

01;03;07

## Возникновение динамической анизотропии газа в условиях оптико-механического параметрического резонанса

© С.В. Сипаров

Академия гражданской авиации,  
196210 Санкт-Петербург, Россия  
e-mail: sergey@siparov.spb.su

(Поступило в Редакцию 26 марта 2002 г.)

Получено приближенное кинетическое уравнение, описывающее газ двух- или трехуровневых атомов, находящихся во внешнем поле лазерного излучения в условиях оптико-механического параметрического резонанса, приводящего к колебаниям атомов вдоль волнового вектора поля. Указанное приближение применимо к газу цилиндрических частиц, оси которых сохраняют пространственную ориентацию, что делает газ анизотропным. Полученная замкнутая система уравнений для макропараметров допускает численное решение. Приведен феноменологический вывод выражений для коэффициентов переноса, описывающих диффузию, вязкость и теплопроводность, которые становятся зависящими от направления. Если газ представляет собой смесь нескольких газов, для одного из которых выполнены условия оптико-механического параметрического резонанса, возникает двухтемпературная среда.

### Введение

Анизотропная жидкость, т. е. жидкий кристалл, является известной и хорошо изученной системой [1]. Газ тоже может проявлять анизотропию, по крайней мере с точки зрения своих электрических свойств, если он состоит из дипольных молекул и находится в статическом электрическом поле. Однако в этом случае заметного влияния такой анизотропии на характеристики переноса в газе не оказывается. Ниже будет обсуждаться анизотропная газовая система, возникающая в условиях оптико-механического параметрического резонанса (ОМПР).

Обнаруженный недавно теоретически [2–4], эффект ОМПР проявляется во взаимосвязи между электромагнитным излучением и динамическим поведением двух- или трехуровневого атома в газе и имеет целый ряд содержательных приложений [4–6]. В частности, если атом находится в поле сильного резонансного лазерного излучения, состоящего из двух мод с близкими частотами  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  (бихромат), и выполняются условия ОМПР с учетом возможного доплеровского сдвига частоты, то на атом действует осциллирующая сила, определяемая выражением

$$F = \eta k \alpha_R H(a, \sigma, \nu) \cos[(\Omega_2 - \Omega_1)t + \psi(\nu)]. \quad (1)$$

Здесь  $k$  — волновой вектор внешнего поля;  $\alpha_R$  — частота Раби ( $E$  — электрическая компонента внешнего поля,  $\mu$  — дипольный момент атома);  $(\Omega_2 - \Omega_1)$  представляет собой расстройку бихромата; безразмерный коэффициент  $H(a, \sigma, \nu)$  имеет порядок единицы (остальные обозначения приведены в Приложении). В этом случае атом начинает колебаться параллельно лазерному лучу. Термин „сильное“ поле означает, что атомные переходы полностью определяются внешним полем и населенность осциллирует с частотой Раби. Другими словами,

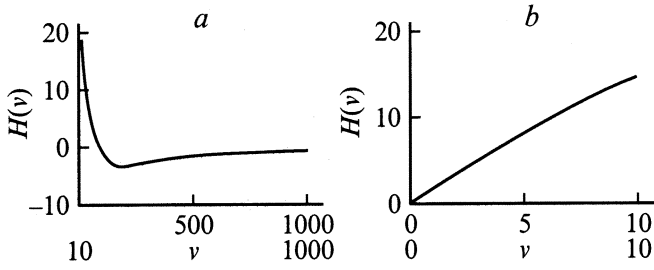
$\alpha_R \gg \gamma$ , где  $\gamma$  — обратное время жизни возбужденного состояния. В обычных лабораторных условиях (например, при использовании титан-сапфирового лазера с мощностью 1 W) оптическим атомным переходам соответствует  $\alpha_R = 10^8 - 10^9 \text{ s}^{-1}$ , а одно из условий ОМПР состоит в том, что расстройка бихромата  $(\Omega_2 - \Omega_1)$  практически совпадает с частотой Раби  $\alpha_R$ . Из другого условия ОМПР следует [4] выражение для величины  $A$  амплитуды атомных колебаний  $A = \gamma / k \alpha_R$ . Для тех же обычных условий амплитуда колебаний  $A$  пропорциональна  $10^{-9} \text{ m}$ . Рассматривая влияние ОМПР на газовую систему в целом, можно ожидать существенного изменения ее свойств и характеристик переноса.

### Кинетический подход

Для описания газа в условиях ОМПР с точки зрения молекулярно-кинетической теории необходимо модифицировать кинетическое уравнение Больцмана [7] с учетом существования неградиентной осциллирующей силы, определяемой уравнением (1), что дает

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial u_x} \left( \frac{F}{m} f \right) = J(f, f). \quad (2)$$

Здесь  $f$  — функция распределения скоростей,  $m$  — масса атома,  $J$  — интеграл столкновений. Пусть  $c_0$  — скорость атома, обеспечивающая резонанс излучения с атомным переходом с учетом доплеровского сдвига. Из всех атомов газа только те придут в колебания (вдоль оси  $x$ ), чьи скорости распределены в окрестности  $c_0$  в интервале  $\delta c$ . Для вовлечения в эффект как можно большего числа атомов следует выбрать  $c_0$  как можно ближе к наиболее вероятной термической скорости атомов газа, которая для комнатных температур составляет  $10^3 \text{ m/s}$ , и настроить частоту лазера



Зависимость безразмерной амплитуды силы от скорости движения атома (m/s): а) комнатные температуры, б) низкие температуры.

соответственно. В [2] было показано, что  $\delta c$  пропорционально  $10^2$  m/s, поэтому, чтобы вовлечь в колебания все атомы, следует обеспечить температуру порядка нескольких кельвинов. Но в этом случае амплитуда силы начинает сильнее зависеть от скорости, чем при комнатных температурах (см. рисунок), и становится почти линейной. Решение уравнения (2) в общем случае представляет очевидные математические трудности.

Выберем приближенное выражение  $F_1$  для силы  $F$ , действующей на атомы,

$$F_i = H \cos((\Omega_2 - \Omega_1)t + \psi) \times (\theta(u_x - c_0) - \theta(c_0 + \delta c - u_x)), \quad (3)$$

где  $H$  — постоянная (см. рисунок, а),  $\theta(x)$  — тэта-функция Хэвисайда.

Тогда приближенное решение уравнения (2) может быть получено, если левая часть (2) много меньше, чем правая. Это ограничение соответствует ситуации, когда частота атомных колебаний существенно превышает частоту атомных столкновений.

При нормальном атмосферном давлении частота атомных столкновений в газе составляет  $10^9$  s<sup>-1</sup>. Поскольку эта величина совпадает с частотой атомных колебаний, обусловленных ОМПР при значении интенсивности внешнего поля, упомянутом во Введении, в этих условиях эффект ОМПР будет невозможно из-за столкновений. Но если газ будет более разрежен или поле будет более интенсивно, ситуация изменится. Частота колебаний может существенно превысить частоту столкновений, и времени пролета между столкновениями будет достаточно для установления режима ОМПР. Рассматривая промежутки времени, величины которых сопоставимы с временем пролета, можно заметить, что при движении между столкновениями быстро колеблющийся атом можно считать частицей, имеющей форму цилиндра, высота которого  $h$  равна удвоенной амплитуде колебаний  $h = 2A$ , а диаметр  $d$  равен диаметру атома. Ось цилиндра при любых движениях атома сохраняет пространственную ориентацию вдоль волнового вектора поля. Это позволяет считать, что газ становится динамически анизотропным.

Введем макроскопические параметры

$$n = \int f du; \quad \bar{u} = \frac{1}{n} \int uf du; \\ \langle \varepsilon \rangle = \frac{1}{n} \int \frac{1}{2}(u - \bar{u})^2 f du; \quad \langle \varepsilon \rangle = \frac{3k_B T}{2} \quad (4)$$

и с помощью уравнения (2) получим следующие уравнения:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = 0; \quad \frac{\partial u_y}{\partial t} = \frac{\partial u_z}{\partial t} = 0; \\ \frac{\partial u_x}{\partial t} = n_\delta \frac{H}{m} \cos((\Omega_2 - \Omega_1)t + \psi); \\ n \frac{\partial \langle \varepsilon \rangle}{\partial t} = q_\delta \frac{H}{m} \cos((\Omega_2 - \Omega_1)t + \psi), \quad (5)$$

где

$$n_\delta = \int_{-\infty}^{\infty} du_y \int_{-\infty}^{\infty} du_z \int_{c_0}^{c_0 + \delta c} f du_x; \\ q_\delta = \int_{-\infty}^{\infty} du_y \int_{-\infty}^{\infty} du_z \int_{c_0}^{c_0 + \delta c} (u_x - \bar{u}_x) f du_x. \quad (6)$$

Если левая часть кинетического уравнения (2) мала, то первое приближение для функции распределения скоростей имеет локально-максвелловскую форму

$$f = n \left( \frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \exp \left[ -\frac{m}{2k_B T} (u - \bar{u})^2 \right]. \quad (7)$$

Тогда для  $n_\delta$  и  $q_\delta$  можно получить следующие выражения:

$$n_\delta = \frac{n}{2} \left\{ \Phi \left[ \sqrt{\frac{2k_B T}{m}} (c_0 - \bar{u}_x + \delta c) \right] - \Phi \left[ \sqrt{\frac{2k_B T}{m}} (c_0 - \bar{u}_x) \right] \right\}, \quad (8) \\ q_\delta = n \sqrt{\frac{k_B T}{2\pi m}} \left\{ \exp \left[ -\frac{m}{2k_B T} c_0^2 \right] - \exp \left[ -\frac{m}{2k_B T} (c_0 + \delta c)^2 \right] \right\}, \quad (9)$$

где  $\Phi$  — интеграл вероятностей.

Таким образом, система уравнений, описывающих свойства газа вблизи  $c_0$ , является замкнутой и может быть решена численно. Свойства газа вне интервала скоростей  $\delta c$ , где никакой силы на атомы не действует, описываются обычным образом. Очевидным недостатком этой теории является наличие сингулярностей в точках  $c_0$  и  $c_0 + \delta c$ , обусловленных тэта-функцией в левой части. При этих значениях скорости условия избранного приближения нарушаются и само приближение неприменимо.

## Коэффициенты переноса

Динамически анизотропный газ будет обладать коэффициентами переноса, зависящими от направления. Известный феноменологический вывод коэффициентов переноса дает следующие выражения для коэффициентов диффузии  $D$ , вязкости  $\eta$  и теплопроводности  $\lambda$ :

$$D = \frac{1}{3}\bar{u}l; \quad \eta = \frac{1}{3}\bar{u}l m n; \quad \lambda = \frac{1}{2}\bar{u}l k_B n. \quad (10)$$

Здесь  $\bar{u}$  — средняя скорость частиц газа,  $l$  — длина свободного пробега,  $m$  — масса частицы,  $n$  — концентрация атомов,  $k_B$  — постоянная Больцмана. Для дальнейшего интерес представляет длина свободного пробега  $l$ . Если частицы — твердые сферы, то известное выражение для длины свободного пробега  $l$  имеет вид

$$l = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}, \quad (11)$$

где  $d$  — диаметр частицы.

Для нормальных условий длина свободного пробега пропорциональна  $10^{-7}$  м, следовательно, для разреженного газа эта величина возрастает. В качестве приближения для описания колеблющегося атома рассмотрим частицу в виде цилиндра с диаметром  $d$ , равным атомному диаметру, и высотой  $h = 2A$ . Длина свободного пробега такой частицы в направлении лазерного луча не претерпит заметных изменений, поскольку амплитуда  $A$  составляет менее 1% от величины  $l$ . Но для двух направлений, ортогональных лучу, это не так. Как следует из известного вывода выражения (11), для этих направлений площадь поперечного сечения  $\pi d^2$  в (11) надо заменить на величину  $hd$ , характеризующую цилиндр. Это означает, что длина свободного пробега  $l$  в этих направлениях будет в  $h/\pi d$  раз меньше, чем в направлении лазерного луча. С учетом (10) коэффициенты диффузии, вязкости и теплопроводности в направлениях, перпендикулярных лазерному лучу, будут также в  $h/\pi d$  раз меньше, чем в направлениях, параллельных лучу. Для величины интенсивности внешнего поля, упомянутой выше, величина  $h/\pi d \sim 2 \cdot 10^{-9}/\pi 2 \cdot 10^{-10} \sim 3$ , что представляется достаточным для обеспечения наблюдаемого эффекта в эксперименте. Чтобы упростить эксперимент и наблюдать не самодиффузию, а диффузию, можно взять смесь атомов, такую что условия ОМПР будут выполняться только для одного из сортов. Его коэффициента диффузии, измерение которого проще, чем измерение коэффициента самодиффузии, будут различаться для разных направлений, что позволит выявить анизотропию газа.

## Термодинамические свойства динамически анизотропного газа

Термодинамические свойства динамически анизотропного газа также изменятся. В случае ОМПР смысл понятия „температура“ приобретает новые черты, сходные

с теми, что имеют в виду, когда говорят о кинетической температуре межзвездного газа, атомы которого двигаются с большей скоростью в одном направлении. Теперь вместо прямолинейного движения имеет место колебательное движение в одном направлении, соответствующее двум дополнительным степеням свободы. Их энергия  $\langle \epsilon \rangle_v = (1/2)mA^2(\Omega_2 - \Omega_1)^2$  соответствует дополнительной температуре  $\delta T$ , определяемой мощностью лазера, так что  $\langle \epsilon \rangle_v = (2/2)k_B \delta T$ . Это означает, что газовая среда, изначально находившаяся в равновесии с окружающей средой, при выполнении условий ОМПР станет источником тепла. Таким образом, электромагнитная энергия излучения преобразуется в механическую энергию колебаний отдельных атомов, т.е. в тепловую энергию газа в целом. Тепловой поток на стенку будет определяться столкновениями частиц в непосредственной близости от стенки. Разница температур между источником тепла и окружающей средой определяется энергией атомных колебаний, т.е. энергией, которую закачивает в систему лазер. Такой подход к описанию происходящего предполагает и существование анизотропии давления газа. Таким образом, в динамически анизотропном газе, находящемся в условиях ОМПР, изменится и распространение звука: оно приобретет тензорный характер.

Если газ представляет собой смесь, упомянутую в конце предыдущего раздела, то нетрудно видеть, что, поскольку в ОМПР принимает участие лишь одна компонента смеси, возникает двухтемпературная среда. В этом случае разность температур составит  $\delta T = \langle \epsilon \rangle_v / k_B$ , что дает весьма незначительную величину.<sup>1</sup>

Источники тепла распределены по объему газа, в то время как теплопроводность среды является анизотропной. Это означает, что потоки тепла через боковые и фронтальные стенки контейнера будут различными. В то же время температура стенок  $T$  одна и та же. Выражение для теплового потока  $q$  от нагретого тела имеет вид

$$q = \alpha(T - T_0), \quad (12)$$

где  $T_0$  — температура окружающей среды;  $\alpha$  — коэффициент теплообмена, обычно определяемый экспериментально.

Следует отметить, что анизотропия газа приведет к различным значениям коэффициента теплообмена на боковых стенках контейнера  $\alpha_\sigma$  и на фронтальных стенках контейнера  $\alpha_\phi$ . Разница времен, необходимых для разогрева одиноковых тел, находящихся в контакте с боковой и фронтальной стенками контейнера, до одинаковых температур могла бы указать на анизотропию газа.

<sup>1</sup> Разница эффективных температур  $\delta T$  может быть увеличена вдвое или втрое при использовании дополнительных лазерных лучей ортогональных исходному. Эти излучения, конечно, также должны удовлетворять условиям ОМПР.

## Заключение

Феноменологический вывод выражений для коэффициентов переноса, приведенный здесь, является, конечно, приближенным. Строгий математический вывод, базирующийся на первых принципах, т.е. на кинетическом уравнении Больцмана, представляет собой более сложную задачу, находящуюся в процессе решения. Решая ее, необходимо модифицировать максвелловскую функцию распределения атомов по скоростям. Сравнивая приведенные теоретические результаты с предполагаемыми результатами эксперимента, следует также учесть влияние температуры. При комнатных температурах только часть атомов будет давать вклад в эффект анизотропии. Для улучшения ситуации следует использовать такие низкие температуры, что в условиях ОМПР окажутся все атомы. Это может быть достигнуто путем использования атомных ловушек. Очевидно, что как теоретические, так и экспериментальные ожидаемые результаты должны коррелировать с приведенными здесь простыми оценками. Последних достаточно для того, чтобы привлечь внимание экспериментаторов к этой проблеме.

Автор выражает глубокую признательность Ю.Г. Чеснокову за полезные обсуждения.

## Приложение

Использованные обозначения

$$H(a, \sigma, \nu) = \frac{a(\sigma^2 + 2\Gamma)}{G^5(J - \sigma)K\sqrt{2}} \left[ 1 + \frac{G - \sigma}{\delta} + \frac{2\sigma(1 - \Gamma)}{\delta(\sigma^2 + 2\Gamma)} \right] \times \sqrt{1 + \Gamma(1 + \sigma^2)^2 + \nu^2},$$

$$K = -\nu^2(\sigma^2 + 2\Gamma) - \sigma^2 - 2\Gamma^3(1 + \sigma^2)^2 - 2\Gamma \left[ 1 + \sigma^2(1 + \sigma^2) + a^2G^2 \frac{(1 + \sigma^2)}{(J - \sigma)^2} \right] - \Gamma^2(1 + \sigma^2)[4 + \sigma^2(1 + \sigma^2)],$$

$$\psi(\nu) = \arccos \frac{1 + \Gamma(1 + \sigma^2)}{\sqrt{1 + \Gamma(1 + \sigma^2)^2 + \nu^2}} + \pi,$$

$$\varepsilon a = \frac{\alpha_{R,2}}{\alpha_{R,1}}, \quad \varepsilon\sqrt{2} = \frac{\gamma}{\alpha_{R,1}}, \quad \sigma = \delta + \kappa u,$$

$$\delta\sqrt{2} = \frac{\Omega_2 - \Omega_1}{\alpha_{R,1}}, \quad \kappa\sqrt{2} = \frac{k}{\alpha_{R,1}},$$

$$\varepsilon\sqrt{2}\Gamma = \frac{\gamma_{1,2}}{\alpha_{R,1}}, \quad G = \sqrt{\sigma^2 + 2}.$$

Здесь  $\alpha_{R,1}$  и  $\alpha_{R,2}$  — частоты Раби сильного бихромата;  $\gamma_{1,2}$  — поперечная константа релаксации;  $u$  — скорость атома;  $\nu = O(1)$  — безразмерный параметр, характеризующий точность настройки на параметрический резонанс [2].

## Список литературы

- [1] *De Gennes P.G., Prost J.* The Physics of Liquid Crystals. Oxford. 1993. 364 p.
- [2] *Казаков А.Я., Сипаров С.В.* // Опт. и спектр. 1997. Т. 83. С. 961–968.
- [3] *Siparov S.* // Phys. Rev. A. 1997. Vol. 55. P. 3704–3709.
- [4] *Siparov S.* // J. Phys. B. 1998. Vol. 31. P. 415–425.
- [5] *Siparov S.* // J. Phys. B. 2001. Vol. 34. P. 2881–2891.
- [6] *Siparov S.* Space-time & Substance. 2001. Vol. 2. P. 44–48.
- [7] *Ферцигер Дж., Канер Г.* Математическая теория процессов переноса в газах. М., 1976. 554 с.