

01;05;08

## Влияние дислокаций на дисперсию и затухание ультразвука в твердом теле

© В.И. Ерофеев, В.П. Ромашов

Нижегородский филиал Института машиноведения РАН,  
 Нижний Новгород  
 E-mail: wvs@dynamo.nnov.ru

Поступило в Редакцию 3 августа 2001 г.

Изучается распространение плоской продольной акустической волны в твердом теле с дислокациями. Проанализировано влияние дислокаций на дисперсию фазовой скорости волны, величину и характер затухания. В частности, показано, что имеется пик в частотной зависимости затухания. Произведено сравнение с экспериментальными данными по дислокационной релаксации свинца.

В статье [1] для описания распространения ультразвука в твердом теле, с учетом наличия в нем дислокаций, предложены следующие уравнения:

$$\rho \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} U_i = \frac{\partial^2}{\partial x_k^2} P_{ik}; \quad A \cdot \frac{d^2}{dt^2} \xi_i + B \cdot \frac{d}{dt} \xi_i = f_i, \quad (1)$$

где  $A$  и  $B$  — масса и коэффициент затухания колебаний дислокации соответственно;  $P_{ik}$  — тензор напряжений,  $f_i$  — сила, действующая на дислокацию. Далее запишем свободную энергию кристалла  $F$  в виде функции от деформации  $U_{ij}$  и дислокационного смещения  $\xi_i$ :

$$F = \frac{1}{2} \cdot \lambda_{ijkl} U_{ij} \cdot U_{kl} + \frac{1}{2} \cdot c_{ik} \cdot \xi_i \cdot \xi_k + \frac{1}{2} \cdot \beta'_{ijkl} \cdot (b_i \cdot \xi_j + b_j \cdot \xi_i) \cdot U_{kl}, \quad (2)$$

где  $\lambda_{ijkl}$  — модули упругости,  $c_{ik}$  — модули "жесткости" дислокации,  $\beta'_{ijkl}$  — тензор акустодислокационного взаимодействия,  $b_j$  — вектор Бюргерса. Используя равенства:

$$P_{ik} = \frac{\partial}{\partial U_{ik}} F, \quad f_i = -\frac{\partial}{\partial \xi_i} F, \quad (3)$$

можно с учетом (2) вычислить правые части в (1). Будем рассматривать далее плоскую волну, распространяющуюся вдоль оси  $x$  в кубическом

кристалле, однородном вдоль осей  $y$  и  $z$ . При этом уравнения движения приобретают вид ( $\xi_i = \xi$ ,  $U_k = U$ ,  $i, k = 1$ ):

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} U - c^2 \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} U = \frac{\beta}{\rho} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \xi; \quad A \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} \xi + B \cdot \frac{\partial}{\partial t} \xi = -\beta \cdot \frac{\partial}{\partial x} U, \quad (4)$$

где  $c$  — скорость продольной волны,  $\beta'_{ijkl} b_j = \beta$ .

Будем искать решение системы уравнений (4) в виде бегущей гармонической волны  $U = U_0 \exp(i(\omega t - kx)) + \text{к.с.}$  и  $\xi = \xi_0 \times \exp(i(\omega t - kx)) + \text{к.с.}$ , где  $U_0$  и  $\xi_0$  — комплексные амплитуды;  $\omega$  — круговая частота,  $k$  — волновое число; к.с. — комплексно-сопряженное слагаемое. Из условия существования решений системы уравнений при равенстве нулю определителя системы найдем выражение для волнового числа  $k = k' + ik''$ . Действительная часть  $k'$  характеризует постоянную распространения, по которой вычисляется фазовая скорость волны  $V_{ph} = \omega/k'$ , мнимая часть  $k''$  характеризует затухание волны. Приравняв нулю определитель и произведя подстановку  $k = k' + ik''$ , получим:

$$A \cdot [\omega^4 - c^2 \cdot \omega^2 \cdot (k' + i \cdot k'')^2] + B \cdot [i \cdot \omega \cdot c^2 \cdot (k' + i \cdot k'')^2 - i \cdot \omega^3] - \frac{\beta^2}{\rho} \cdot (k' + i \cdot k'')^2 = 0. \quad (5)$$

Разделяя вещественную и мнимую части, получим систему уравнений для  $k'$  и  $k''$ :

$$B \cdot \omega \cdot \rho \cdot c^2 \cdot (k''^2 - k'^2) + 2 \cdot k' \cdot k'' \cdot (A \cdot \omega^2 \cdot \rho \cdot c^2 + \beta^2) = -B \cdot \omega^3 \cdot \rho, \quad (6)$$

$$(A \cdot \omega^2 \cdot \rho \cdot c^2 + \beta^2) \cdot (k''^2 - k'^2) - 2 \cdot B \cdot \omega \cdot \rho \cdot c^2 \cdot k' \cdot k'' + A \cdot \omega^4 \cdot \rho = 0. \quad (7)$$

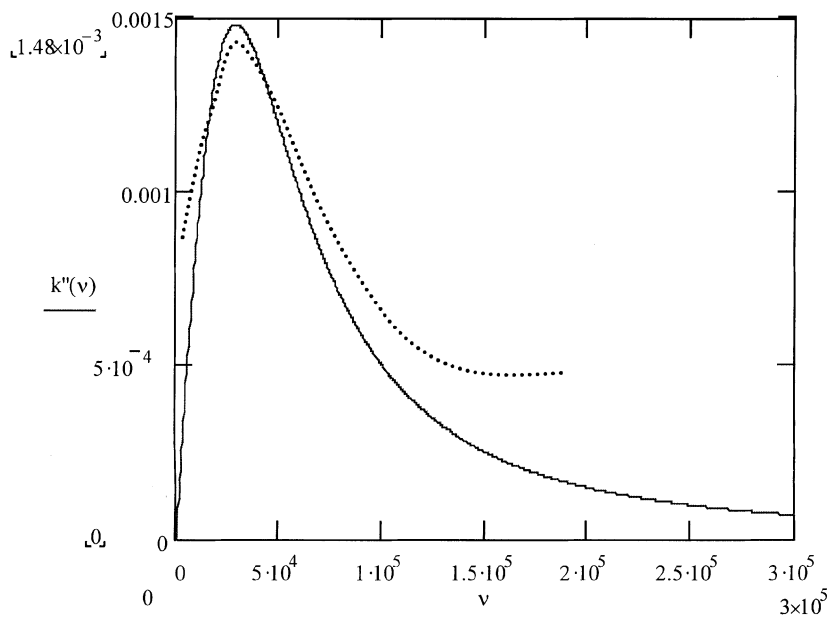
Решая эту систему уравнений, получим:

$$k' = \frac{1}{2} \cdot [-2 \cdot X + 2 \cdot (X^2 + Y^2)^{1/2}]^{1/2}, \quad k'' = \frac{1}{2} \cdot [2 \cdot X + 2 \cdot (X^2 + Y^2)^{1/2}]^{1/2}, \quad (8)$$

где  $X$  и  $Y$ :

$$Y = \omega^3 \cdot \rho \cdot \frac{[B \cdot \omega^2 \cdot \rho \cdot c^2 \cdot A - B \cdot (A \cdot \omega^2 \cdot \rho \cdot c^2 + \beta^2)]}{[B^2 \cdot \omega^2 \cdot \rho^2 \cdot c^4 + (A \cdot \omega^2 \cdot \rho \cdot c^2 + \beta^2)^2]}, \quad (9)$$

$$X = \frac{[B \cdot \omega^4 \cdot \rho^2 \cdot c^2 \cdot \frac{[B \cdot \omega^2 \cdot \rho \cdot c^2 \cdot A - B \cdot (A \cdot \omega^2 \cdot \rho \cdot c^2 + \beta^2)]}{[B^2 \cdot \omega^2 \cdot \rho^2 \cdot c^4 + (A \cdot \omega^2 \cdot \rho \cdot c^2 + \beta^2)^2]} - A \cdot \omega^4 \cdot \rho]}{(A \cdot \omega^2 \cdot \rho \cdot c^2 + \beta^2)}. \quad (10)$$

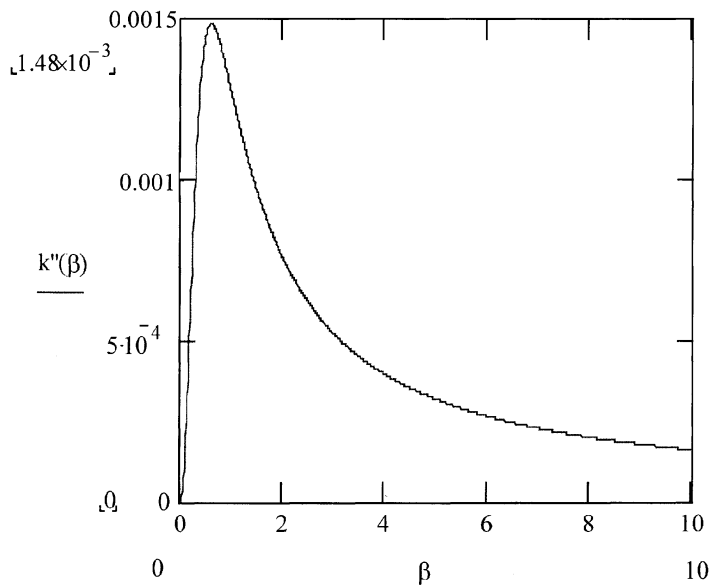


**Рис. 1.** График зависимости коэффициента затухания от частоты колебаний для свинца.

В статье [1] величины эффективной массы и коэффициента затухания колебаний дислокации предполагаются порядка  $\xi^2$ , т.е.  $10^{-20}$ . Принимая также значение для коэффициента акустодислокационного взаимодействия  $\beta = 0.6$  и используя справочные данные для свинца —  $\rho = 11340 \text{ kg/m}^3$  и значение скорости продольной волны  $c = 1300 \text{ m/s}$ , получим следующий вид зависимости затухания от частоты (рис. 1).

Такой вид зависимости затухания от частоты хорошо согласуется с экспериментальными данными по внутреннему трению свинца (пунктирная линия) [2], полученными при температуре 95 К. При этом с экспериментальными данными совпадает не только частота, соответствующая максимальному затуханию, но и порядок величин самого коэффициента затухания.

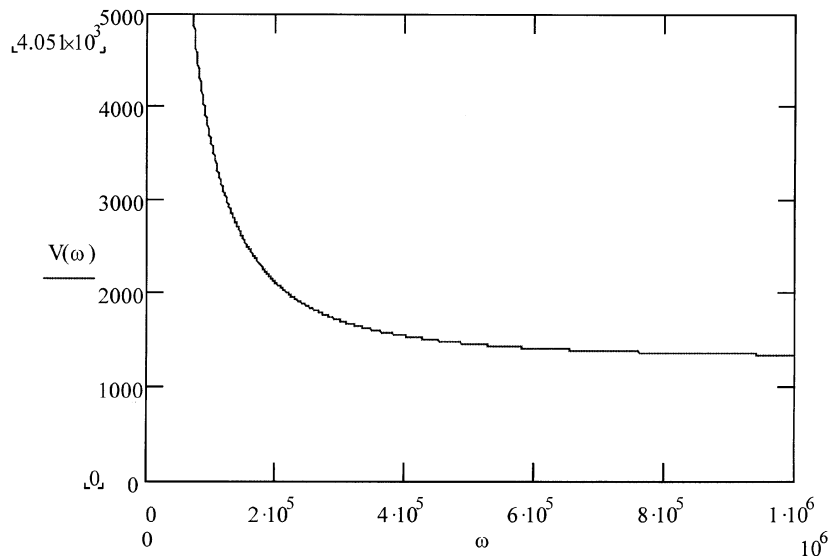
Интересно рассмотреть влияние эффективной массы, коэффициента затухания колебаний дислокации и коэффициента акустодислокацион-



**Рис. 2.** График зависимости коэффициента затухания от коэффициента акустодислокационного взаимодействия  $\beta$ .

ного взаимодействия на характер зависимости затухания от частоты и величину коэффициента затухания. Увеличение значения эффективной массы дислокации не изменяет форму кривой, но при этом пик затухания смещается в область меньших частот. Кроме того, величина коэффициента затухания уменьшается. Увеличение значения коэффициента затухания колебаний дислокации приводит к увеличению затухания колебаний в теле, но при этом не изменяется ни форма кривой, ни частота максимального затухания.

Более сложное влияние на коэффициент затухания оказывает коэффициент акустодислокационного взаимодействия  $\beta$ . Используя вышеприведенные данные для свинца и зафиксировав частоту колебаний  $\omega = 30000$  Hz, получим вид зависимости коэффициента затухания от коэффициента акустодислокационного взаимодействия  $\beta$ , показанный на рис. 2.



**Рис. 3.** График зависимости скорости распространения звука от частоты.

График зависимости фазовой скорости от частоты колебаний имеет вид, показанный на рис. 3 (использованы вышеприведенные данные для свинца).

Фазовая скорость стремится к бесконечности при  $\omega = 0$  и асимптотически стремится к табличному значению для скорости продольной волны в свинце при частоте, стремящейся к бесконечности.

В статье [1] ничего не говорится о величине коэффициента акустодислокационного взаимодействия  $\beta = \beta'_{ijkl} b_j$ . Хорошо согласующиеся с экспериментальными данными результаты получаются при значениях  $\beta$  порядка 1. Таким образом,  $\beta'_{ijkl}$  — тензор акустодислокационного взаимодействия должен иметь значения порядка  $10^{10}$ , чтобы его произведение на вектор Бюргерса (величины порядка  $10^{-10}$  м) равнялось 1. В экспериментах по изучению внутреннего трения металлов с ГЦК решеткой [2], обнаруживающих пик коэффициента затухания (пик Бордони), непременным условием является отсутствие у изучаемых образцов наклепа, т.е. плотность дислокаций в образце составляет

не более  $10^9 - 10^{10} \text{ м}^{-2}$ . Таким образом, логично предположить, что тензор акустодислокационного взаимодействия пропорционален плотности дислокаций в материале. Кроме того, вероятно зависимость акустодислокационного взаимодействия от температуры, на что указывает наличие пика в зависимости коэффициента затухания от тензора акустодислокационного взаимодействия.

На основании всего вышеизложенного можно сделать следующие выводы: данный подход позволяет, привлекая представления о физической сущности происходящих процессов только на начальной стадии записи исходных уравнений (1) и (2), без построения дополнительных моделей, получать результаты, хорошо согласующиеся с экспериментальными данными по дислокационной релаксации металлов; отразив в исходных уравнениях факт наличия в твердом теле дислокаций, мы получаем пик в зависимости затухания от частоты.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ (00-02-17337).

## Список литературы

- [1] Бурлак Г.Н., Островский И.В. // Письма в ЖТФ. 1997. Т. 23. В. 18. С. 69–74.
- [2] Ван Бюрен. Дефекты в кристаллах. М.: Изд-во иностр. лит., 1962. 297 с.