

01

О диагностике регулярных и хаотических режимов движения при помощи функции числа состояний динамической системы

© А.Л. Тукмаков

Институт механики и машиностроения КНЦ РАН, Казань

E-mail: tukmakov@mail.knc.ru

Поступило в Редакцию 31 октября 2001 г.

Предлагается метод анализа типа динамического поведения, основанный на построении функции числа состояний системы и предназначенный для диагностики ламинарных и турбулентных фаз движения.

В настоящее время интенсивно развиваются работы, в которых для классификации ламинарных и турбулентных фаз движения используется функция информации Тсаллиса [1]:

$$I_T = \frac{1}{1-q} \left(\sum_{i=1}^N (p_i)^q - 1 \right). \quad (1)$$

Здесь N — число состояний системы, p_i — вероятность реализации i -состояния. Для того чтобы применить (1) к анализу временной реализации сигнала, необходимо тем или иным способом определить пространство состояний динамической системы и найти вероятности этих состояний. Для получения зависящей от времени функции информации обычно используется принцип оконного выделения [2]: на временной оси выбирается интервал ΔT и информация (1), найденная для данного интервала, отождествляется с моментом времени, соответствующим середине или правой границе временного окна. Далее окно смещается вдоль временной оси, что позволяет построить зависимость информации от времени. Пространство состояний можно ввести, например, с помощью покрытия аттрактора в фазовом пространстве сеткой с заданным разбиением (рис. 1). Попадание точки аттрактора в ячейку (j, k) в этом случае отождествляется с состоянием системы, имеющим номер $(k-1)J + j$. В пределах текущего временного окна определяется общее

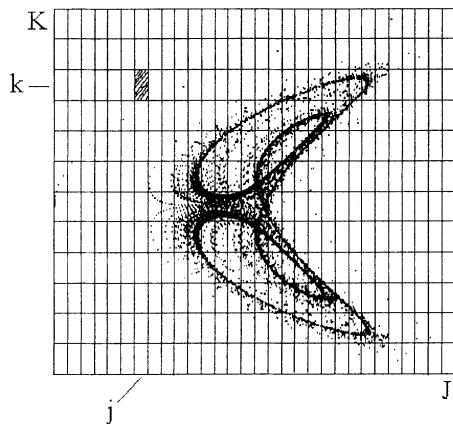


Рис. 1. Введение пространства состояний динамической системы с помощью покрытия сеткой области фазового пространства, занятой аттрактором. J, K — число ячеек сетки в x - и y -направлениях.

число различных состояний системы N , составляющих полную систему событий, находятся вероятности их реализации p_i , где $i = (1, N)$, вычисляется значение информации в момент времени $t = \Delta T/2$. Затем временное окно сдвигается на $\Delta \tau$ и определяется значение информации в момент времени $t = \Delta T/2 + \Delta \tau$ и т. д.

При $q = 0$ информация Тсаллиса $I_T(t) = N(t) - 1$, где $N(t)$ — число состояний системы в момент времени t . Анализ поведения информации Тсаллиса при переходе к хаосу через перемежаемость показывает, что турбулентные и ламинарные фазы движения различаются числом состояний, в которых может находиться система. По этой причине для анализа типа динамического поведения можно использовать текущее число состояний системы.

Диагностирование ламинарных и турбулентных фаз проведем на примере анализа решения системы уравнений Лоренца [3] при следующих значениях управляющих параметров: $\sigma = 10$, $b = 8/3$, $r = 170.5$, в этом случае параметр надкритичности $r - r^v = 170.5 - 166.07 = 4.43$:

$$\dot{x} = \sigma(y - x), \quad \dot{y} = rx - xz - y, \quad \dot{z} = xy - bz. \quad (2)$$

Система (2) решалась численно. Значения функций x , y , z в момент времени t^{n+1} записывались в виде отрезка ряда Тейлора в окрестности значений в момент времени t^n . Производные высших порядков выражались через производные первого порядка, что позволяло осуществить переход на $(n+1)$ временной слой. Использовалось 4 первых члена ряда Тейлора, метод имел 4-й порядок точности. В приведенных расчетах временной шаг составлял $\Delta t = 0.0001$.

Будем подсчитывать число состояний системы по следующему правилу: в текущий момент времени число состояний системы S увеличивается на единицу, если оно встречается впервые. В зависимости от глубины анализа под состоянием может пониматься состояние в текущий момент времени $S(t^n)$ либо совокупность состояний $(S(t^n), S(t^{n-1}), \dots, S(t^{n-k}))$.

Начальный этап роста функции $S(t)$ (рис. 2, *a*) связан с накоплением числа неповторяющихся состояний системы. С течением времени наблюдается насыщение функции $S(t^n)$: пространство ее состояний исчерпывается достаточно быстро. При усложнении понятия "состояния" процесс насыщения происходит более медленно (кривые 2, 3 на рис. 2, *a*). Ламинарным окнам функции $y(t)$ (рис. 2, *c*) соответствуют горизонтальные участки функции S . В областях турбулентности функция S нарастает, что связано с появлением новых состояний динамического процесса. Нужно отметить, что в рамках данного подхода состояние турбулентного всплеска, отмеченное в предыдущие моменты времени, в последующие моменты времени будет восприниматься как ламинарное, что и приводит к "насыщению" функции $S(T)$ и к необходимости анализа следующего по глубине вложения понятия "состояния" системы.

Избежать процесса "насыщения" функции $S(t)$ можно с помощью ограничения множества анализируемых состояний. Введем временное окно шириной ΔT . Для построения функции числа состояний $S(t^n)$ будем анализировать состояния, которые были реализованы в пределах временного окна в интервале $t^n - \Delta T < t < t^n$. Информация о состояниях при $t < t^n - \Delta T$ отсутствует, функция $S(t^n)$ увеличивается на единицу, если состояние, соответствующее моменту времени t^n в пределах текущего временного окна (при $t^n - \Delta T < t < t^n$), не встречалось. На рис. 2, *b* представлены результаты анализа ламинарных и турбулентных фаз y -составляющей системы Лоренца на основе подсчета числа состояний системы, реализующихся в смещающемся вдоль временной оси окне шириной $\Delta T = 3$. Сопоставление кривых 1 и 2 на

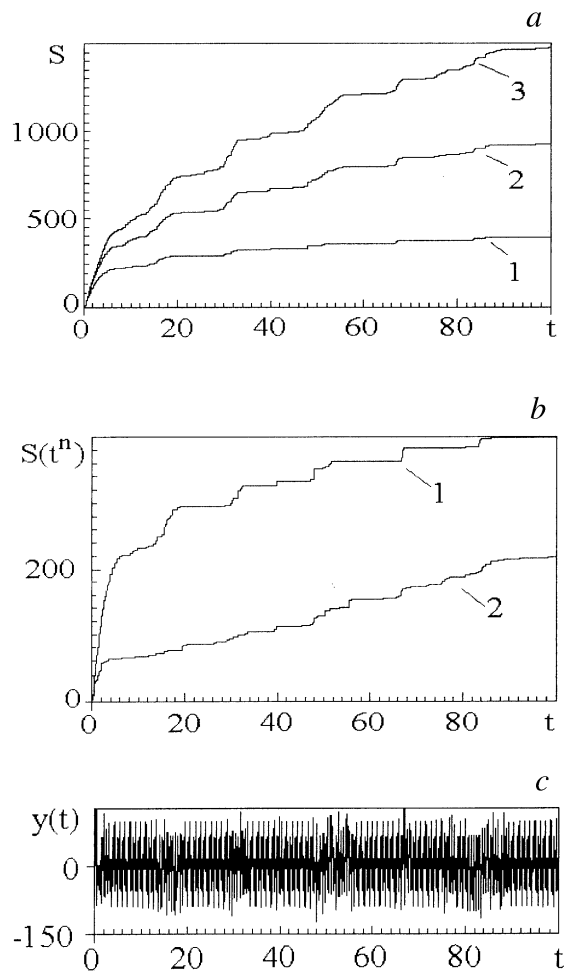


Рис. 2. *a* — число состояний динамической системы при различной глубине анализа: 1 — $S = S(t^n)$; 2 — $S = S(t^n, t^{n-1})$; 3 — $S = S(t^n, t^{n-1})$; *b* — сопоставление числа состояний $S(t^n)$ при использовании временного окна (кривая 2) и без временного окна (кривая 1); *c* — зависимость y -составляющей системы Лоренца от времени.

рис. 2, *b* и кривой $y(t)$ на рис. 2, *c* указывает на отсутствие ”насыщения” оконной функции $S(t^n)$, что позволяет более точно диагностировать турбулентные фазы движения. Можно предположить, что выбор ширины окна ΔT определяется временем установления ламинарного режима: окно должно включать в себя хотя бы один период ламинарного движения.

Таким образом, различие в числе ”состояний” ламинарных и турбулентных фаз движения при перемежаемости позволило сформулировать эффективный метод диагностики ламинарных и турбулентных режимов, отличающийся предельной простотой реализации и основанный на подсчете числа состояний системы в пределах текущего временного окна.

Список литературы

- [1] *Sumiyoshi Abe* // *Physics Letters A*. 2000. V. 271. P. 74.
- [2] *Capurro A., Diambra L., Lorenzo D., Macadar O., Martin M.T., Mostaccio C., Plastino A., Perez J., Rofman E., Torres M.E.* // *J. Velluti. Physica A*. 1999. V. 265. P. 235.
- [3] *Шустер Г.* Детерминированный хаос. М.: Мир, 1988. 240 с.