2}\left(1-\frac{u^2+w^2}{c^2}\right) > 0,$$

так что

$$\left|\frac{u_i}{w_i^2}\right| < \sqrt{\left(1+\frac{u_i^2}{w_i^2}\right)\frac{1}{w_i^2}\left(1-\frac{w_i^2}{c_i^2}\right)} \quad (i = 1, 2, \ldots, N)$$

и элементарное применение неравенства Буняковского дает $F(0) < 0$. При $\lambda \to \infty$ величина $F(\lambda)$ стремится к нулю с асимптотикой

$$F(\lambda) \approx \frac{1}{\lambda^2}\left[\sum_{i=1}^{N} n_i\sqrt{1-\frac{v_i^2}{c^2}}\left(1+\frac{u_i^2}{w_i^2}\right) \times \sum_{i=1}^{N} n_i\sqrt{1-\frac{v_i^2}{c^2}}\left(1-\frac{w_i^2}{c^2}\right) - \left(\sum_{i=1}^{N} n_i\sqrt{1-\frac{v_i^2}{c^2}}\frac{u_iw_i}{c^2}\right)^2\right].$$

Поскольку

$$\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)\left(1-\frac{w^2}{c^2}\right) - \left(\frac{uw}{c^2}\right)^2 = 1-\frac{u^2+w^2}{c^2} > 0,$$

доказательство неравенства $F(\lambda) > 0$ при больших λ проходит по точно тому же плану, как и выше. При всех промежуточных положительных λ функция $F(\lambda)$ регулярна, и, следовательно, уравнение $F(\lambda) = 0$ имеет по крайней мере один положительный корень, что и требовалось доказать.

Случай непрерывного распределения

Неустойчивость, установленная в предыдущем разделе, может быть отчасти следствием дискретной структуры в пространстве скоростей. Поэтому целесообразно дать хотя бы один пример с непрерывным распределением электронов по n и w. При этом все суммы в (16) заменяются на соответствующие интегралы с некоторой плотностью распределения $f(u, w)$. Конкретно мы используем распределение Гаусса с дисперсиями σ_u^2 и σ_w^2

и коэффициентом корреляции ρ. При этом ограничиваемся нерелятивистскими движениями и соответственно опускаем поправки w^2/c^2 или v^2/c^2. Систему отсчета связываем с центром распределения, тогда мы по-прежнему располагаем центром симметрии $u = w = 0$ и величина $F(\lambda)$ вещественна. Уравнение (16) после отбрасывания специфических релятивистских поправок и перехода к интегральной записи приобретает вид

$$\iint (1 - k^2u^2L^2) f(u, w) du\, dw \cdot \iint L^2 f(u, w) du\, dw$$

$$+ k^2 \left[\iint uL^2 f(u, w) du\, dw \right]^2 = 0. \qquad (17)$$

Для преобразования интегралов в (17) к более удобному виду используем известное представление

$$L^2 = \frac{1}{(\lambda + ikw)^2} = \int\limits_0^\infty te^{-\lambda t - ikwt} dt \quad (\lambda > 0). \qquad (18)$$

В частности, последний интеграл в (17) с учетом (18) приобретает вид

$$T_1 = \iint uL^2 f(u, w) du\, dw = \iiint ute^{-\lambda t - ikwt} du\, dw\, dt \qquad (19)$$

(в (19), как и ниже, интегрирование по n и w распространено на всю плоскость, а по t только на положительные значения). Для дальнейшего преобразования (19) используем характеристическую функцию φ. В нашем конкретном примере с распределением Гаусса, как известно [3],

$$\varphi(\xi, \eta) = \iint e^{i(\xi u + \eta w)} f(u, w) du\, dw$$

$$= ne^{-(\sigma_u^2 \xi^2 + 2\rho\sigma_u\sigma_w \xi\eta + \sigma_w^2\eta^2)/2}. \qquad (20)$$

Дифференцируя обе части (20) по параметру ξ и подставляя $\xi = 0$, $\eta = kt$, находим

$$i \iint ue^{-ikwt} f(u, w) du\, dw = \rho\sigma_u\sigma_w ktne^{-(k^2\sigma_w^2 t^2/2)},$$

так что

$$T_1 = -i\rho\sigma_u\sigma_w kn \int\limits_0^\infty t^2 \chi\, dt,$$

где обозначено $\chi = \exp[-\lambda t - (k^2\sigma_w^2 t^2)/2]$.

Аналогично, но без дифференцирования по параметру получается

$$T_2 = \iint L^2 f(u, w) du\, dw = n \int\limits_0^\infty t\chi\, dt,$$

а двукратным дифференцированием

$$T_3 = \iint u^2L^2 f(u, w) du\, dw = n\sigma_u^2 \int\limits_0^\infty (1 - k^2\rho^2\sigma_w^2 t^2) t\chi\, dt.$$

Таким образом, все уравнение (17) приобретает вид

$$F(\lambda) = n^2 \left[1 - k^2\sigma_u^2 \int\limits_0^\infty (1 - k^2\sigma_w^2\rho^2 t^2) t\chi\, dt \right]$$

$$\times \int\limits_0^\infty t\chi\, dt - \rho^2\sigma_u^2\sigma_w^2 n^2 k^4 \left(\int\limits_0^\infty t^2\chi\, dt \right)^2 = 0$$

Несложные выкладки дают

$$F(0) = \frac{n^2 \left\{ \sigma_w^2 + \left[\left(2 - \frac{\pi}{2} \right) \rho^2 - 1 \right] \sigma_u^2 \right\}}{k^2\sigma_w^4},$$

а при больших λ асимптотически $F(\lambda) \approx n^2/\lambda^2$. Для неустойчивости достаточно выполнение неравенства

$$\sigma_u^2 \left[1 - \left(2 - \frac{\pi}{2} \right) \rho^2 \right] > \sigma_w^2.$$

Если анизотропия распределения не нулевая, т.е. различны главные дисперсии σ_1^2 и σ_2^2, то при ориентации волнового вектора вдоль главной оси с меньшей дисперсией σ_2^2 имеем $\sigma_u = \sigma_1$, $\sigma_w = \sigma_2$, $\rho = 0$ и условие неустойчивости выполняется. Исключением является только случай изотропии, когда $\sigma_u = \sigma_w$, $\rho = 0$ при любой ориентации.

Напомним, что мы все время рассматриваем двумерное распределение скоростей. Неустойчивость рассматриваемого типа сохраняется и в промежуточных ситуациях, когда дисперсия в одном направлении (у нас σ_v^2) не равна нулю, но меньше других компонент. Соответствующие расчеты мы представим в другой работе.

Обсуждение результатов

Мы только что доказали электромагнитную неустойчивость любого двумерного распределения скоростей по крайней мере при наличии у него центра симметрии. Но это относится только к достаточно длинным волнам, и встает вопрос, к каким именно. Прибегнем опять к рассуждению по непрерывности, но в полном дисперсионном уравнении

$$\Psi(\lambda) \equiv PS - QR = 0 \qquad (21)$$

не будем пренебрегать ничем. Тогда

$$\Psi(0) = k^2 + \frac{4\pi e^2}{m} \left[-\sum_{i=1}^N n_i \sqrt{1 - \frac{v_i^2}{c^2}} \left(1 - \frac{w_i^2}{c^2} \right) \right.$$

$$\left. + \frac{1}{c^2} \sum_{i=1}^N n_i \sqrt{1 - \frac{v_i^2}{c^2}} \left(1 + \frac{u_i^2}{w_i^2} \right) \right] + \left(\frac{4\pi e^2}{mc} \right)^2 F(0)$$

и условие $\Psi(0) < 0$, нужное для справедливости предыдущих рассуждений, начинает выполняться приблизительно при $k < k^*$, где

$$k^{*2} \sim \frac{ne^2}{mvc} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \qquad (22)$$

причем под v понимается некоторая характерная скорость пучков. При больших λ учет членов вне знака суммы в P и S добавляет в $\Psi(\lambda)$ положительные слагаемые, не играющие в данном вопросе существенной роли. Итак, областью действия электромагнитной неустойчивости можно считать $k < k^*$, так что для ее возбуждения система должна иметь достаточно большие размеры. Что касается инкремента, то из (16) получается оценка

$$\lambda \sim kv, \tag{23}$$

имеющаяся в [1] и другой литературе.

Вернемся к частному случаю одной пары потоков, притом направленных перпендикулярно волновому вектору (т.е. $w = 0$), но используя полное уравнение (21). Легко видеть, что оно распадается на два: $P = 0$ и $S = 0$, поскольку в данном случае $Q = R = 0$. Приравнивание нулю S дает $\lambda = \pm i\omega_p$, а уравнение $P = 0$ имеет нетривиальный вид

$$\lambda^2(k^2c^2 + \lambda^2) + \omega_p^2\left[\lambda^2\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2} - k^2u^2\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}\right] = 0. \tag{24}$$

Без релятивистской поправки с точностью до очевидных изменений в обозначениях (в частности, у нас ленгмюровская частота определена по отношению ко всей системе, а в [1] — по отношению к каждому отдельному потоку) уравнение (24) сводится к соответствующему уравнению [1], ранее полученному в [4]. Предположение, сделанное в [1] о наличии компоненты электрического поля возмущения только в направлении движения потоков, геометрически означает ограничение антисимметричными возмущениями по отношению к зеркальному отражению в плоскости, перпендикулярной исходному движению потоков. Симметричные же возмущения, как мы только что убедились, сводятся к обычным ленгмюровским, а не электромагнитным колебаниям. Эти соображения симметрии действуют и в релятивистском случае. Если же одномерное распределение скоростей не симметрично, например, $N = 2$, но $n_i = n_2$, то в пренебрежении v^2/c^2 все равно получается $Q = R = 0$, но в релятивистском случае это уже не имеет места и обе компоненты ε_x, ε_z зацеплены между собой.

Оценим численно, начиная с каких длин волн сказывается электромагнитная неустойчивость. В условиях экспериментальных термоядерных магнитных ловушек [3] можно взять температуру $\sim 10^7$ degree и $n \sim 10^{18}$ cm^{-3}, тогда расчет по формуле (19) дает соответствующую критическую длину порядка сотых долей миллиметра, так что с электромагнитной неустойчивостью в лабораторных установках надо считаться.

Несколько сложнее вопрос об устойчивости системы космических лучей в Галактике. Предыдущие вычисления делают весьма правдоподобным вывод о том, что система космических лучей уже по соображениям устойчивости не может обладать резкой анизотропией скоростей. Для более надежного обоснования такого вывода следовало бы проделать расчеты с распределением скоростей, резко отличающимся от гауссова. Это мы надеемся сделать в последующих публикациях.

Еще одним интересным примером является система ионных пучков с энергией $\varepsilon = 1$ MeV/nucleon, возникающая при солнечных вспышках и взаимодействующих с атмосферой Солнца. Если принять в качестве плотности ионного пучка величину в 10% от характерной плотности тепловой плазмы в корональной петле, то величина критической длины оказывается ~ 1 m. Однако учет влияния корональной плазмы, в которой, как считается, и происходит распространение ионных пучков, может приводить к их стабилизации. Такая стабилизация иногда происходит за счет эффективных поглощений и перекачки по спектру возбужденных длинных волн в тепловой плазме.

Список литературы

[1] *Михайловский А.Б.* Теория плазменных неустойчивостей. Т. 1. Неустойчивости однородной плазмы. М.: Атомиздат, 1975. 272 с.
[2] *Бэдсел Ч., Ленгдон А.* Физика плазмы и численное моделирование. М.: Энергоатомиздат, 1989. 451 с.
[3] *Арцимович Л.А., Сагдеев Р.З.* Физика плазмы для физиков. М.: Атомиздат, 1979. 320 с.
[4] *Weibel E.S.* // Phys. Rev. Lett. 1959. Vol. 2. P. 83.