

01;04

## Переходная область между неравновесной плазмой и отрицательным электродом

© В.Я. Мартенс

Северо-Кавказский государственный технический университет,  
355038 Ставрополь, Россия  
e-mail: VMartens@yandex.ru

(Поступило в Редакцию 24 декабря 2001 г.)

Рассмотрена модель переходной области между квазинейтральной плазмой и плоским отрицательным электродом при двух видах распределения электронного компонента плазмы по скоростям: в виде суммы двух максвелловских распределений с различными температурами и в виде суммы максвелловского распределения и направленного в сторону электрода потока. Получены критерии образования слоя положительного объемного заряда и вторичной плазмы в переходной области. Проанализировано влияние параметров электронного распределения на структуру переходной области, распределение плотности заряда в слое, плотность ионного тока на электрод и проведено сравнение с боровским случаем.

### Введение

Электрическое поле помещенного в квазинейтральную плазму отрицательного электрода проникает в окружающую плазму и возмущает ее. При этом между невозмущенной плазмой и электродом образуется переходная область, которая, как принято считать, состоит из прилегающего к электроду слоя положительного объемного заряда и предслоя — возмущенной квазинейтральной зоны с некоторым падением потенциала [1–5]. Для неизотермической плазмы с равновесным распределением электронов по скоростям и бесстолкновительного слоя падение потенциала в предслое определяется критерием Бома [6] и составляет  $0.5kT_e/e$ . В слое положительного объемного заряда в этом случае устанавливается монотонное распределение потенциала при любых потенциалах электрода.

В ряде случаев распределение скоростей электронов в плазме может существенно отклоняться от равновесного. При этом довольно часто наблюдаемые в экспериментах распределения свидетельствуют о существовании двух групп электронов с сильно отличающимися энергиями, поэтому такие неравновесные распределения аппроксимируются суммой двух максвелловских распределений с различными температурами или суммой максвелловского распределения и направленного потока [7–11]. В этих условиях параметры указанных выше частей переходной области изменяются [12,13]. Более того, результаты работ [12,13] дают основания полагать, что при определенных параметрах электронного распределения может измениться и структура переходной области. Эта задача, весьма важная для ряда практических случаев, требует более детального рассмотрения. Этому и посвящена данная работа.

### Модель переходной области

Для решения задачи рассматривается переходная область между полубесконечной квазинейтральной плазмой, имеющей в невозмущенной области потенци-

ал  $\phi_p$ , и плоским бесконечным электродом, потенциал которого ниже потенциала невозмущенной плазмы на  $\Delta\phi_0$  (рис. 1). Начало координат совмещено с поверхностью электрода. Плазма состоит из ионов с температурой  $T_i$ , теплых электронов с температурой  $T_{et}$ , причем  $T_{et} \gg T_i$ , а также высокоэнергетичных электронов с максвелловским распределением скоростей — горячих электронов с температурой  $T_{eh}$  или в виде направленного в сторону электрода потока с энергией в невозмущенной плазме  $eU$ . Принимается, что  $U > \Delta\phi_0$ , поэтому электроны потока, так же как и ионы, достигают электрода. Задача решается для условий, при которых рассеяние потоков ионов и электронов в переходной области мало. Распределение потенциала в рассматриваемой области монотонное, т.е.  $(d\phi/dx) \geq 0$ . С учетом принятых условий распределение концентраций электронов в переходной области может быть задано в виде суммы двух максвелловских распределений или в виде суммы максвелловского распределения и потока.

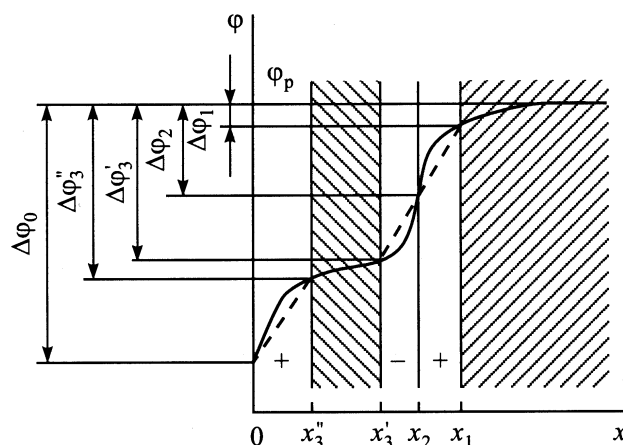


Рис. 1. Схематическое распределение потенциала в переходной области между неравновесной плазмой и отрицательным электродом.

Рассмотрим сначала случай двух бoльцмановских распределений. В определенной части переходной области, примыкающей к невозмущенной плазме и простирающейся до  $x = x_1$  (рис. 1), квазинейтральность сохраняется, несмотря на существование некоторого электрического поля. Эта часть переходной области с падением потенциала  $\Delta\varphi_1$  называется предслоем. По мере дальнейшего снижения потенциала ( $x < x_1$  и  $\Delta\varphi > \Delta\varphi_1$ , где  $\Delta\varphi = \varphi_p - \varphi$ ,  $\varphi$  — потенциал пространства в точке с координатой  $x$ ) происходит рассогласование концентраций ионов и электронов, что приводит к образованию в этой части переходной области слоя объемного заряда. Как показывает приведенный ниже анализ, преобладание в слое заряда того или иного знака зависит от параметров модели. Система слой-предслой будет устойчивой, если в слое вблизи границы с предслоем преобладает положительный заряд ионов, который экранирует электрическое поле отрицательного электрода настолько, чтобы в квазинейтральном предслое не было больших электрических полей.

Для получения критерия образования слоя положительного объемного заряда необходимо уточнить распределение концентрации ионов в переходной области. Вследствие квазинейтральности предслоя распределение концентрации ионов в нем полностью совпадает с распределением концентрации электронов и определяется указанными выше законами. В слое распределение концентрации ионов определяется из предположения, что все ионы входят в слой через границу  $x = x_1$  с энергией  $e\Delta\varphi_1$  и затем ускоряются электрическим полем слоя. При этом кривые распределения концентрации ионов  $n_i$  вдоль оси  $x$ , так же как и кривые распределения концентрации электронов  $n_e$ , не имеют изломов на границе  $x = x_1$ , т.е. зависимости  $dn_i/dx$  и  $dn_e/dx$  от  $x$  не имеют разрывов на границе слой-предслой. Если учесть непрерывность функции  $d\varphi/dx$ , то функции  $dn_i/d\varphi$  и  $dn_e/d\varphi$  также будут непрерывны в переходной области.

За  $\Delta\varphi_1$  принимается такое падение потенциала в предслое, при котором на границе  $x = x_1$  квазинейтральность еще сохраняется, т.е. концентрации электронов и ионов и их градиенты еще совпадают, а при  $x < x_1$  и  $\Delta\varphi > \Delta\varphi_1$  градиент концентрации ионов становится меньше градиента концентрации электронов. Это означает, что в примыкающей к предслою части переходной области образуется слой положительного объемного заряда.

Особенность случая бoльцмановского распределения и потока состоит в том, что концентрация электронов уменьшается по мере приближения к электроду только до определенного падения потенциала  $\Delta\varphi_4$ . В той части переходной области, где  $\Delta\varphi < \Delta\varphi_4$ , уменьшение концентрации теплых электронов преобладает над увеличением концентрации электронов потока, а там, где  $\Delta\varphi > \Delta\varphi_4$ , — наоборот. Концентрация же ускоряемых в слое ионов, так же как и в предыдущем случае, уменьшается по мере приближения к электроду. Поэтому принципиальная возможность формирования слоя

положительного объемного заряда существует только при  $\Delta\varphi_4 > \Delta\varphi_1$ . Значение  $\Delta\varphi_4$  может быть определено из условия  $(dn_e/dx) = 0$  или  $(dn_e/d\varphi) = 0$ .

## Критерии образования слоя положительного объемного заряда и их анализ

Из приведенных выше рассуждений критерий образования слоя положительного объемного заряда для случая двух бoльцмановских распределений можно представить (с учетом перехода от градиентов концентраций  $dn/dx$  к  $dn/d\varphi$ ) в виде

$$n_i \Big|_{\Delta\varphi=\Delta\varphi_1} = (n_{et} + n_{eh}) \Big|_{\Delta\varphi=\Delta\varphi_1}, \quad (1)$$

$$\frac{dn_i}{d\varphi} \Big|_{\Delta\varphi=\Delta\varphi_1} = \frac{d(n_{et} + n_{eh})}{d\varphi} \Big|_{\Delta\varphi=\Delta\varphi_1}, \quad (2)$$

$$\frac{dn_i}{d\varphi} \Big|_{\Delta\varphi>\Delta\varphi_1} < \frac{d(n_{et} + n_{eh})}{d\varphi} \Big|_{\Delta\varphi>\Delta\varphi_1}, \quad (3)$$

где  $n_{et}$ ,  $n_{eh}$  — концентрации теплых и горячих электронов соответственно.

Распределения концентраций заряженных частиц в слое определяются следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} n_i \Big|_{\Delta\varphi>\Delta\varphi_1} &= (\Delta\varphi_1/\Delta\varphi)^{1/2} n_i \Big|_{\Delta\varphi=\Delta\varphi_1}, \\ n_{et} \Big|_{\Delta\varphi>\Delta\varphi_1} &= \exp\left(\frac{e\Delta\varphi_1 - e\Delta\varphi}{kT_{et}}\right) n_{et} \Big|_{\Delta\varphi=\Delta\varphi_1}, \\ n_{eh} \Big|_{\Delta\varphi>\Delta\varphi_1} &= \exp\left(\frac{e\Delta\varphi_1 - e\Delta\varphi}{kT_{eh}}\right) n_{eh} \Big|_{\Delta\varphi=\Delta\varphi_1}, \end{aligned} \quad (4)$$

Если взять производные по  $\varphi$  от выражений (4), учесть отмеченную выше непрерывность производных на границе слой-предслой, подставить выражение (1) в (2) и (3), перейти к концентрациям заряженных частиц в невозмущенной плазме ( $\Delta\varphi = 0$ ), учесть ее квазинейтральность и ввести обозначения

$$\begin{aligned} W &= \frac{e\Delta\varphi}{kT_{et}}, \quad W_1 = \frac{e\Delta\varphi_1}{kT_{et}}, \\ \beta &= \frac{T_{et}}{T_{eh}}, \quad \alpha_h = \left(\frac{n_{eh}}{n_i}\right) \Big|_{\Delta\varphi=0}, \end{aligned} \quad (5)$$

то получим критерий образования слоя положительного объемного заряда в безразмерном виде для случая двух бoльцмановских распределений

$$(1 - \alpha_h) \exp(-W_1)(1 - 2W_1) + \alpha_h \exp(-\beta W_1)(1 - 2\beta W_1) = 0, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} (1 - \alpha_h) \exp(-W_1) \left[ 1 - 2 \frac{W^{3/2}}{W_1^{1/2}} \exp(W_1 - W) \right] \\ + \alpha_h \exp(-\beta W_1) \left[ 1 - 2\beta \frac{W^{3/2}}{W_1^{1/2}} \exp(\beta W_1 - \beta W) \right] < 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Аналогичный критерий для случая бoльцмановского распределения и потока имеет вид

$$(1 - \alpha_b) \exp(-W_1)(1 - 2W_1) + \alpha_b \left( \frac{E}{E - W_1} \right)^{3/2} = 0, \quad (8)$$

$$(1 - \alpha_b) \exp(-W_1) \left[ 1 - 2 \frac{W_1^{3/2}}{W_1^{1/2}} \exp(W_1 - W) \right] + \alpha_b \left( \frac{E}{E - W_1} \right)^{3/2} \left[ 1 - \frac{W_1}{E} + \left( \frac{E - W_1}{E - W} \right)^{3/2} \frac{W_1^{3/2}}{W_1^{1/2} E} \right] < 0, \quad (9)$$

где  $E = eU/kT_{et}$ ,  $\alpha_b = (n_{eb}/n_i)|_{\Delta\varphi=0}$ ,  $n_{eb}$  — концентрация электронов потока.

Причем, как уже отмечалось выше, для образования слоя положительного объемного заряда в этом случае должно выполняться еще одно необходимое (но недостаточное) условие

$$W_1 < W_4, \quad (10)$$

где  $W_4 = e\Delta\varphi_4/(kT_{et})$  можно определить с помощью соотношения

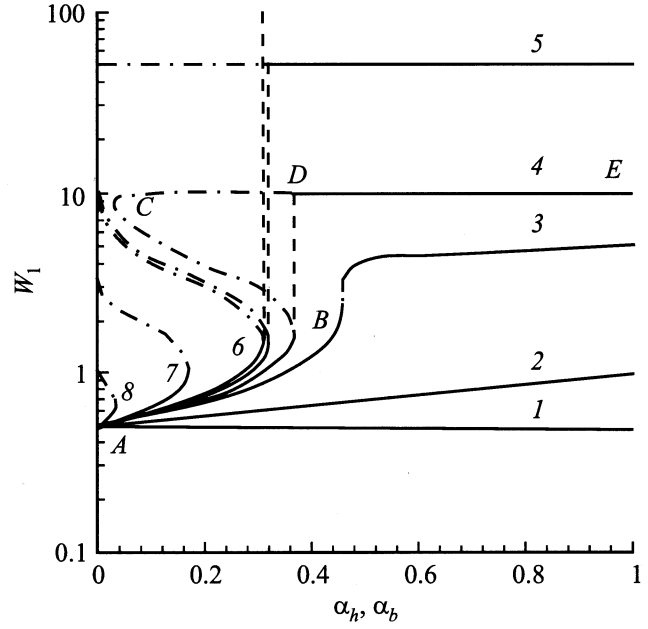
$$2(1 - \alpha_b) \exp(-W_4) - \alpha_b \frac{E^{1/2}}{(E - W_4)^{3/2}} = 0, \quad (11)$$

полученного из условия  $[d(n_{et} + n_{eb})/d\varphi] = 0$ .

Соотношение (6) и (8) при отсутствии высокоэнергетичных электронов ( $\alpha_h = 0$  или  $\beta = 1$ ,  $\alpha_b = 0$ ) преобразуются в критерий Бoма  $W_1 = 0.5$ , а неравенства (7) и (9) в этом случае выполняются при  $0.5 < W < 3.356$ . Это означает, что в указанном диапазоне  $W$  градиент концентрации ионов в слое меньше градиента концентрации электронов, а при  $W > 3.356$  — наоборот. При этом, как известно, весь слой объемного заряда в бoмовском случае остается положительным.

При наличии высокоэнергетичных электронов падение потенциала в предслое  $W_1$  может быть определено из (6) или (8) при условии выполнения неравенств (7) или (9) для значений  $W$ , лежащих в интервале, нижняя граница которого  $W_1$ . В дальнейшем, говоря о выполнении или невыполнении неравенств (7) и (9), мы будем иметь в виду именно этот интервал значений  $W$  (анализ неравенств (7) и (9) показал, что в зависимости от условий они могут выполняться и в других интервалах, в частности в интервалах с верхней границей  $W_1$ , или в интервалах с нижней границей, превышающей  $W_1$ ).

Влияние параметров электронного распределения на  $W_1$  иллюстрирует рис. 2. В случае двух бoльцмановских распределений изменение величины  $\alpha_h$  от 0 до 1 соответствует переходу от одного равновесного распределения электронного компонента плазмы с температурой  $T_{et}$  к другому равновесному распределению с температурой  $T_{eh}$  через неравновесные распределения с различным содержанием той и другой групп электронов. При изменении  $\beta$  в пределах  $0 \leq \beta \leq 1$   $W_1$  возрастает от 0.5 при  $\alpha_h = 0$  до  $0.5/\beta$  при



**Рис. 2.** Зависимость падения потенциала в предслое от параметров электронного распределения. Случай двух бoльцмановских распределений:  $\beta = 1.0$  (1),  $0.5$  (2),  $0.1$  (3),  $5 \cdot 10^{-2}$  (4),  $10^{-2}$  (5),  $0$  (6). Случай бoльцмановского распределения и потока:  $E = \infty$  (6),  $3$  (7),  $1$  (8).

$\alpha_h = 1$ . При этом в диапазоне  $0.101 \leq \beta \leq 1$  уравнение (6) имеет одно решение (кривые 1, 2 на рис. 2) и все получаемые из (6) значения  $W_1$  можно принимать за величину падения потенциала в предслое, так как в этих условиях неравенство (7) выполняется. При  $0 \leq \beta < 0.101$  в определенном диапазоне  $\alpha_h$  (диапазон зависит от величины  $\beta$ ) уравнение (6) имеет три решения (кривые 3–6 на рис. 2). Обсудим более детально последнюю ситуацию, например, при  $\beta = 5 \cdot 10^{-2}$  (кривая 4 на рис. 2). Для значений  $W_1$ , соответствующих участку BC кривой 4, неравенство (7) не выполняется. Это означает, что при таких условиях в слое вблизи границы с предслоем градиент концентрации ионов превышает градиент концентрации электронов, в результате чего вблизи границы с предслоем должен образовываться слой отрицательного объемного заряда. Такая система, как уже отмечалось выше, не может быть устойчивой. Для двух других решений уравнения (6), одно из которых находится на участке AB кривой 4, а второе — на участке CD, неравенство (7) выполняется. Из двух в принципе возможных устойчивых состояний реализовано будет то, которое соответствует меньшему значению  $W_1$ , поскольку при превышении  $W$  над указанным значением  $W_1$  вблизи границы с предслоем начнет формироваться слой положительного объемного заряда, что нарушит формирование квазинейтрального предслоя с большим значением  $W_1$ . Как показывает анализ неравенства (7) для условий, соответствующих участку AB кривой 4, по мере роста  $\alpha_h$  от нуля

до критического значения  $\alpha_{hc}$ , соответствующего точке  $B$ , интервал, в котором выполняется (7), сужается от боровского ( $0.5 < W < 3.356$ ) до нуля. При этом производная  $dW_1/d\alpha_h$  возрастает от конечного значения до бесконечности (рис. 2). Это означает, что при  $\alpha_h = \alpha_{hc}$  слой положительного объемного заряда вблизи границы с предслоем формироваться не будет и падение потенциала в предслое скачком увеличится до значения  $W_1$ , соответствующего точке  $D$ . В состояниях, соответствующих отрезку  $DE$ , вблизи границы с предслоем вновь будет формироваться слой положительного объемного заряда (неравенство (7) для  $W_1$  в точке  $D$  и далее для всех значений  $W_1$  на отрезке  $DE$  выполняется). Как показывают расчеты и видно из рис. 2, по мере уменьшения  $\beta$  величина  $\alpha_{hc}$  уменьшается от 0.461 при  $\beta = 0.101$  до 0.309 при  $\beta = 0$ , а разность  $W_1$  в скачке возрастает от нуля до бесконечности при изменении  $\beta$  в том же диапазоне.

В случае боровского распределения и потока (кривые 6–8 на рис. 2) уравнение (8) имеет два конечных решения в интервале  $0 < \alpha_b < \alpha_{bc}$ , где  $\alpha_{bc}$  — критическое значение  $\alpha_b$ , при котором  $(dW_1/d\alpha_b) = \infty$ . При  $\alpha_{bc} < \alpha_b \leq 1$  уравнение (8) имеет только решение  $W_1 = \infty$ . Из двух конечных решений (сплошные и штрихпунктирные участки кривых 6–8 на рис. 2) неравенство (9) выполняется только для меньших значений  $W_1$ . Причем, так же как и в случае двух боровских распределений, по мере роста  $\alpha_b$  от нуля до  $\alpha_{bc}$  интервал, в котором выполняется (9), сужается от боровского до нуля, а производная  $dW_1/d\alpha_b$  возрастает от конечного значения до бесконечности. При этом условие (10) выполняется при  $0 \leq \alpha_b < \alpha_{bc}$  и нарушается при  $\alpha_{bc} < \alpha_b \leq 1$ .

Эти результаты можно интерпретировать следующим образом. При  $0 \leq \alpha_b < \alpha_{bc}$  в переходной области существует слой положительного объемного заряда, отделенный от невозмущенной плазмы предслоем. По мере роста  $\alpha_b$  падение потенциала в предслое  $W_1$  возрастает (сплошные участки кривых 6–8 на рис. 2), а протяженность слоя положительного объемного заряда уменьшается. При достижении  $\alpha_b$  критического значения  $\alpha_{bc}$  слой положительного объемного заряда вблизи границы с предслоем исчезает и величина  $W_1$  скачком возрастает до  $\infty$ , что приводит к нарушению условия (10). Это означает, что при  $\alpha_{bc} \leq \alpha_b \leq 1$  вся переходная область состоит только из квазинейтрального предслоя при любом потенциале электрода, удовлетворяющем принятой модели, т. е.  $0 < W_0 < E$ , где  $W_0 = e\Delta\varphi_0/(kT_{et})$ . Впрочем, термин „предслои“ в данном случае не соответствует сути, так как слоя в переходной области нет. Значение  $\alpha_{bc}$  и соответствующее ему значение  $W_1$  максимальны при  $E = \infty$  и составляют 0.309 и 1.5 соответственно. Легко показать, что случаи двух боровских распределений и боровского распределения и потока совпадают при  $\beta = 0$  и  $E = \infty$  (кривая 6 на рис. 2).

## Распределение плотности заряда в слое

Как отмечалось выше, если  $\alpha_h$  и  $\alpha_b$  отличаются от нуля, но не достигают критических значений, неравенства (7) и (9) выполняются в более узком диапазоне  $W$ , чем в боровском случае. Это наводит на мысль о принципиальной возможности существования в рассматриваемых условиях двойного слоя объемного заряда с преобладанием положительного заряда ионов вблизи границы с предслоем и отрицательного заряда электронов по мере удаления от нее.

Для случая двух боровских распределений относительную плотность заряда в слое  $\rho_h$  можно представить в виде

$$\rho_h = \frac{(n_i - n_{et} - n_{eh})|_{\Delta\varphi > \Delta\varphi_1}}{n_i|_{\Delta\varphi = 0}} \quad (12)$$

Если в (12) подставить (4) и (1), перейти к концентрациям заряженных частиц в невозмущенной плазме, где выполняется условие квазинейтральности, то с учетом обозначений (5)

$$\rho_h = (1 - \alpha_h) \exp(-W_1) \left[ \left( \frac{W_1}{W} \right)^{1/2} - \exp(W_1 - W) \right] + \alpha_h \exp(-\beta W_1) \left[ \left( \frac{W_1}{W} \right)^{1/2} - \exp(\beta W_1 - \beta W) \right]. \quad (13)$$

Проведя аналогичные рассуждения, получим выражение для относительной плотности заряда в слое  $\rho_b$  в случае боровского распределения и потока

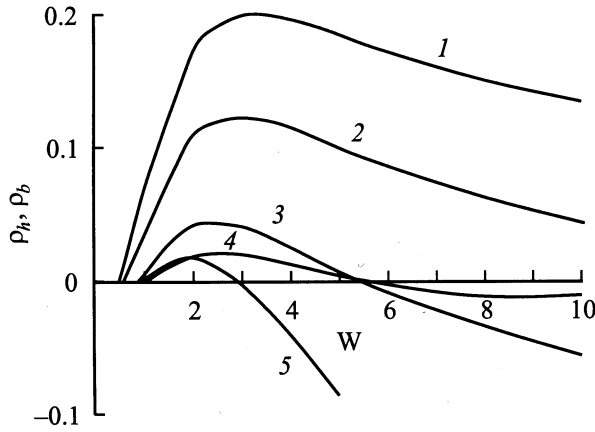
$$\rho_b = (1 - \alpha_b) \exp(-W_1) \left[ \left( \frac{W_1}{W} \right)^{1/2} - \exp(W_1 - W) \right] + \alpha_b \left( \frac{E}{E - W_1} \right)^{1/2} \left[ \left( \frac{W_1}{W} \right)^{1/2} - \left( \frac{E - W_1}{E - W} \right)^{1/2} \right], \quad (14)$$

где

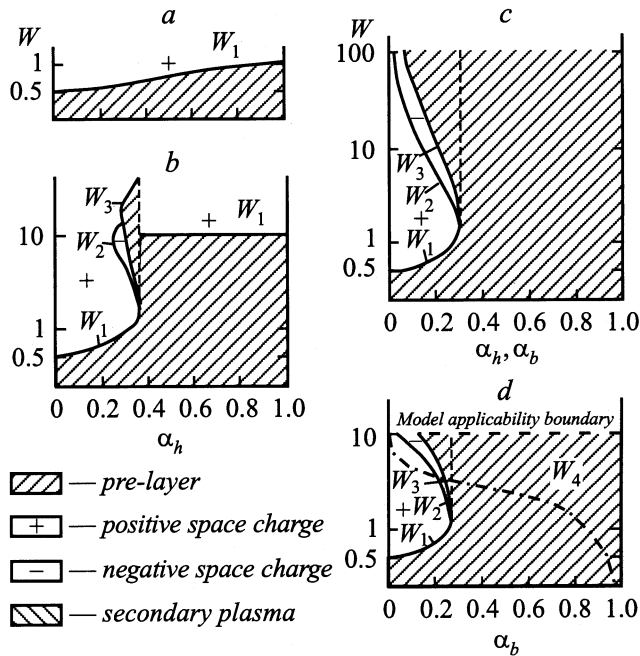
$$\rho_b = \frac{(n_i - n_{et} - n_{eb})|_{\Delta\varphi > \Delta\varphi_1}}{n_i|_{\Delta\varphi = 0}}.$$

Соотношения (13) и (14) позволили проанализировать распределения плотности заряда в слое (рис. 3) и доказать возможность образования в рассматриваемых условиях двойного слоя объемного заряда (кривые 3–5 на рис. 3).

Приравняв к нулю правые части выражений (13) и (14), можно определить граничные значения  $W_2 = e\Delta\varphi_2/(kT_{et})$ , где  $\Delta\varphi_2$  — разность потенциалов между невозмущенной плазмой и границей  $x = x_2$ , разделяющей положительный и отрицательный заряды в двойном слое (рис. 1). Зависимости  $W_2$  от параметров электронного распределения представлены на рис. 4.



**Рис. 3.** Распределение плотности заряда в слое. 1 — боровский случай ( $\alpha_h = 0$  или  $\beta = 1$  или  $\alpha_b = 0$ ); 2 —  $\beta = 0$ ,  $\alpha_h = 0.099$  или  $E = \infty$ ,  $\alpha_b = 0.099$ ; 3 —  $\beta = 0$ ,  $\alpha_h = 0.212$  или  $E = \infty$ ,  $\alpha_b = 0.212$ ; 4 —  $\beta = 5 \cdot 10^{-2}$ ,  $\alpha_h = 0.301$ ; 5 —  $E = 10$ ,  $\alpha_b = 0.220$ .



**Рис. 4.** Изменение структуры переходной области между неравновесной плазмой и отрицательным электродом в зависимости от параметров электронного распределения. Случай двух боровских распределений:  $\beta$ : a — 0.5, b —  $5 \cdot 10^{-2}$ , c — 0. Случай боровского распределения и потока: E: c —  $\infty$ , d — 10.

### Критерии образования вторичной плазмы. Структура переходной области

Проанализируем распределение потенциала в слое объемного заряда. Для этого воспользуемся уравнением Пуассона. Поскольку напряженность электрического поля в предслое, а следовательно и на границе  $x = x_1$ , ма-

ла, то, интегрируя уравнение Пуассона для случая двух боровских распределений при граничном условии  $(d\phi/dx)|_{x=x_1} = 0$ , получим

$$\left(\frac{d\phi}{dx}\right)^2 = -\frac{2e}{\epsilon_0} \left\{ \Delta\phi_1 \left[ 1 - \left(\frac{\Delta\phi}{\Delta\phi_1}\right)^{1/2} \right] 2n_i|_{x=x_1} + \frac{kT_{et}}{e} \left[ 1 - \exp\left(\frac{e\Delta\phi_1 - e\Delta\phi}{kT_{et}}\right) \right] n_{et}|_{x=x_1} + \frac{kT_{eh}}{e} \left[ 1 - \exp\left(\frac{e\Delta\phi_1 - e\Delta\phi}{kT_{eh}}\right) \right] n_{eh}|_{x=x_1} \right\}. \quad (15)$$

В боровском случае правая часть уравнения (15) положительна во всем интервале  $\Delta\phi_1 < \Delta\phi < \infty$ , что свидетельствует о монотонном распределении потенциала в слое объемного заряда при любых потенциалах электрода, удовлетворяющих условию  $\Delta\phi_0 > \Delta\phi_1$ . При наличии высокоэнергетичных электронов преобладание в определенной части слоя ( $x < x_2$  и  $\Delta\phi > \Delta\phi_2$ ) отрицательного объемного заряда электронов над положительным объемным зарядом ионов может привести, как показано в [13], к снижению градиента потенциала до нуля. Предположим, что это происходит при  $x = x_3$  и соответствующей разности потенциалов  $\Delta\phi = \Delta\phi_3$  (рис. 1). Для определения значений  $\Delta\phi_3$  приравняем к нулю правую часть уравнения (15). Если с выражениями для концентраций провести те же преобразования, что и при выводе (13), то условие получения нулевого градиента потенциала в безразмерном виде для случая двух боровских распределений запишется следующим образом:

$$(1 - \alpha_h) \exp(-W_1) [1 - \exp(W_1 - W_3) + F] + \alpha_h \times \exp(-\beta W_1) \{ [1 - \exp(\beta W_1 - \beta W_3)] / \beta + F \} = 0, \quad (16)$$

где  $F = 2[W_1 - (W_1 W_3)^{1/2}]$ ,  $W_3 = e\Delta\phi_3 / (kT_{et})$ .

Аналогичное условие для случая боровского распределения и потока имеет вид

$$(1 - \alpha_b) \exp(-W_1) [1 - \exp(W_1 - W_3) + F] + \alpha_b \left(\frac{E}{E - W_1}\right)^{1/2} \left\{ 2(E - W_1) \times \left[ 1 - \left(\frac{E - W_3}{E - W_1}\right)^{1/2} \right] + F \right\} = 0. \quad (17)$$

Зависимости  $W_3$  от параметров электронного распределения представлены на рис. 4. Особенность случая двух боровских распределений состоит в том, что если уравнение (16) имеет решения, то их всегда два (за исключением случая, когда они совпадают):  $W_3'$  и  $W_3''$  ( $W_3' < W_3''$ ). При этом в интервалах  $W_1 < W < W_3'$  и  $W_3'' < W < \infty$  правая часть уравнения (15) положительна. Это означает, что в соответствующих частях переходной области существует слой объемного заряда

с монотонным распределением потенциала. А в интервале  $W'_3 < W < W''_3$  правая часть уравнения (15) отрицательна, т.е.  $d\varphi/dx$  — мнимая величина. Это означает, что в этой части переходной области должно наблюдаться колебательное распределение потенциала [5,12]. Однако, как показано в [5], при слабых электрических полях (на границах этого интервала ( $d\varphi/dx = 0$ )) даже незначительная ионизация газа электронами и ионами, редкие столкновения ионов с другими частицами плазмы, приводящие к торможению ионов, их перезарядке, могут восстановить монотонное распределение потенциала. Кроме того, указанные процессы способствуют выравниванию концентраций ионов и электронов в этой части переходной области, т.е. приводят к образованию вторичной плазмы.

В случае бoльцмановского распределения и потока уравнение (17) может иметь только одно решение  $W_3$  (рис. 4, *c, d*). При этом из аналогичных рассуждений следует, что вторичная плазма образуется в той части переходной области, для которой падение потенциала  $W$  удовлетворяет условию  $W_3 < W < E$  (верхняя граница  $E$  является границей применимости модели).

В связи с вышеизложенным выражения (16) и (17) являются критериями образования вторичной плазмы в переходной области. Условие ( $d\varphi/dx = 0$ ), из которого получены (16) и (17), использовалось и в других работах [14,15] в качестве критерия образования плазмы.

Таким образом, из рассматриваемой модели следует, что при определенных условиях в переходной области может образоваться вторичная квазинейтральная плазма, отделенная от основной плазмы двойным электрическим слоем. Напряженность электрического поля на границе слой-вторичная плазма ( $x = x_3$ ) равна нулю, а потенциал во вторичной плазме монотонно убывает в сторону электрода. В случае двух бoльцмановских распределений вторичная плазма может быть ограничена и с другой стороны вторым слоем объемного заряда, причем и на второй границе градиент потенциала равен нулю.

Интересно, что к выводу о возможности существования в рассматриваемых условиях двух плазм, отделенных двойным электрическим слоем, пришли также авторы работы [12], полагая формально напряженность электрического поля на границах плазма-слой бесконечно большой. Однако при таких граничных условиях существование двойного слоя с положительным зарядом вблизи плазмы с более высоким потенциалом и отрицательным зарядом вблизи плазмы с более низким потенциалом невозможно. В указанной работе сам слой объемного заряда не рассмотрен. Видимо, это невозможно в рамках принятой в [12] модели.

С учетом всех полученных результатов на рис. 4 представлены зонные диаграммы переходной области между плазмой и отрицательным электродом. С помощью этих диаграмм для интересующих значений параметров электронного распределения ( $\alpha_h$  и  $\beta$  или  $\alpha_b$  и  $E$ ) и потенциала электрода  $W_0$  можно определить структуру

переходной области и граничные значения  $W_1, W_2, W_3$ . Из диаграмм видно, что возможные варианты структуры переходной области могут быть следующие: 1) квазинейтральный предслои; 2) квазинейтральный предслои и примыкающий к электроду слой объемного заряда, причем знак преобладающего в слое заряда либо одинаковый (положительный) во всем слое, либо меняется по мере приближения к электроду с положительного на отрицательный (двойной слой) или даже дважды меняется, т.е. возвращается опять к положительному (тройной слой); 3) квазинейтральный предслои, двойной слой и примыкающая к электроду вторичная плазма; 4) все, указанное в 3), плюс второй слой объемного заряда между вторичной плазмой и электродом.

## Ионный ток на электрод

Ионный ток на электрод составляют ионы, поступающие в переходную область из невозмущенной плазмы с тепловыми скоростями и ускоряемые затем электрическим полем переходной области, а также ионы, образующиеся в результате ионизации газа во всех частях переходной области.

Если параметры электронного распределения и потенциал электрода таковы, что слой объемного заряда в переходной области не образуется, и вся переходная область представляет собой возмущенную квазинейтральную зону (предслои), то с увеличением разности потенциалов между невозмущенной плазмой и отрицательным электродом толщина предслоя растет и соответственно растет плотность ионного тока на электрод. При этом ограничение плотности тока на электрод в реальном устройстве может наступить при таком потенциале электрода, когда возмущение плазмы электрическим полем отрицательного электрода распространится на весь объем плазмы и дальнейший рост размеров предслоя станет невозможным.

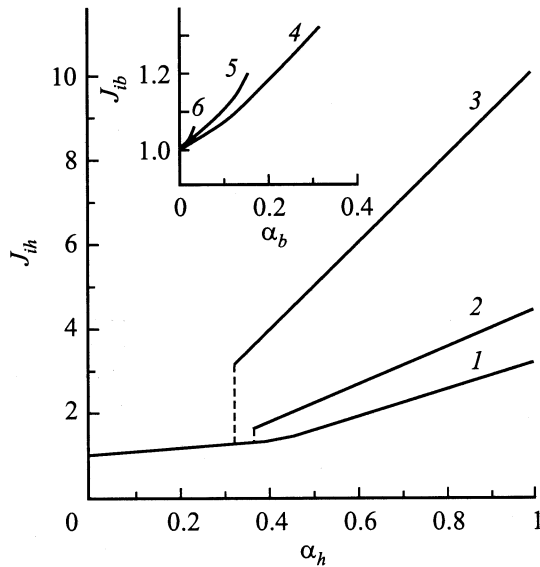
Если же в переходной области образуется слой положительного объемного заряда, то он ограничивает возмущающее действие электрического поля отрицательного электрода на плазму. Толщина образующегося при этом предслоя и падение потенциала на нем не зависят от потенциала электрода. Плотность ионного тока на границе слой-предслои

$$j_i = e(n_i V_i) \Big|_{\Delta\varphi = \Delta\varphi_1},$$

где  $V_i \Big|_{\Delta\varphi = \Delta\varphi_1} = (2e\Delta\varphi_1/m_i)^{1/2}$ ,  $m_i$  — масса иона.

Используя условие (1) и переходя к концентрациям заряженных частиц в невозмущенной плазме с учетом обозначений (5), плотность ионного тока на границе слой-предслои для случая двух бoльцмановских распределений  $j_{ih}$  можно представить в виде

$$j_{ih} = [(1 - \alpha_h) \exp(-W_1) + \alpha_h \exp(-\beta W_1)] \times (2e\Delta\varphi_1/m_i)^{1/2} e n_i \Big|_{\Delta\varphi = 0}.$$



**Рис. 5.** Зависимость плотности ионного тока на границе слой-предслоя от параметров электронного распределения. Случай двух бальцовских распределений:  $\beta = 0.1$  (1),  $5 \cdot 10^{-2}$  (2),  $10^{-2}$  (3). Случай бальцовского распределения и потока:  $E = \infty$  (4), 3 (5), 1 (6).

В бомовском случае ( $\alpha_h = 0$  или  $\beta = 1$ ,  $W_1 = 0.5$ )

$$j_i^* = \exp(-0.5)(kT_{et}/m_i)^{1/2}en_i|_{\Delta\varphi=0}.$$

Для удобства анализа целесообразно рассмотреть  $J_{ih}$  — отношение плотностей токов ионов в рассматриваемом и бомовском случаях при одинаковых  $n_i|_{\Delta\varphi=0}$

$$J_{ih} = j_{ih}/j_i^* = \exp(0.5)[(1 - \alpha_h) \exp(-W_1) + \alpha_h \exp(-\beta W_1)](2W_1)^{1/2}. \quad (18)$$

Аналогичное выражение для случая бальцовского распределения и потока имеет вид

$$J_{ib} = \exp(0.5) \left[ (1 - \alpha_b) \exp(-W_1) + \alpha_b \left( \frac{E}{E - W_1} \right)^{1/2} \right] (2W_1)^{1/2}. \quad (19)$$

Для бесстолкновительного слоя выражения (18) и (19) определяют плотность ионного тока не только на границе слой-предслоя, но и на электроде. Увеличение доли высокоэнергетичных электронов  $\alpha_h$  или  $\alpha_b$  приводит к росту плотности ионного тока (рис. 5). В случае двух бальцовских распределений  $J_{ih}$  возрастает от 1 при  $\alpha_h = 0$  до  $\beta^{-1/2}$  при  $\alpha_h = 1$ . Скачкообразное изменение  $J_{ih}$  при критическом значении  $\alpha_{hc}$  (кривые 1–3) связано со скачком падения потенциала в предслое  $W_1$  (рис. 2, кривые 3–5). Представленные на рис. 5 кривые 4–6 для случая бальцовского распределения и потока ограничены пределами существования слоя

положительного объемного заряда ( $0 \leq \alpha_b \leq \alpha_{bc}$ ). Определенную добавку к току (18) или (19) может внести вторичная плазма, если она образуется в переходной области.

## Заключение

Некоторые выводы данной работы подтверждены автором экспериментально. Результаты измерений приводятся в [16]. Здесь же хотелось бы сослаться на экспериментальные результаты других авторов. В работах [17,18] сравнивались различные методики обработки вольт-амперных характеристик зондов, помещенных в неравновесную плазму. Показано, что традиционная обработка ионной части зондовой характеристики с использованием соотношения Бома, не учитывающего высокоэнергетичные электроны, приводит к завышению концентрации плазмы более чем на порядок.

Предложенный в данной работе подход к расчету параметров переходной области может быть использован и при других видах неравновесного распределения электронов по энергиям, так как любое сложное распределение можно представить в виде суммы распределений нескольких групп электронов, каждая из которых характеризуется своей температурой или энергией.

Рассмотренная физическая ситуация может встречаться в пристеночной плазме токамаков, в плазмохимии, в плазменных технологиях. Влияние высокоэнергетичных электронов на ток отрицательного электрода в плазме необходимо учитывать при зондовых измерениях параметров плазмы. Наконец, полученные в данной работе результаты позволяют определить некоторые пути повышения эффективности ионных источников, например за счет выбора соответствующих типов газового разряда, генерирующих плазму с высокоэнергетичными электронами (отражательный разряд [7], пучково-плазменный разряд [8,9]).

## Список литературы

- [1] Чен Ф. Диагностика плазмы / Под ред. Р. Хаддлстоуна, С. Леонарда. М.: Мир, 1967. С. 94–112.
- [2] Шотт Л. Методы исследования плазмы / Под ред. В. Лохте-Хольтгревена. М.: Мир, 1971. С. 459–479.
- [3] Lejeune C. // Appl. Charg. Part. Opt. Pt C. New York, 1983. P. 207–293.
- [4] Алексеев Б.В., Котельников В.А. Зондовый метод диагностики плазмы. М.: Энергоатомиздат, 1988. 240 с.
- [5] Морозов И.Н., Настоящий А.Ф. // ТВТ. 1995. Т. 33. № 2. С. 179–184.
- [6] Bohm D., Burhop P.H.E., Massey H.S.M. The Characteristics of Electrical Discharges in Magnetic Fields / Ed. A. Guthrie, R.K. Wakerling, Mebiaw-Hill, 1949. P. 360–366.
- [7] Демирханов Р.А., Курсанов Ю.В., Скрипаль Л.П. // ЖТФ. 1969. Т. 39. Вып. 4. С. 666–668.
- [8] Демирханов Р.А., Курсанов Ю.В., Скрипаль Л.П. // ЖТФ. 1970. Т. 40. Вып. 7. С. 1351–1354.

- [9] Волколупов Ю.Я., Мартинсон А.Ж., Рыльцев П.И. // Тез. докл 8-й Всесоюз. конф. по эмиссионной электронике. М.: Наука, 1981. С. 262–263.
- [10] Sevaras L. // Nucl. Instr. Meth. 1965. Vol. 38. P. 12–17.
- [11] Карчевский А.И., Аверин В.Г., Безмельницын В.Н. // ЖЭТФ. 1970. Т. 58. С. 1131–1135.
- [12] Демирханов Р.А., Курсанов Ю.В., Скрипаль Л.П. // ЖТФ. 1974. Т. 44. Вып. 7. С. 1424–1431.
- [13] Мартенс В.Я. // ЖТФ. 1996. Т. 66. Вып. 5. С. 70–76.
- [14] Крейндель Ю.Е., Литвинов Е.А., Садовская Е.Ю. // ЖТФ. 1989. Т. 59. Вып. 10. С. 47–53.
- [15] Крейндель М.Ю., Литвинов Е.А. // ЖТФ. 1992. Т. 62. Вып. 5. С. 159–163.
- [16] Мартенс В.Я. // ЖТФ. 2002. Т. 72. Вып. 11. С. 0000.
- [17] Мустафаев А.С., Мезенцев А.П., Симонов В.Я. и др. // ЖТФ. 1984. Т. 54. Вып. 11. С. 2153–2157.
- [18] Демидов В.И., Симонов В.Я. // Тез. докл. 7-й Всесоюз. конф. по физике низкотемпературной плазмы. Ташкент, 1987. Ч. 2. С. 210–211.