01;03

Влияние релаксации заряда на электромагнитное излучение осциллирующей заряженной вязкой капли

© С.О. Ширяева, А.И. Григорьев, В.А. Коромыслов, А.С. Голованов

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова
E-mail: shir@uniyar.ac.ru

Поступило в Редакцию 16 июля 2001 г.

Получено дисперсионное уравнение для капиллярных колебаний заряженной капли вязкой несжимаемой жидкости конечной электропроводности с учетом энергопотерь на излучение электромагнитных волн. Показано, что интенсивность энергопотерь, связанных с электромагнитным излучением колеблющейся капли, растет при увеличении ее электропроводности и поверхностной подвижности носителей заряда по линейному закону.

1. Исследование электромагнитного излучения от колеблющихся заряженных облачных и дождевых капель представляет интерес как в связи с проблемами радиолокационного зондирования облаков и туманов [1–3], так и в связи с разработкой средств диагностики широкого спектра приложений явления электродиспергирования жидкостей [4–6]. Задача расчета интенсивности электромагнитного излучения от колеблющейся заряженной капли была впервые сформулирована в [1] для невязкой идеально проводящей капли в вакууме. В связи с актуальностью проблемы представляет интерес ответ на вопрос: как влияет на интенсивность электромагнитного излучения неидеальность физических свойств колеблющейся капли: наличие вязкости и конечности скорости переноса заряда.

2. Пусь капля радиуса R вязкой, несжимаемой идеально проводящей жидкости с плотностью ρ, коэффициентами диэлектрической проницаемости и электропроводности ε_1 и σ, коэффициентом поверхностного натяжения γ, коэффициентом кинематической вязкости υ, имеющая заряд Q, находится в вакууме $(\varepsilon_2 = 1)$. Исследуем капиллярные колебания такой капли в сферической системе координат с началом в ее центре,

имея в виду возможность их затухания не только из-за влияния вязкости, но и вследствие излучения ею электромагнитных волн, генерируемых движением перераспределяющегося при осцилляциях капли заряда.

Нижеследующие расчеты проведем в безразмерных переменных, в которых $R = 1$, $\rho = 1$, $\gamma = 1$. Система уравнений электрогидродинамики с электрическим полем, создаваемым зарядом Q, во введенных безразмерных переменных имеет вид:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} = -\nabla P_1 + v\Delta \mathbf{u}; \qquad \operatorname{div} \mathbf{u} = 0;$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D}_j = 0; \qquad \mathbf{D}_j = \varepsilon_j \mathbf{E}_j;$$

$$\Delta \mathbf{E}_j + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}_j}{\partial t^2} = 0; \quad j = 1, 2$$

индекс 1 относится к жидкости, а индекс 2 — к внешней среде; $\varepsilon_1 \equiv \varepsilon$; $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ — поле скоростей движения жидкости в капле; $P_1(\mathbf{r}, t)$ — давление внутри жидкости при наличии внешнего электрического поля; c — скорость распространения электромагнитных волн.

На свободной поверхности капли, описываемой уравнением

$$F(\mathbf{r}, t) \equiv r - 1 - \xi(\theta, t) = 0;$$

должны выполняться следующие граничные условия:

кинематическое:

$$\frac{dF}{dt} \equiv \frac{\partial F}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla F = 0;$$

динамическое для касательных компонент тензора напряжений:

$$(\Pi_{2\tau} - \Pi_{1\tau}) - v \cdot [\boldsymbol{\tau} \cdot (\mathbf{n} \cdot \nabla)\mathbf{u} + \mathbf{n} \cdot (\boldsymbol{\tau} \cdot \nabla)\mathbf{u}] = 0; \quad \Pi_\tau = \frac{\varepsilon}{4\pi} E_n E_\tau;$$

E_n, E_τ — нормальная и касательная компоненты напряженности электрического поля; $\mathbf{n}$ и $\boldsymbol{\tau}$ — орты нормали и касательной к поверхности капли;

динамическое граничное условие для нормальной компоненты тензора напряжений:

$$-(P_1 - P_2) + 2v\mathbf{n} \cdot (\mathbf{n} \cdot \nabla)\mathbf{u} - P_E + P_\gamma = 0;$$

P_2 — давление внешней среды; P_E и P_γ — давления электрических сил и сил поверхностного натяжения.

Граничные условия для электрической индукции $\mathbf{D}_j(\mathbf{r}, t)$ и поверхностной плотности заряда $\varkappa(\theta, t)$ имеют вид:

$$r = 1 + \xi: \quad D_{2n} - D_{1n} = 4\pi\varkappa; \quad E_{2\tau} = E_{1\tau};$$

$$\frac{\partial\varkappa}{\partial t} - \sigma(\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}_1) + \mathrm{div}_\Sigma(\varkappa\mathbf{u}_\tau + \varkappa b\mathbf{E}_\tau) = 0;$$

$$-\frac{1}{4\pi}\oint_S \varkappa\, ds = Q, \quad S = [r = 1 + \xi(\theta, t), 0 \leqslant \theta \leqslant \pi],$$

$$r \to \infty: \qquad D_2 \to 0;$$

$$r \to 0: \qquad D_1 \to 0;$$

b — подвижность заряженных частиц; $\mathbf{u}_\tau$, $\mathbf{E}_\tau$ — вектора, лежащие в касательной плоскости; $\mathrm{div}_\Sigma\mathbf{a}$ — поверхностная дивергенция.

Кроме того, пусть выполняются: условие постоянства объема капли

$$\int_V dV = \frac{4}{3}\pi$$

и условие неподвижности центра масс капли

$$\int_V \mathbf{r}\, dV = 0.$$

3. Приведенная система уравнений представляет собой математическую формулировку задачи, решение которой стандартным способом (см., например, [1,7,8]) приводит к дисперсионному уравнению, определяющему спектр реализующихся в капле периодических и апериодических движений жидкости:

$$(S - 2g_n \cdot \upsilon)\Big[S^2 + n(n-1)(n+2) + \frac{Q^2}{2\pi}n - \frac{Q}{4\pi}B_n \cdot G_n \cdot n^2(n+1)\Big]$$
$$+ 2S^2\upsilon(n-1)(2n+1) - S^2 \cdot \frac{Q}{4\pi} \cdot G_n\Big[H_n \cdot g_n - \frac{S}{c}(n+1)(2n+1)\Big]$$
$$+ S \cdot \upsilon \cdot \frac{Q}{4\pi} \cdot G_n \cdot \Big[2g_n \cdot n^2 \cdot (n+1) - n(n-1)(n+1)^2 + 4H_n \cdot g_n \cdot n$$
$$+ H_n \cdot n(n^2-1)(n-2)\Big] - 4S\upsilon^2 g_n \cdot n(n-1)(n+2)$$
$$+ \frac{Q}{4\pi}G_n \cdot g_n \cdot n\Big\{H_n\Big[\frac{Q^2}{2\pi} - (n-1)(n+2)\Big] - \frac{Q^2}{4\pi}n(n+1)\Big\} = 0; \qquad (1)$$

$$H_n \equiv -n - (2n+1)\,\frac{S}{c}; \quad g_n(x) \equiv x\,\frac{i_{n+1}(x)}{i_n(x)}; \quad x \equiv \sqrt{\frac{v}{S}};$$

$$B_n \equiv \frac{2S + n \cdot \lambda_n}{n(n+1)}; \quad G_n \equiv \frac{Q}{S - f_n \cdot \lambda_n};$$

$$\lambda_n \equiv \varepsilon S + 4\pi\sigma + b \cdot Q(n+1); \quad f_n \equiv \frac{H_n}{(n+1)}.$$

В (1) S и n — частота и номер моды капиллярных осцилляций капли; $i_n(x)$ — модифицированная сферическая функция Бесселя.

Численный анализ дисперсионного уравнения (1) показал, что величина декремента затухания χ_n капиллярных осцилляций капли, связанного с излучением ею электромагнитных волн, растет по линейному закону с увеличением электропроводности жидкости σ и поверхностной подвижности носителей заряда b, как это видно из рис. 1, 2, где приведены соответствующие зависимости для моды с $n = 100$, реализующихся на безразмерной частоте $\mathrm{Im} S \approx 1500$ (для капли воды с $R = 1$ mm это соответствует частоте ≈ 200 kHz). Интенсивность

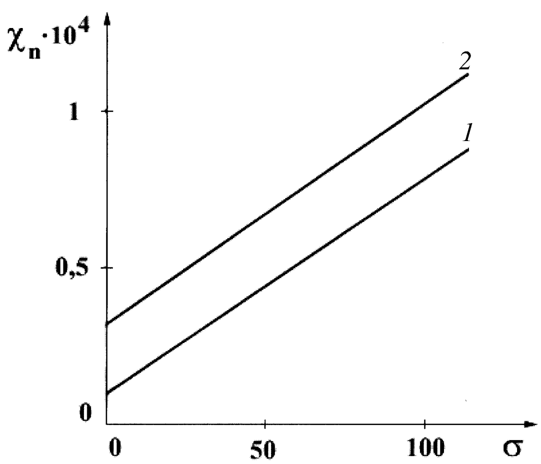

Рис. 1. Зависимость величины безразмерного декремента затухания χ_n капиллярных осцилляций капли от безразмерной электропроводности жидкости σ при $n = 100$, $Q = 1$, $b = 0,5$, $\varepsilon = 80$: *1* — $v = 0$, *2* — $v = 10^{-9}$.

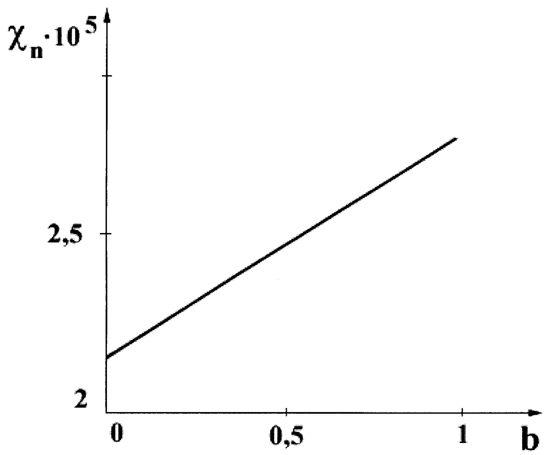

Рис. 2. Зависимость величины безразмерного декремента затухания χ_n капиллярных осцилляций капли от безразмерной поверхностной подвижности носителей заряда b при $n = 100$, $\sigma = 25$, $\varepsilon = 80$, $v = 0$.

электромагнитного излучения при этом увеличивается $\sim \chi_n \cdot \exp(2\chi_n t)$. Из рис. 1 видно, что наличие малой вязкости никак не сказывается на зависимости декремента затухания χ_n, связанного с электромагнитным излучением капли, от электропроводности σ, приводя лишь к ее параллельному сдвигу. Численные расчеты по (1) показывают, что и для больших значений вязкости качественный вид зависимости $\chi_n = \chi_n(\sigma, b)$ остается по-прежнему линейным. С увеличением заряда Q (с увеличением поверхностной плотности заряда $\varkappa$) и номера моды n ее капиллярных осцилляций при конечных значениях электропроводности σ и подвижности b декремент χ_n растет квадратично по Q и по n, что согласуется с данными [1], полученными для невязкой идеально проводящей капли.

Влияние вязкости, не сказываясь на функциональной зависимости декремента затухания χ_n капиллярных осцилляций капли, связанного с излучением ею электромагнитных волн: $\chi_n = \chi_n(\sigma, b)$, проявляется в снижении с увеличением v частот колебаний вплоть до полного их исчезновения, что приведет и к прекращению электромагнитного излучения каплей на соответствующей частоте. Так, численные расчеты показывают, что осцилляции моды с $n = 100$ прекращаются при $v \approx 0.05$, а основной моды с $n = 2$ — при $v \approx 0.75$. Существенно также, что интенсивность электромагнитного излучения от капли на фиксированной частоте пропорциональна квадрату частоты [1].

В реальных заряженных жидкокапельных системах естественного происхождения основной вклад в интегральное электромагнитное излучение облака в диапазоне частот порядка сотен килогерц вносят осцилляции при $n = 2$ весьма мелких капелек с $R \sim 10\,\mu$m, обладающих максимальной концентрацией в облаке, и высокомодовые осцилляции большой амплитуды с $n \sim 100$ крупных гидрометеоров с $R \sim 100 \div 1000\,\mu$m.

4. Заключение. Интенсивность электромагнитного излучения осциллирующей заряженной капли с конечными электропроводностью σ и поверхностной подвижностью носителей заряда b с ростом σ и b увеличивается по линейному закону. Ее зависимость от величины заряда Q и номера моды n осцилляций такая же, как и у идеально проводящей капли. Влияние вязкости жидкости v на электромагнитное излучение капли реализуется через зависимость от v частоты осцилляций $\mathrm{Im}S = \mathrm{Im}S(v)$.

Работа выполнена при поддержке гранта президента РФ 00–15–9925.

Список литературы

[1] *Калечиц В.И., Нахутин И.Е., Полуэктов П.П.* // ДАН СССР. 1982. Т. 262. № 6. С. 1344–1347.

[2] *Качурин Л.Г.* Физические основы воздействия на атмосферные процессы. Л.: Гидрометеоиздат, 1990. 463 с.

[3] *Beard K.V., Ali Tokay* // Geophysical Research Letters. 1991. V. 18. N 12. P. 2257–2260.

[4] *Григорьев А.И., Ширяева С.О.* // Изв. РАН МЖГ. 1994. № 3. С. 3–22.

[5] *Григорьев А.И.* // ЖТФ. 2000. Т. 70. В. 5. С. 22–27.

[6] *Белоножко Д.Ф., Григорьев А.И.* // ЭОМ. 2000. № 4. С. 17–28.

[7] *Григорьев А.И., Ширяева С.О.* // Изв. РАН. МЖГ. 1997. № 5. С. 107–118.

[8] *Ширяева С.О.* // ЖТФ. 1999. Т. 69. В. 8. С. 28–36.