

# Оптические свойства полупроводника в экситонной области спектра в условиях действия мощного импульса накачки в области $M$ -полосы

© П.И. Хаджи, Л.Ю. Надькин

Приднестровский государственный университет им. Т.Г. Шевченко,  
МД 3300 Тирасполь, Молдавия  
E-mail: tdsu4@idknet.com

Институт прикладной физики Академии наук Молдавии,  
МД 2800 Кишинев, Молдавия

(Поступила в Редакцию 9 февраля 2005 г.)

Исследовано поведение диэлектрической восприимчивости полупроводника при зондировании экситонного состояния фононами слабого импульса в присутствии мощного лазерного импульса в области  $M$ -полосы люминесценции CuCl. Показано, что имеет место ярко выраженный эффект Аутлера–Таунса на экситонном переходе. Положение пиков поглощения существенно определяется амплитудой и частотой поля накачки.

## 1. Введение

В экспериментальных исследованиях оптических свойств полупроводников в экситонной области спектра при больших уровнях возбуждения особую значимость приобрел метод *pump-probe*. Он основан на использовании двух пучков лазерного излучения: мощного пучка накачки и слабого, зондирующего пучка. Слабый пучок зондирует изменения оптических свойств кристалла, обусловленных действием мощного пучка накачки.

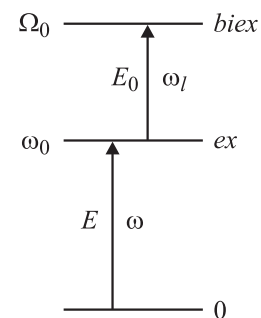
Методом *pump-probe* изучалась кинетика излучательной рекомбинации биэкситонов, нелинейный отклик системы экситонов и биэкситонов большой плотности [1–3], красный и голубой сдвиги экситонной полосы в условиях пикосекундной накачки [4–6]. Экспериментально и теоретически [7–9] изучен эффект Аутлера–Таунса на биэкситонах в CuCl. В эксперименте [7] наблюдалось расщепление биэкситонной полосы поглощения в CuCl на две линии при больших уровнях возбуждения. При этом зондирование биэкситонного состояния проводилось посредством двухфотонного поглощения, приводящего к возбуждению биэкситонов из основного состояния кристалла в присутствии мощного пучка накачки в области  $M$ -полосы поглощения. Из величины расщепления авторы [7] определили соответствующий дипольный момент перехода в области  $M$ -полосы. Идея этого эксперимента впервые была предложена в [10].

В теоретических работах [8–14] рассматривались различные аспекты метода *pump-probe* для системы экситонов и биэкситонов большой плотности. В [14] показано, что восприимчивости полупроводника в экситонной области спектра при учете упругого экситон-экситонного взаимодействия испытывают бистабильное поведение в зависимости от частоты и интенсивности импульса накачки и свидетельствуют о возможности усиления слабого сигнала. В [8,9] были изучены диэлектрические восприимчивости кристалла типа CuCl для случая, когда мощный импульс накачки действует в области  $M$ -полосы, а зондирование проводится путем двухфотонного поглощения света с образованием биэкситонов. В связи с этим возникает вопрос о возмож-

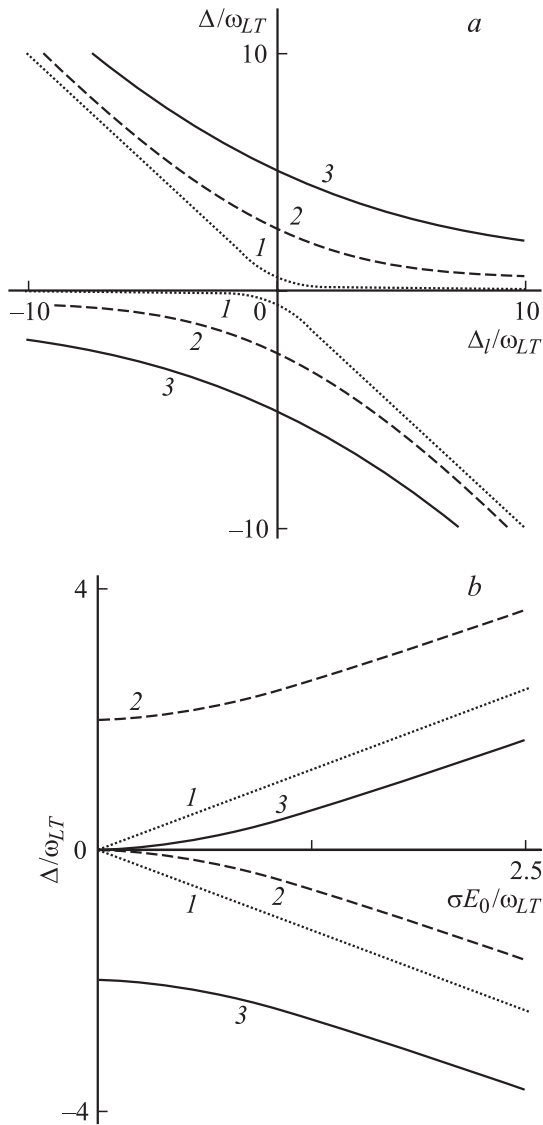
ности зондирования кристалла типа CuCl в экситонной области спектра при использовании механизма однофотонного возбуждения экситонов из основного состояния кристалла с сохранением при этом накачки в области  $M$ -полосы. В этом случае модель энергетического спектра полупроводника с уровнями энергии экситона и биэкситона является существенно неэквидистантной (рис. 1). Фотоны импульса накачки могут осуществлять только оптическую экситон-биэкситонную конверсию, но не могут участвовать в зондировании в силу большой расстройки резонанса по отношению к частоте экситонного перехода.

## 2. Постановка задачи и основные уравнения

Пусть на полупроводник типа CuCl падает интенсивная монохроматическая волна (накачка) когерентного лазерного излучения с амплитудой поля  $E_0$  и частотой  $\omega_1 \approx \Omega_0 - \omega_0$ , где  $\Omega_0$  и  $\omega_0$  — собственные частоты биэкситонного и экситонного состояний соответственно, а также слабая волна (пробный импульс) с амплитудой  $E$  и частотой  $\omega \approx \omega_0$  (рис. 1). Фотоны первого импульса смешивают экситонное и биэкситонное состояния, су-



**Рис. 1.** Схема энергетических уровней экситона и биэкситона в кристалле типа CuCl и квантовых переходов под действием полей  $E_0$  и  $E$  накачки и зондирующего импульсов соответственно.



**Рис. 2.** Зависимость перенормированных частот  $\omega_{\pm} - \omega_0 = \Delta_{\pm}$  экситонных состояний (квазиуровней экситона): *a* — от расстройк резонанса  $\Delta_l$  поля накачки при фиксированных значениях поля накачки  $\sigma E_0/\omega_{LT}$ , равных 0.5 (1), 2.5 (2), 5 (3), и *b* — от амплитуды поля  $E_0$  при различных значениях расстройки резонанса  $\Delta_l/\omega_{LT}$  импульса накачки, равных 0 (1), -2 (2), 2 (3).

щественно изменяя энергетический спектр полупроводника, а фотоны второго импульса зондируют эти изменения в области экситонного перехода. Гамильтониан взаимодействия экситонов и биэкситонов со светом в резонансном приближении можно записать в виде

$$H = -\hbar g [E^+ a^+ \exp(-i\omega t) + E^- a \exp(i\omega t)] - \hbar \sigma [E_0^- a^+ b \exp(i\omega t) + E_0^+ a b^+ \exp(-i\omega t)], \quad (1)$$

где  $a, b$  — амплитуды экситонной и биэкситонной волн поляризации среды соответственно,  $g$  — константа экситон-фотонного взаимодействия,  $\sigma$  — константа оптической экситон-биэкситонной конверсии [15],  $E_0^+$  ( $E^+$ )

и  $E_0^-$  ( $E^-$ ) — положительно- и отрицательно-частотные компоненты полей. Из (1) легко получить гайзенберговские (материальные) уравнения для амплитуд  $a$  и  $b$

$$i\dot{a} = (\omega_0 - i\gamma_1)a - gE^+ \exp(i\omega t) - \sigma E_0^- b \exp(i\omega t), \quad (2)$$

$$i\dot{b} = (\Omega_0 - i\gamma_2)b - \sigma E_0^+ a \exp(-i\omega t), \quad (3)$$

где  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  — феноменологические константы, учитывающие затухание экситонных и биэкситонных уровней из-за процессов рассеяния, обусловленных уходом экситонов и биэкситонов из когерентных мод в некогерентные.

Изучим отклик системы во всех порядках теории возмущений по амплитуде  $E_0$  импульса накачки и в первом порядке теории возмущений по амплитуде поля  $E$  зондирующего импульса в стационарном режиме. Из (2) и (3) легко получить стационарные амплитуды  $a$  и  $b$ , выражение для поляризации  $P$  и найти восприимчивость среды  $\chi$

$$\chi = -\frac{\hbar g^2}{\Delta + i\gamma_1 - \frac{\sigma^2 E_0^2}{\Delta + \Delta_l + i\gamma_2}}, \quad (4)$$

где  $\Delta = \omega - \omega_0$ ,  $\Delta_l = \omega_l - \Omega_0 + \omega_0$  — расстройки резонанса.

В пределе исчезающе малых констант затухания восприимчивость среды  $\chi$  является действительной функцией вида

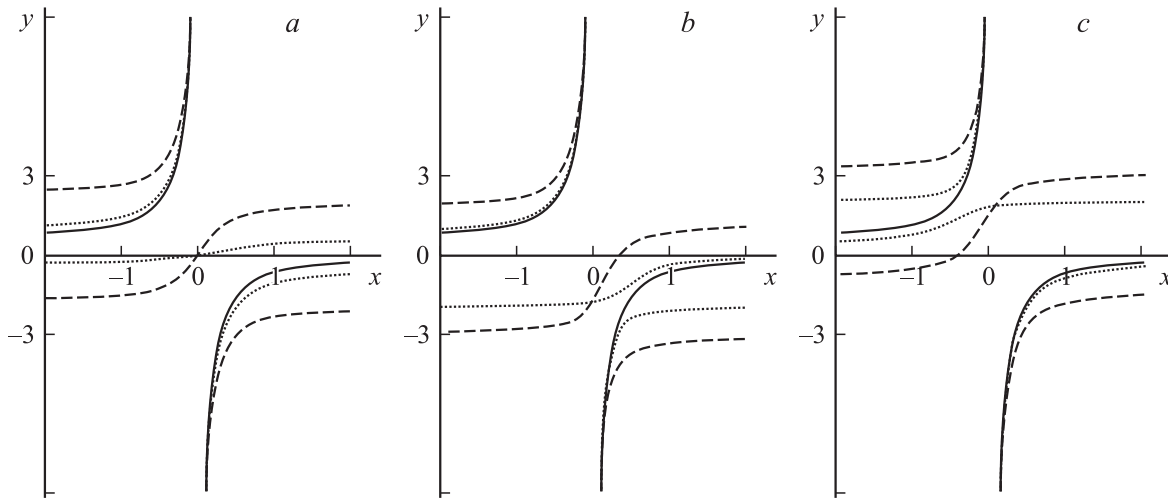
$$\chi = -\frac{\hbar g^2 (\Delta + \Delta_l)}{\Delta (\Delta + \Delta_l) - \sigma^2 E_0^2}. \quad (5)$$

Она расходится при двух значениях расстройк резонанса  $\Delta$  для поля слабого импульса, которые определяются выражениями

$$\Delta_{\pm} = \left( -\Delta_l \pm \sqrt{\Delta_l^2 + 4\sigma^2 E_0^2} \right) / 2. \quad (6)$$

Расстройки  $\Delta_{\pm}$  определяют новые, перенормированные собственные частоты  $\omega_{\pm} = \omega_0 + \Delta_{\pm}$  экситонных состояний (квазиуровни), возникающих под действием поля накачки. Разность собственных частот (расщепление Аутлера-Таунса) квазиуровней  $\Omega = \omega_+ - \omega_- = \sqrt{\Delta_l^2 + 4\sigma^2 E_0^2}$  определяет частоту оптических нутаций в системе экситонов и биэкситонов в области  $M$ -полосы [15]. Из (6) и рис. 2 видно, что чем больше амплитуда поля накачки  $E_0$  и чем больше абсолютное значение расстройки  $\Delta_l$ , тем больше расщепление Аутлера-Таунса. В пределе, когда частота Раби  $\sigma E_0$  намного превосходит расстройку резонанса  $|\Delta_l|$ , расщепление растет линейно с ростом  $E_0$ . В обратном пределе, когда  $|\Delta_l| \gg \sigma E_0$ , получаем  $\Delta_+ \rightarrow \sigma^2 E_0^2 / \Delta_l$ ,  $\Delta_- \rightarrow -\Delta_l$  при  $\Delta_l > 0$  и  $\Delta_+ \rightarrow -\Delta_l$ ,  $\Delta_- \rightarrow \sigma^2 E_0^2 / \Delta_l$  при  $\Delta_l < 0$ .

Отметим, что полоса поглощения слабого импульса при  $\gamma_1, \gamma_2 \rightarrow 0$  состоит из двух  $\delta$ -образных пиков на частотах  $\omega = \omega_+$  и  $\omega = \omega_-$ . Поэтому кривые на рис. 2 можно интерпретировать как графики спектрального положения пиков полос поглощения слабого света в зависимости от расстройки резонанса  $\Delta_l$  и амплитуды поля  $E_0$  импульса накачки.



**Рис. 3.** Поляритоноподобные законы дисперсии для фотонов слабого импульса в окрестности экситонного состояния при значениях расстройки резонанса  $\Delta_l/\omega_{LT}$  поля накачки, равных  $a - 0$ ,  $b - 2$  и  $c - 2$ , и различных значениях поля накачки  $\sigma E_0/\omega_{LT}$ , равных 0.5 (пунктирные кривые) и 5 (штриховые кривые). Линейные экситон-поляритоны в отсутствие поля накачки показаны сплошными кривыми. Здесь  $x = ck/\sqrt{\varepsilon_\infty}\omega_{LT}$ ,  $y = \sigma E_0/\omega_{LT}$ .

Используя (5), закон дисперсии  $\omega(k)$  для фотонов пробного импульса в присутствии поля накачки можно записать в виде

$$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} = \varepsilon_\infty \left( 1 - \omega_{LT} \left( \Delta - \frac{\sigma^2 E_0^2}{\Delta + \Delta_l} \right)^{-1} \right), \quad (7)$$

где  $\varepsilon_\infty$  — фоновая диэлектрическая постоянная,  $\omega_{LT}$  — продольно-поперечное расщепление в экситонной области спектра. Все существенные особенности закона дисперсии при изменении амплитуды поля накачки имеют место в окрестности частоты экситонного перехода (рис. 3). В дисперсионной зависимости фотонов имеется три ветви. Спектральная область существования средней ветви ограничена частотами  $\omega_+$  и  $\omega_-$  и расширяется с ростом  $E_0$ . Нижняя и верхняя дисперсионные ветви при больших значениях волнового вектора  $k$  стремятся к значениям расстроек резонанса  $\Delta_\pm = \omega_+ - \omega_-$ . С ростом  $|\Delta_l|$  дисперсионные ветви смещаются в длинноволновую (коротковолновую) сторону при  $\Delta_l > 0$  ( $\Delta_l < 0$ ) (рис. 3).

Вводя нормированные величины  $\delta = \Delta/\gamma_1$ ,  $\delta_l = \Delta_l/\gamma_1$ ,  $s = \gamma_2/\gamma_1$ ,  $f_0 = \sigma E_0/\gamma_1$ ,  $\chi_0 = \hbar g^2/\gamma_1$ , из (4) для дисперсионной (действительной)  $\chi'$  и абсорбционной (мнимой)  $\chi''$  компонент восприимчивости получаем выражения

$$\frac{\chi'}{\chi_0} = - \frac{(\delta - (\delta + \delta_l) \frac{f_0^2}{(\delta + \delta_l)^2 + s^2})}{(\delta - (\delta + \delta_l) \frac{f_0^2}{(\delta + \delta_l)^2 + s^2})^2 + (1 + s \frac{f_0^2}{(\delta + \delta_l)^2 + s^2})^2}, \quad (8)$$

$$\frac{\chi''}{\chi_0} = - \frac{(1 + s \frac{f_0^2}{(\delta + \delta_l)^2 + s^2})}{(\delta - (\delta + \delta_l) \frac{f_0^2}{(\delta + \delta_l)^2 + s^2})^2 + (1 + s \frac{f_0^2}{(\delta + \delta_l)^2 + s^2})^2}. \quad (9)$$

### 3. Обсуждение результатов

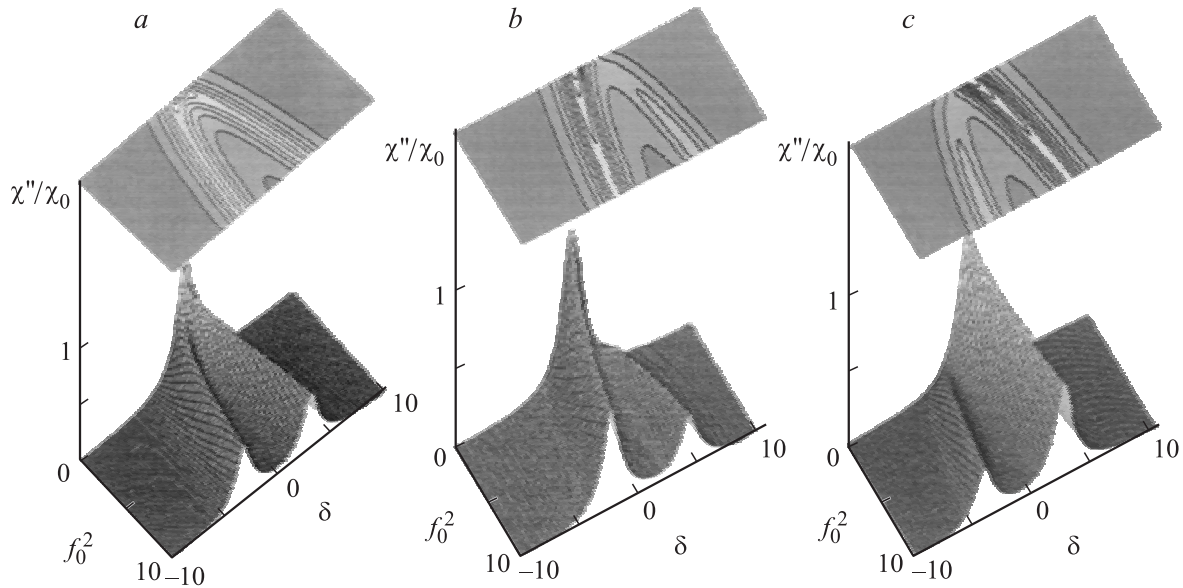
Из (9) видно, что абсорбционная компонента  $\chi''$  является положительно определенной величиной при любых значениях  $f_0$ ,  $\delta$  и  $\delta_l$ . Это означает, что возможно только поглощение слабого сигнала. Эффект усиления невозможен.

Из (8) и (9) следует, что восприимчивости  $\chi'$  и  $\chi''$  являются нелинейными функциями амплитуды  $f_0$  поля мощного импульса накачки и зависят от частот  $\omega$  и  $\omega_l$  обоих импульсов. В условиях точного резонанса между частотами каждого из импульсов и частотами соответствующих переходов ( $\omega = \omega_0$ ,  $\omega_l = \Omega_0 - \omega_0$ ) получаем  $\chi' = 0$  и

$$\chi''/\chi_0 = (1 + f_0^2/s)^{-1}. \quad (10)$$

Отсюда видно, что абсорбционная компонента восприимчивости  $\chi''$  в условиях точного резонанса быстро насыщается с ростом интенсивности накачки, т.е. поглощение слабого импульса на частоте экситонного перехода подавляется при больших уровнях возбуждения импульсом накачки в области  $M$ -полосы.

Обсудим поведение абсорбционной компоненты восприимчивости  $\chi''$  (полосы поглощения слабого импульса в экситонной области спектра) в зависимости от расстройки резонанса  $\delta$  в условиях, когда фотоны импульса накачки находятся в точном резонансе с частотой перехода в области  $M$ -полосы ( $\delta_l = 0$ ,  $\omega_l = \Omega_0 - \omega_0$ ). При низких уровнях возбуждения полоса поглощения имеет лоренцевскую форму  $\chi''/\chi_0 = (1 + \delta^2)^{-1}$  с максимумом при  $\delta = 0$  (рис. 4, *a*). С ростом уровня возбуждения  $f_0$  амплитуда пика поглощения в соответствии с (10) быстро убывает, а его полуширина постепенно растет. Когда интенсивность поля накачки достигает величины  $f_0^2 = s^3/(1 + 2s)$  происходит радикальная перестройка



**Рис. 4.** Абсорбционная компонента восприимчивости  $\chi''$  в зависимости от расстройки резонанса  $\delta$  и интенсивности поля накачки  $f_0^2$  при различных фиксированных расстройках резонанса фотонов импульса накачки  $\delta_l$ , равных *a* — 0, *b* — 2, *c* — 2.

спектральной формы полосы поглощения (рис. 4, *a*): центральный пик при  $\delta = 0$  превращается в минимум и возникает два симметричных относительно  $\delta = 0$  максимума полосы поглощения при расстройках резонанса

$$\delta_{\pm} = \pm \left[ (1+s) f_0 \sqrt{f_0^2 + s} - s(f_0^2 + s) \right]^{1/2}. \quad (11)$$

Новые пики поглощения все дальше расходятся с ростом поля накачки  $f_0$ , причем их амплитуды монотонно убывают (рис. 4, *a*). Возникновение симметричных максимумов и минимума обусловлено перенормировкой энергетического спектра полупроводника под действием мощного импульса накачки. Экситонный уровень расщепляется на два квазиуровня, которые все больше отходят от положения экситонного уровня с ростом  $f_0$ . При  $f_0^2 \gg s$  из (11) получаем  $\delta_{\pm} = \pm f_0$ , что совпадает с (6) при  $\Delta_l = 0$ . Из рис. 3 видно, что при  $\delta_l = 0$  верхняя и нижняя поляритонная ветви закона дисперсии симметрично смещаются относительно частоты  $\omega_0$  экситонного перехода с ростом амплитуды  $f_0$  поля накачки.

Если фотоны импульса накачки обладают отличной от нуля расстройкой резонанса ( $\delta_l \neq 0$ ), имеет место заметная несимметричная (относительно  $\delta = 0$ ) перестройка абсорбционной компоненты восприимчивости  $\chi''$  (рис. 4, *b, c*), обусловленная особенностями перестройки закона дисперсии. В отсутствие поля накачки ( $f_0 = 0$ ) полоса поглощения по-прежнему имеет симметричную лоренцевскую форму. С ростом амплитуды  $f_0$  поля накачки при  $\delta_l = 0$  спектральная форма полосы поглощения деформируется: ее максимум быстро убывает и смещается в длинноволновую сторону, одновременно увеличивается полуширина кривой  $\chi''(\delta)$  (рис. 4, *b*). При некотором значении амплитуды поля накачки от коротковолнового хвоста интенсивной полосы поглощения

отщепляется слабый коротковолновый пик, амплитуда которого медленно растет с ростом уровня возбуждения, а сам пик монотонно смещается в коротковолновую сторону. При дальнейшем увеличении уровня возбуждения  $f_0$  длинноволновый пик полосы поглощения продолжает смещаться в длинноволновую область, его амплитуда монотонно убывает, тогда как амплитуда слабого коротковолнового пика медленно растет, смещаясь в коротковолновую сторону. При больших уровнях возбуждения абсорбционная восприимчивость состоит из ярко выраженного длинноволнового и слабого коротковолнового пиков, каждый из которых имеет практически лоренцевскую форму (рис. 4, *b*). Аналогичные явления имеют место в случае  $\delta_l > 0$  (рис. 4, *c*).

Интерес представляет также зависимость абсорбционной компоненты восприимчивости  $\chi''$  от амплитуды поля накачки  $f_0$  при фиксированных значениях расстроек резонанса  $\delta$  и  $\delta_l$ . Из (9) следует, что при  $\delta_- < \delta < \delta_+$  функция  $\chi''(f_0)$  монотонно убывает с ростом  $f_0$ , тогда как при  $\delta \geq \delta_+$  и  $\delta \leq \delta_-$  функция  $\chi''(f_0)$  сначала растет с ростом  $f_0$ , достигая своего максимума при

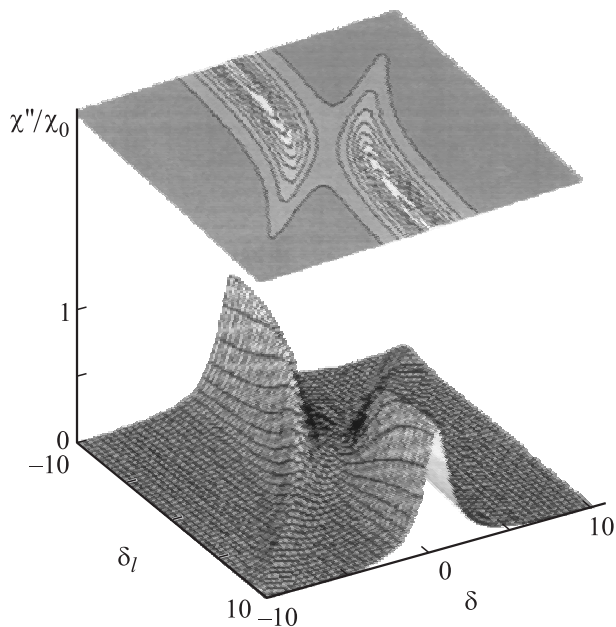
$$f_0^2 = \sqrt{s^2 + (\delta + \delta_l)^2} \left[ |(s+1)\delta + \delta_l| - \sqrt{s^2 + (\delta + \delta_l)^2} \right] / s,$$

после чего монотонно убывает (рис. 4). Здесь

$$\delta_+ = \left( \sqrt{\delta_l^2 + s(2+s)} - \delta_l \right) / (2+s),$$

$$\delta_- = - \left( \sqrt{\delta_l^2 + s(2+s)} + \delta_l \right) / (2+s).$$

Это обусловлено тем, что функция  $\chi''$  имеет резонансный характер не только по расстройке резонанса  $\delta$  слабого импульса, но также и по амплитуде поля накачки  $f_0$  при заданном  $\delta$ . Следовательно, по-прежнему имеет



**Рис. 5.** Абсорбционная компонента восприимчивости  $\chi''$  в зависимости от расстройек резонанса  $\delta$  и  $\delta_l$  зондирующего импульса и импульса накачки при фиксированном значении интенсивности поля накачки  $f_0^2$ , равном 5.

место эффект насыщения поглощения слабого сигнала, однако при малых амплитудах накачки возможно увеличение поглощения с ростом уровня возбуждения (рис. 4).

На рис. 5 представлена эволюция поглощения в плоскости переменных  $(\delta, \delta_l)$  при фиксированном уровне возбуждения  $f_0$ . Видно, что пик длинноволновой (коротковолновой) полосы поглощения с ростом расстройки резонанса  $\delta_l$  импульса накачки постепенно смещается в длинноволновую сторону и уменьшается (увеличивается) по амплитуде. При большой отрицательной (положительной) расстройке  $\delta_l$  существует практически только длинноволновой (коротковолновой) пик полосы поглощения.

#### 4. Заключение

Отметим существование качественного сходства выражений для восприимчивостей, полученных в настоящей работе и в [8,9] в рамках одной и той же модели энергетического спектра полупроводника, одной и той же накачки, но с использованием двух различных способов наблюдения слабыми импульсами: в [8,9] оптические свойства предлагалось наблюдать путем двухфотонного возбуждения биэкситонов из основного состояния кристалла, а в настоящей работе — путем однофотонного возбуждения экситонов. Принципиальный результат — возникновение расщепления Аутлера–Таунса на экситонах и биэкситонах — обусловлен действием накачки и поэтому имеет место в обеих работах. Что касается спектральных форм полос поглощения, то они в этих

работах качественно одинаковы, однако отличаются в деталях. Кроме того, в [8,9] в отличие от настоящей работы вычислялась восприимчивость  $\chi^{(3)}$ . В обеих работах предполагается, что интенсивность зондирующего импульса настолько мала, что он не изменяет энергетического спектра полупроводника, а лишь регистрирует те изменения оптических свойств кристалла, которые возникают под действием мощного импульса накачки в области  $M$ -полосы.

Сравним полученные здесь результаты с результатами экспериментальных исследований оптических свойств полупроводников в экситонной области спектра в присутствии мощной накачки. Выше отмечалось, что результаты данной работы качественно совпадают с результатами наблюдений спектров поглощения в [7]. Отметим также, что имеет место качественное совпадение наших результатов с результатами исследования спектров люминесценции в квантовых точках на InGaAs [16], а именно: 1) возникновение расщепления Аутлера–Таунса, образование дублета; 2) изменение величины расщепления при изменении интенсивности волны накачки и ее расстройки резонанса; 3) совпадение пиков полос поглощения (люминесценции); 4) линейная зависимость частоты Раби от амплитуды поля накачки. Как в [7], так и в [16] наблюдались изменения полос поглощения в зависимости от расстройек резонанса  $\delta$  и  $\delta_l$  при фиксированной амплитуде накачки  $f_0$ , представленные на рис. 5. В [17] наблюдались Раби-осцилляции в полупроводниковых квантовых ямах. Экспериментально также было подтверждено, что частота этих осцилляций пропорциональна амплитуде поля накачки.

Оценим дипольный момент  $\mu = \hbar\sigma$  экситонного перехода, используя (6) и экспериментальные данные из [16], где утверждается, что при интенсивности возбуждения  $J_0$ , равной  $18 \text{ kW/cm}^2$ , расщепление Аутлера–Таунса  $\hbar\Omega$  оказалось равным  $93 \text{ } \mu\text{eV}$ . Поскольку  $J_0 = cE_0^2/4\pi$ , то  $\mu = \frac{1}{4} \hbar\Omega \sqrt{c/\pi J_0} \approx 3 \cdot 10^{-17} \text{ CGSE} = 30 \text{ D}$ . При этом частота нутации оказывается равной  $1.5 \cdot 10^{11} \text{ s}^{-1}$ .

Таким образом, полученные теоретические результаты позволяют проводить более детальные исследования не только абсорбционных оптических свойств полупроводников в экситонной области спектра, но также и дисперсионных свойств в режиме *pump-probe*.

#### Список литературы

- [1] R. Leonelli, A. Manar, J.B. Grun, B. Hönerlage. Phys. Rev. B **45**, 4141 (1992).
- [2] G.O. Smith, E.J. Mayer, J. Kuhl, K. Ploog. Solid State Commun. **92**, 325 (1994).
- [3] G. Finkelstein, S. Bar-Ad, O. Carmel, I. Bar-Joseph, Y. Levinson. Phys. Rev. B **47**, 12 964 (1993).
- [4] D. Hulin, M. Joffre. Phys. Rev. Lett. **65**, 3425 (1990).
- [5] N. Peyghambarian, H.M. Gibbs, J.L. Jewell, A. Antonetti, A. Migus, D. Hulin, A. Mysyrowicz. Phys. Rev. Lett. **53**, 2433 (1984).
- [6] A. von Lehmen, D.S. Chemla, J.E. Zucker, J.P. Heritage. Opt. Lett. **11**, 609 (1985).

- [7] R. Shimano, M. Kuwata-Gonokami. *Phys. Rev. Lett.* **72**, 530 (1994).
- [8] П.И. Хаджи, А.В. Коровай, Д.В. Ткаченко. *ФТТ* **44**, 774 (2002).
- [9] P.I. Khadzhi, A.V. Corovai, O.V. Korovai, D.V. Tkachenko. *Moldavian J. Phys. Sci.* **1**, 152 (2002).
- [10] E. Hanamura. *Phys. Rev. B* **44**, 8514 (1991).
- [11] С.А. Москаленко, В.Г. Павлов, В.Р. Мисько. *ФТТ* **40**, 924 (1998).
- [12] S.A. Moskalenko, D.W. Snoke. *Bose–Einstein condensation of excitons and biexcitons and coherent nonlinear optics with excitons*. Cambridge University Press (2000).
- [13] G.S. Agarwal. *Phys. Rev. A* **51**, R2711 (1995).
- [14] П.И. Хаджи, Д.В. Ткаченко. *ФТТ* **40**, 934 (1998).
- [15] П.И. Хаджи. *Нелинейные оптические процессы в системе экситонов и биэкситонов в полупроводниках*. Штиинца, Кишинев (1985).
- [16] H. Kamada, H. Gotoh, J. Temmyo, T. Takagahara, H. Ando. *Phys. Rev. Lett.* **87**, 246 401 (2001).
- [17] A. Schülzgen, R. Binder, M.E. Donovan, M. Lindberg, K. Wandke, H.M. Gibbs, G. Khitrova, N. Peyghambarian. *Phys. Rev. Lett.* **82**, 2346 (1999).