

04;10

Исследование процессов структурообразования в электронном пучке с виртуальным катодом с помощью вейвлетной бикогерентности

© А.Е. Храмов, А.А. Короновский, Ю.И. Левин

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского,
ГосУНЦ „Колледж“
E-mail: aeh@cas.ssu.runnet.ru

Поступило в Редакцию 10 декабря 2002 г.

С помощью бикогерентного вейвлетного анализа рассматриваются процессы структурообразования в электронном пучке со сверхкритическим током в диодном промежутке с неоднородным распределением плотности ионного фона. Исследование вейвлетной бикогерентности пространственно-временных данных колебаний в системе позволило эффективно выделить и проанализировать локализованные пространственные структуры в электронном пучке.

При исследовании сложного хаотического поведения систем распределенной природы требуются специальные методы анализа динамики когерентных структур, так как классические линейные методы анализа (например, спектральный анализ) не позволяют получить максимальную информацию о процессах, протекающих в нелинейной системе. В данной работе рассматривается методика применения одного из нелинейных методов анализа сложных процессов в распределенных системах — бикогерентного вейвлетного преобразования, предложенного впервые в работе [1].

Вейвлетный анализ, возникший сравнительно недавно, является мощным средством анализа динамики систем и привлекает все большее внимание исследователей [2–4]. Он позволяет разрешить динамику различных масштабов, составляющих структуру сигнала, во времени. Вейвлетное преобразование позволяет избавиться от основного недостатка Фурье-преобразования для анализа турбулентности и хаоса: разложения анализируемого сигнала по гармоническим функциям, в то время как нелинейные уравнения, описывающие сложные явления в

распределенных системах, не обладают гармоническими собственными модами.

Биспектры (или бикогерентность) характеризуют фазовые соотношения (фазовую связь) между различными частотными составляющими, присутствующими в сигнале. О фазовой связи можно говорить в том случае, когда в анализируемом сигнале одновременно присутствуют две частоты ω_1 и ω_2 , сумма (или разность) которых, а также сумма фаз ϕ_1 и ϕ_2 этих частотных компонент остается постоянной в течение некоторого промежутка времени. Использование вейвлетной бикогерентности позволяет выявить внутреннюю структуру пространственно-временных данных, определяемую фазовой связью, а также изменения этой структуры с течением времени.

Вейвлетный взаимный биспектр (вейвлетная бикогерентность) определяется как

$$B_{hg}(f_1, f_2) = \int_T W_h^*(f, \tau) W_g(f_1, \tau) W_g(f_2, \tau) d\tau, \quad (1)$$

где частоты связаны соотношением вида $f = f_1 + f_2$. Здесь $h(t)$ и $g(t)$ — анализируемые сигналы, W_h и W_g — вейвлетные спектры [2,4], построенные по сигналам h и g соответственно, T — промежуток времени, в течение которого анализируется взаимный биспектр, „*“ обозначает операцию комплексного сопряжения. Вейвлетный биспектр есть мера фазовой связи на интервале времени T , которая проявляется между компонентами вейвлетных спектров сигнала $g(t)$ на временных масштабах $1/f_1$ и $1/f_2$ и сигнала $h(t)$ на масштабе $1/f$.

Важной характеристикой бикогерентного вейвлетного преобразования является суммированная бикогерентность, которая определяется как

$$B_{\Sigma}(f) = \sqrt{\frac{1}{N_f} \sum (B_{hg}(f_1, f_2))^2}, \quad (2)$$

где суммирование производится по всем частотам f_1 и f_2 , удовлетворяющим условию $f = f_1 + f_2$; N_f — число слагаемых в сумме. Вводится также понятие полной бикогерентности, которая записывается

в виде:

$$B = \sqrt{\frac{1}{N} \sum \sum (B_{hg}(f_1, f_2))^2}, \quad (3)$$

где суммирование теперь уже производится по всем анализируемым частотам f_1 и f_2 и N — общее число суммируемых величин.

В данной работе вейвлетная бикогерентность используется для анализа процессов формирования и взаимодействия когерентных структур в электронном пучке с виртуальным катодом (ВК) в диодном промежутке с неоднородным ионным фоном, подробно изученным в работах [5,6]. Такая система представляет собой простейшую модель виркатора с плазменным анодом [7] и позволяет при определенных условиях увеличить частоту генерации ВК [5]. Как было показано [6], данная система демонстрирует сложную хаотическую динамику в электронном пучке.

Система представляет собой диодный промежуток, в котором плотность неподвижного ионного фона распределена сильно неоднородно, занимая область вблизи плоскости инжекции (анодная плазма). Управляющими параметрами являются параметр Пирса $\alpha = \omega_p L / v_0$, который пропорционален току пучка; отношение плотности анодной плазмы ρ_p к плотности пространственного заряда электронного потока ρ_0 ; $n = \rho_p / \rho_0$ и расположение слоя прианодной плазмы; координата его начала x_{p1} и его конца x_{p2} . Здесь ω_p — плазменная частота пучка, L — длина пространства взаимодействия и v_0 — невозмущенная скорость потока. При $\alpha > \alpha_{cr}$ однопотоковое состояние потока становится неустойчивым к малым возмущениям плотности заряда и в системе формируется ВК [8]. Для анализа нестационарных процессов в системе использовалось численное моделирование методом макрочастиц [9,10].

Рассматриваемая система, как было показано [5,6], демонстрирует богатый набор динамических режимов при увеличении плотности прианодного ионного слоя n и изменении тока пучка α . Так, при превышении некоторой величины плотности ионов n_{cr} , которая зависит от параметра Пирса, наблюдается переход через перемежаемость от регулярных и слабохаотических колебаний ВК к развитым хаотическим колебаниям с базовой частотой, существенно превышающей частоту колебаний ВК при $n < n_{cr}$. При значительной неоднородности ионного фона $n > 2.5 \div 3.5$ имеют место сильно нерегулярные колебания со сплошным спектром без выделенных частотных составляющих.

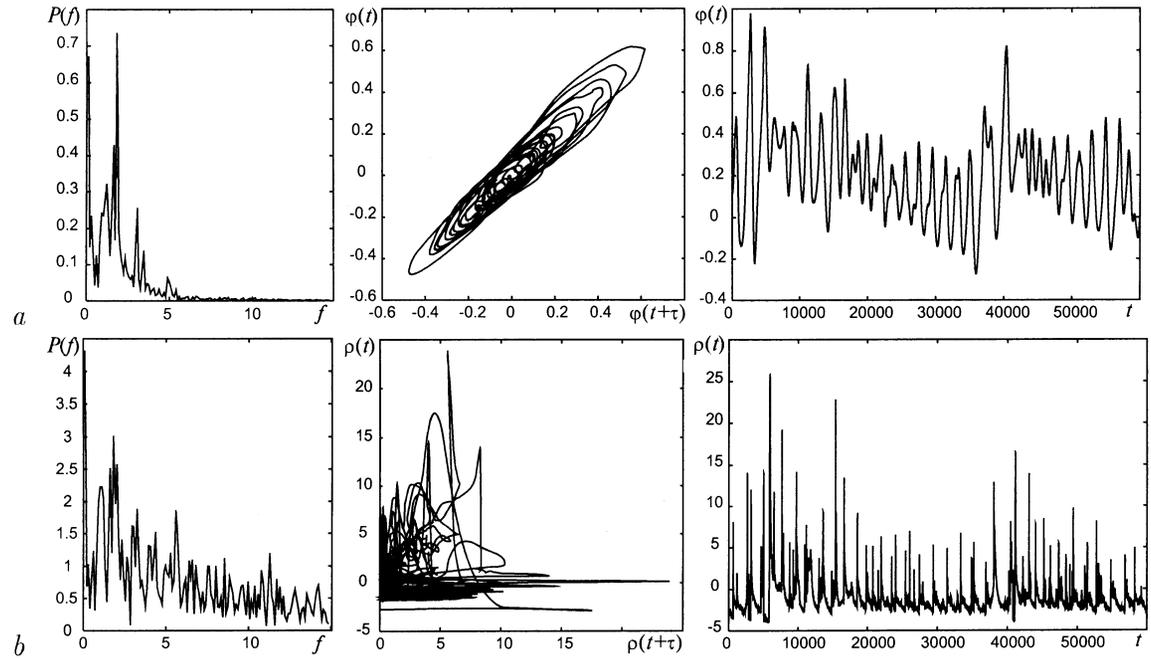


Рис. 1. Спектр мощности, фазовый портрет и временная реализация колебаний: *a* — потенциала ϕ соответственно слева направо, *b* — плотности пространственного заряда ρ соответственно слева направо в сечении диодного промежутка с координатой $x = 0.25L$; *c* — пространственно-временная диаграмма динамики электронного потока, построенная для рассматриваемого случая (утолщенной линией выделена траектория захваченной в потенциальную яму частицы).

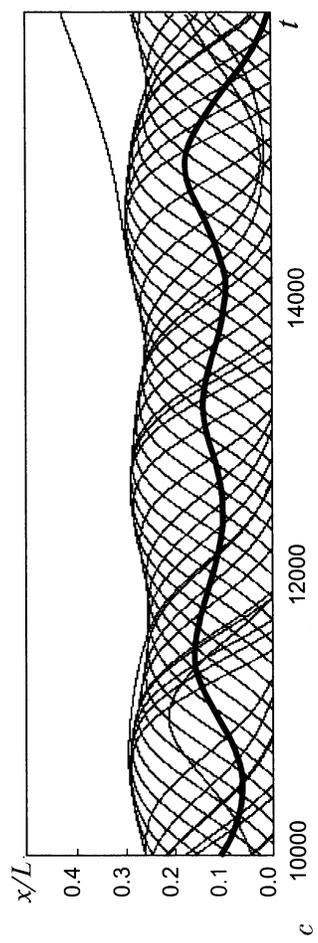


Рис. 1 (продолжение).

В данной работе рассматривается система при следующих значениях управляющих параметров: $\alpha = 2.125\pi$, $n = 4.0$, $x_{p1} = 0.05$ и $x_{p2} = 0.25$. При данных параметрах система демонстрирует развитые пространственно-временные хаотические колебания. На рис. 1, *a, b* представлены спектры мощности $P(f)$ (в нелогарифмическом масштабе), фазовые портреты, восстановленные по методу Такенса [11], и временные реализации колебаний потенциала электрического поля $\varphi(t)$ (рис. 1, *a*) и плотности пространственного заряда $\rho(t)$ (рис. 1, *b*) из области колеблющегося виртуального катода ($x/L = 0.25$). Из рисунков видно, что временная динамика системы сильно нерегулярна. При этом колебания потенциала в области ВК ведут себя более регулярно, чем колебания плотности заряда — в спектре колебаний потенциала $\varphi(t)$ наблюдается базовая частота f_0 , фазовый портрет демонстрирует структуру, связанную с оборотом фазовой траектории с временным масштабом $T \approx 1/f_0$. Поэтому будем рассматривать для анализа процессов в системе именно колебания $\varphi(t)$. Заметим, что если рассматривать колебания в различных сечениях диода, то базовая частота в спектре мощности f_0 не изменяется.

Найдем полную бикогерентность (3) данных по колебаниям потенциала в различных сечениях диодного промежутка x и гармонического сигнала с частотой, соответствующей базовой частоте в спектре мощности f_0 колебаний потенциала (т.е. в качестве сигнала h в соотношении (1) выбирается сигнал $a \cdot \sin 2\pi f_0 t$; сигнала g — колебания $\varphi(t, x)$). В качестве базового вейвлета при расчетах использовался Морлет-вейвлет [12], который позволяет легко интерпретировать полученные результаты [4]. На рис. 2, *a* представлены результаты расчета величины $B(x)$ в зависимости от координаты. Из последнего рисунка видно, что наибольшая полная бикогерентность (т.е. максимальная фазовая связь между колебаниями потенциала и динамикой основного временного масштаба в системе) соответствует колебаниям потенциала в области $x/L \approx 0.25$. Это означает, что основная пространственно-временная структура, определяющая основные особенности поведения рассматриваемой системы, локализована в области $x/L \sim 0.25$.

Рассчитаем теперь суммированную бикогерентность $B_\Sigma(f)$ (см. соотношение (2)) пространственно-временных данных колебаний потенциала в диодном промежутке. При этом в качестве сигнала $h(t)$ выбираются колебания потенциала $\varphi(t, 0.25/L)$ в области максимальной полной бикогерентности (рис. 2, *a*); в качестве $g(t)$ используются коле-

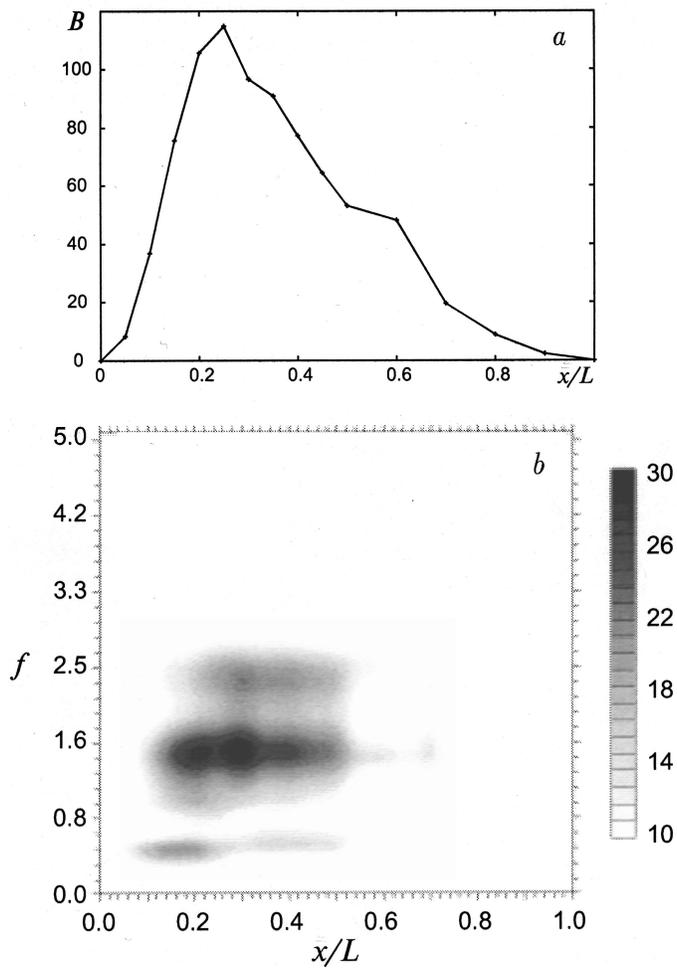


Рис. 2. a — величина полной бикогерентности B в зависимости от пространственной координаты x , построенная с сигналами вида $h(t) = a \sin(2\pi f_0 t)$ и $g(t) = \varphi(t, x)$; b — проекция поверхности суммированной бикогерентности $B_\Sigma(x/L, f)$, построенная по колебаниям потенциала в различных сечениях диодного промежутка (значения B_Σ отображаются интенсивностью окраски проекции).

бания потенциала в различных сечениях диодного промежутка $\varphi(t, x)$. Результаты расчета приведены на рис. 2, *b*, на котором представлена проекция поверхности величины B_{Σ} в координатах (x, f) , где x — координата сечения диода, относительно которого рассчитывается бикогерентность по оси ординат, f — частоты, на которых определялась суммированная бикогерентность. Значения функции двух переменных $B_{\Sigma}(x, f)$, представленной на рис. 2, *b*, изображаются интенсивностью окраски проекции поверхности (x, f) . Из рисунка видно, что на поверхности $B_{\Sigma}(x, f)$ четко выделяются две области, где вейвлетная бикогерентность резко возрастает: область на плоскости (x, f) , локализованная вблизи $x \sim 0.2 \div 0.4$; $f \sim 1.6$ и область $x \sim 0.1 \div 0.15$; $f \sim 0.4$. Причем величина бикогерентности в первой области существенно превышает соответствующую величину во второй области. Эти области можно связать с двумя когерентными структурами, поведение которых определяет динамику электронного пучка в исследуемой системе. Причем удалось оценить характерные временные масштабы и локализацию в пространстве той или иной структуры.

Для подтверждения полученных с помощью бикогерентного анализа результатов были исследованы физические процессы в пучке (см. также [6]). На рис. 1, *c* представлена пространственно-временная диаграмма электронного пучка в рассматриваемом режиме. Каждая линия на ней соответствует траектории одной заряженной частицы. На диаграмме показано три характерных периода колебаний ВК, т.е. временной интервал $t \sim 3/f_0$. Из диаграммы видно, что для больших величин n ВК образуется вне ионного слоя. ВК существует в потоке постоянно, причем глубина минимума потенциала сильно нерегулярно колеблется с основной частотой f_0 . Одновременно формируется потенциальная яма между плоскостью инжекции и ВК с экстремумом при $x \sim 0.1$. В нее захватываются либо частицы, отраженные от ВК и имеющие небольшую скорость при подходе к выходной плоскости, либо инжектированные частицы, которые потеряли начальную скорость в тормозящем сильном поле ВК. Захваченные частицы, колеблющиеся в этой потенциальной яме, хорошо видны на пространственно-временной диаграмме (рис. 1, *c*, характерная траектория „захваченной“ частицы выделена утолщенной линией). Итак, в пучке формируется два электронных сгустка — две автоструктуры, первая из которых является непосредственно ВК, вторая — метастабильная структура, которую составляют частицы, долго существующие в пространстве взаимодействия и захваченные в

потенциальную яму между плоскостью инжекции и ВК. Пространственная локализация и характерные временные масштабы обеих структур совпадают с определенными методами бикогерентного вейвлетного преобразования.

Заметим, что пространственно-временная динамика системы подобна динамике потока в генераторе на ВК триодного типа [7,13,14], в котором также имеется двугорбый потенциальный профиль. В потоке возникает „вихревая“ автоструктура, состоящая из захваченных частиц. Взаимодействие между ВК и вихрем приводит к усложнению динамики в потоке аналогично описанному в [15].

Таким образом, в работе проведен анализ хаотической динамики и процессов структурообразования в электронном пучке с ВК в диоде при сильной неоднородности ионного фона с помощью бикогерентного вейвлетного преобразования. Данная методика анализа пространственно-временных данных позволяет эффективно выделять когерентные структуры, определяющие динамику систем, демонстрирующих пространственно развитый хаос.

Работа поддержана грантом РФФИ 01-02-17392.

Список литературы

- [1] *Van Milligen B.Ph., Sánchez E., Estrada T., Hidalgo C., Brañas B., Carreras B., Carcia L.* // Phys. Plasmas. 1995. V. 2. N 8. P. 3017.
- [2] *Астафьева Н.М.* // Успехи физических наук. 1996. Т. 166. № 11. С. 1145.
- [3] *Wavelets in Physics* // Eds J.C. Van den Berg. Cambridge: Cambridge University Press, 1998.
- [4] *Анфиногентов В.Г., Короновский А.А., Храмов А.Е.* // Изв. РАН. Сер. Физ. 2000. Т. 64. № 12. С. 2383.
- [5] *Анфиногентов В.Г., Храмов А.Е.* // Письма в ЖТФ. 1998. Т. 24. В. 21. С. 74.
- [6] *Анфиногентов В.Г., Храмов А.Е.* // Изв. РАН. Сер. Физ. 1998. Т. 62. № 12. С. 2428.
- [7] *Селемир В.Д., Алехин Б.В., Ватрунин В.Е.* и др. // Физика плазмы. 1994. Т. 20. В. 7, 8. С. 689.
- [8] *High Power Microwave Sources* / Eds Granatstein V.L. and Alexeff I., Artech House. Boston, 1987. Ch. 13.
- [9] *Bridsall C.K., Langdon A.B.* Plasma physics, via computer simulation. NY: McGraw-Hill, 1985.

- [10] *Афонин А.М., Диденко А.Н., Пауткин А.Ф., Рошаль А.С.* // РЭ. 1992. Т. 37. В. 10. С. 1889.
- [11] *Takens F.* // In: Lectures Notes in Mathematics, Warwick 1980 / Eds Rand D., Young L.-S. N.Y.: Springer-Verlag, 1981. P. 366.
- [12] *Grossmann A., Mortel J.* // SIAM J. Math. Anal. 1984. V. 15. P. 723.
- [13] *Григорьев В.П., Жерлицын А.Г., Коваль Т.В.* // Физика плазмы. 1990. Т. 16. С. 1353.
- [14] *Привезенцев А.П., Фоменко Г.П.* // Изв. вузов. Сер. прикладная нелинейная динамика. 1994. Т. 2. № 5. С. 56.
- [15] *Анфиногентов В.Г., Храмов А.Е.* // Изв. вузов. Сер. прикладная нелинейная динамика. 1998. Т. 6. № 1. С. 93.