

01;07

## К вопросу о двумерной дифракционной фокусировке рентгеновского излучения при его брэгговской дифракции на двухосно-изогнутом кристалле

© Т. Чен

Московская государственная академия тонкой химической технологии им. М.В. Ломоносова,  
117571 Москва, Россия  
e-mail: docent65@mtu-net.ru, ttchen@e-mail.ru

(Поступило в Редакцию 30 ноября 2001 г.)

Двумерная дифракционная фокусировка рентгеновской волны при ее брэгговской дифракции на двухосно-изогнутом кристалле рассмотрена на основе представления о том, что дифракция в меридиональной плоскости происходит в режиме квазиобратного рассеяния. Получены аналитические выражения для геометрического условия фокусировки в меридиональной плоскости и для пространственного распределения интенсивности волны в той же плоскости в непосредственной окрестности изображения точечного источника, отличающиеся от соответствующих выражений, существовавших ранее в теории.

Изогнутые кристаллы широко применяются в качестве фокусирующих монохроматоров, спектрометров и коллиматоров, входящих в состав различных рентгено-оптических систем. Наибольшая светосила рентгеновских пучков может быть достигнута при использовании двухосно-изогнутого кристалла, когда происходит фокусировка в „точку“. Принципиальная возможность фокусировки рентгеновского излучения при брэгговской дифракции плоской волны на двухосно-изогнутом кристалле была показана в работе [1]. В [2] теми же авторами была развита строгая теория двумерной фокусировки сферической волны при ее брэгговской дифракции на идеальном двухосно-изогнутом кристалле. В работе [3] теория двумерной дифракционной фокусировки получила свое дальнейшее развитие в направлении создания теории рентгеновских спектрометров Иоганна-Гамоша. В настоящей работе использован подход к рассмотрению фокусировки сферической волны двухосно-изогнутым кристаллом, отличающийся от того, что был использован в [2,3].

По аналогии с [2] назовем плоскость дифракционного рассеяния, в которой брэгговский угол  $\theta_B \neq \pi/2$  и кристалл изогнут с радиусом изгиба  $R_x$ , сагиттальной плоскостью (см. рисунок). Перпендикулярную к ней плоскость будем называть меридиональной, радиус изгиба кристалла в которой равен  $R_y$ . В данной работе нами используется параболическое разложение для фазы падающей сферической и дифрагированной волн. Возникающая при этом бесконечность величины интенсивности в схеме Иоганна [2] устраняется учетом членов  $\sim x^3$  в фазе волны. Распределение интенсивности в непосредственной окрестности фокуса для схемы Иоганна определяется тогда квадратом модуля функции Эйри [4].

Согласно результатам [2], амплитуда дифрагированной волны в вакууме в точке  $\mathbf{r}_p(\xi_p, y_p)$  пропорциональна произведению двух интегралов: первый интеграл по плосковолновым гармоникам в сагиттальной плоскости

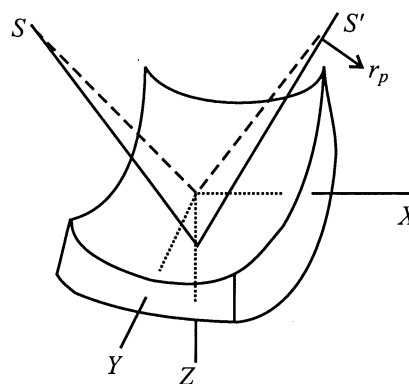
и второй — по координате  $Y$  в меридиональной плоскости

$$E_h(\mathbf{r}_p) = E_h(\xi_p)E_h(y_p), \quad (1)$$

$$E_h(\xi_p) = \int_{-\infty}^{+\infty} dk G_h(k + q_0) \times \exp[-ik^2(1/\alpha_0 + 1/\alpha_h)/2\chi + ik\gamma_h\xi_p/\alpha_h L_h], \quad (2)$$

$$E_h(y_p) = \int_{-y_{\text{эф}}/2}^{+y_{\text{эф}}/2} dy \exp[-ixy^2 \times (1/L_0 + 1/L_h - (\gamma_0 - \gamma_h)/R_y) - ixy y_p/L_h]. \quad (3)$$

Здесь введены следующие обозначения:  $G_h(k + q_0)$  — фурье-компонента функции Грина;  $q_0$  — величина, зависящая от фурье-компоненты рентгеновской поляризуемости  $\chi_0$  и учитывающая преломление (явный вид см. в [2]);  $\alpha_0 = \gamma_0^2/L_0 - \gamma_0/R_x$ ;  $\alpha_h = \gamma_h^2/L_h + \gamma_h/R_x$ ;  $\gamma_{0,h}$  —



Геометрия точечной фокусировки сферической рентгеновской волны двухосно-изогнутым кристаллом.  $S$  — точечный источник,  $S'$  — его изображение,  $\mathbf{r}_p$  — радиус-вектор точки наблюдения.

направляющие косинусы для падающей и дифрагированной волн;  $L_{0,h}$  — расстояния от точечного источника сферической волны до кристалла и от кристалла до изображения источника;  $\varkappa = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  — длина волны падающего излучения;  $y_{\text{eff}} \leq R_y |\chi_{hr}|^{1/2}$ ,  $\chi_{hr}$  — фурье-компонента рентгеновской поляризуемости. Кроме того, в (2), (3) мы положили для определенности координаты точечного источника  $\xi_S = y_S = 0$ .

Отметим, что авторами работы [5] вводится расстояние  $y_{\text{eff}}$ , в пределах которого дифрагированный луч не выходит за пределы области полного брэгговского отражения,

$$y_{\text{eff}} = \{L_0 2\Delta\theta \cos \theta / (|\sin \theta - L_0(1 + \sin^2 \theta)/R_y|)\}^{1/2}, \quad (4)$$

где  $\Delta\theta = |\chi_{hr}|/\sin 2\theta$  — угловая полуширина кривой брэгговского отражения при  $\theta < \pi/2$ .

Видно, что  $y_{\text{eff}}$ , определяемое формулой (4), отличается от  $y_{\text{eff}}$ , используемого в [2], но характерная корневая зависимость от фурье-компоненты рентгеновской поляризуемости присутствует.

Использование метода стационарной фазы позволяет получить из (2), (3) геометрические условия фокусировки в сагиттальной и меридиональной плоскостях

$$\begin{aligned} \gamma_0^2/L_0 + \gamma_h^2/L_h &= (\gamma_0 - \gamma_h)/R_x, \\ 1/L_0 + 1/L_h &= (\gamma_0 - \gamma_h)/R_y. \end{aligned} \quad (5)$$

Из (5) следует, что фокусировка типа „точка–точка“ происходит при жесткой связи между  $R_x$ ,  $R_y$  и  $L_0$

$$R_y = R_x L_0 (\gamma_0 - \gamma_h) \gamma_h^2 / \{(1 - \gamma_0^2/\gamma_h^2) R_x \gamma_h^2 + L_0 (\gamma_0 - \gamma_h)\}. \quad (6)$$

Условие стигматической фокусировки, вытекающее из (6) в симметричном случае, имеет вид  $R_y = R_x \sin^2 \theta_B$ . Традиционная оптика трактует уравнения (5) как условия, при которых френелевская дифракция сводится к фраунгоферовской дифракции.

Изложим теперь суть нашего подхода к рассмотрению двумерной фокусировки. При двухволновом приближении рассматриваемой задачи отраженную волну в меридиональной плоскости можно рассматривать как испытывающую квазиобратное рассеяние в этой плоскости. При этом распределение интенсивности в меридиональной плоскости описывается выражением типа (2), где вместо расстояний  $L_{0,h}$  надо положить  $L_0 \gamma_0$  и  $L_h |\gamma_h|$  соответственно. В результате исправленное условие фокусировки в меридиональной плоскости имеет вид

$$1/L_0 \gamma_0 + 1/L_h |\gamma_h| = 2/R_y. \quad (7)$$

С учетом первого уравнения в (5) и уравнения (7) получаем, что астигматизм отсутствует, если радиусы изгиба кристалла и расстояние от источника сферической волны до кристалла связаны между собой следующей формулой:

$$R_y = 2R_x L_0 \gamma_0 |\gamma_h|^3 / \{(\gamma_0 - \gamma_h) \gamma_0 L_0 + (|\gamma_h|^3 - \gamma_0^3) R_x\}. \quad (8)$$

Легко видеть, что лишь при симметричной геометрии дифракции формулы (6) и (8) совпадают. При этом поверхность кристалла двухосно изогнута в виде тора и  $R_y = R_x \sin^2 \theta$ .

В асимметричном случае при произвольном соотношении между  $R_{x,y}$ ,  $L_0$  и  $\theta_B$  фокусирующий пучок обладает астигматизмом, и дифракционным изображением точечного источника является пятно. Из формулы (8) следует, что фокусировка типа „плоская волна–точка“ происходит при следующем условии, налагаемом на радиусы изгиба,

$$R_y = 2R_x |\gamma_h|^3 / (\gamma_0 - \gamma_h). \quad (9)$$

Распределение интенсивности дифрагированной волны в непосредственной близости от точки изображения (симметричная дифракция)

$$\begin{aligned} I_h(\mathbf{r}_p) &= I_h(\xi_p) I_h(y_p) \\ &\sim |J_1(t_\xi)/t_\xi|^2 |J_1(t_y)/t_y|^2 \Theta(t_\xi) \Theta(t_y), \end{aligned} \quad (10)$$

где  $J_1(t)$  — функция Бесселя первого порядка действительного аргумента,

$$t_\xi = 2\xi_p \gamma_h \sigma_h / \alpha_h L_h, \quad \sigma_h = \varkappa \chi_h / 4 \cos \theta_B,$$

$$t_y = \pi y_p |\chi_{hr}|^{1/2} / (\lambda |1 - L_h/R_x|),$$

$\Theta(t)$  — ступенчатая функция Хевисайда.

Дифракционные уширения фокуса в сагиттальной и меридиональной плоскостях получим из (10), положив  $t_{\xi,y} \approx \pi$ ,

$$\Delta \xi_p = \lambda \sin 2\theta_B |1 - L/R_x \sin \theta_B| / (2|\chi_{hr}|),$$

$$\begin{aligned} \Delta y_p &\cong \lambda |1 - L_h/R_x| / (|\chi_{hr}|^{1/2}) \\ &\cong \lambda \{1/|\chi_{hr}|^{1/2} - L_h/y_{\text{eff}}\}. \end{aligned} \quad (11)$$

Формулы (11) справедливы для случая  $L_h \neq R_x \sin \theta_B$ .

Заметим, что в [2] размером фокуса вдоль оси  $Y$  является второй член нашей формулы для  $\Delta y_p$ .

Принимая во внимание формулу (10), отметим, что при параболическом приближении для фазы падающей сферической и дифрагированной волн геометрический фокус (изображение точечного источника) совпадает по положению с максимумом интенсивности (10).

При учете в фазе членов  $\sim x^3$  пространственное распределение интенсивности (в каждой из плоскостей) вблизи фокуса будет определяться функцией Эйри. Разлагая фазу до  $\sim x^4$ , несложно получить распределение интенсивности в виде квадрата интеграла Пирси. В обоих последних случаях максимум интенсивности пространственно смещен относительно геометрического фокуса, расположенного на оси дифрагированного пучка.

Для обратного рассеяния, когда  $\theta_B \approx \pi/2$ , из (11) следует с учетом  $\cos \pi/2 \leq \Delta\theta = |\chi_{hr}|^{1/2}$ , что размеры фокуса в обеих плоскостях одинаковы:  $\Delta \xi_p = \Delta y_p$ . При этом система двух уравнений (5), определяющих

геометрические условия двумерной (точечной) фокусировки, вырождается в одно уравнение, в котором надо положить:  $\gamma_0 = |\gamma_h| = 1$ . Фокусировка из точки в точку при обратном рассеянии происходит для сферически изогнутого кристалла ( $R_x = R_y$ ).

Отметим, что при симметричном обратном брэгговском отражении задача обладает симметрией относительно поворота кристалла вокруг оси  $Z$ .

В случае если расходимость излучения в сагиттальной плоскости мала, а в меридиональной существенна (синхротронное излучение), имеем следующие геометрические условия двумерной фокусировки

$$\begin{aligned} \gamma_h^2/L_{h(x)} &= (\gamma_0 - \gamma_h)/R_x, \\ 1/(L_{0(y)}\gamma_0) + 1/(L_{h(y)}|\gamma_h|) &= 2/R_y. \end{aligned} \quad (12)$$

Здесь  $L_0(y)$  — расстояние от источника рентгеновской волны до кристалла в меридиональной плоскости,  $L_{h(x)}$  и  $L_{h(y)}$  — расстояния от кристалла до изображения точечного источника в сагиттальной и меридиональной плоскостях соответственно. Из уравнений (12) следует, что двумерная фокусировка синхротронного излучения с образованием точечного фокуса возможна при соблюдении условия

$$R_y = 2R_x L_{0(y)} \gamma_0 |\gamma_h|^3 \{ (\gamma_0 - \gamma_h) L_{0(y)} \gamma_0 + R_x |\gamma_h|^3 \}. \quad (13)$$

Распределение интенсивности вблизи фокуса при падении на кристалл синхротронного излучения определяется выражением (10) с учетом (12).

В заключение заметим, что формулы (7)–(13) могут быть использованы для конкретных расчетов при проведении реального физического эксперимента. При этом особую актуальность приобретает фокусировка именно синхротронного излучения в связи с введением в строй нового поколения мощных синхротронных источников.

## Список литературы

- [1] Габриелян К.Т., Пискунов Д.И., Чуховский Ф.Н., Демирчян Г.О. // Письма в ЖЭТФ. 1987. Т. 46. Вып. 10. С. 411–413.
- [2] Габриелян К.Т., Чуховский Ф.Н., Пискунов Д.И. // ЖЭТФ. 1989. Т. 96. Вып. 3. (9). С. 834–846.
- [3] Габриелян К.Т., Демирчян Г.О., Чуховский Ф.Н. // ЖТФ. 1990. Т. 60. Вып. 1. С. 170–178.
- [4] Чен Т. // Письма в ЖТФ. 2001. Т. 27. Вып. 21. С. 1–5.
- [5] Чен Т., Бушуев В.А., Кузьмин Р.Н. // ЖТФ. 1990. Т. 60. Вып. 10. С. 60–63.