

01;04

Взаимодействие заряженных пылинок в плазме

© В.А. Гундиенков, С.И. Яковленко

Институт общей физики РАН, Москва

Поступило в Редакцию 4 апреля 2002 г.

Численно исследовано решение уравнения Пуассона–Больцмана для облака зарядов, окружающих две заряженные пылинки, рассматриваемые как дебаевские атомы, образующие дебаевскую молекулу. Показано, что силы притяжения возникают при выполнении следующих двух условий. Во-первых, дебаевский радиус (соответствующий плотности электронов на половине среднего расстояния между пылинками) должен быть примерно равен половине среднего расстояния между пылинками. При этом притяжение пылинок возникает на расстоянии, примерно равном среднему расстоянию между пылинками. Во-вторых, притяжение имеет место, если заряды одного из знаков сосредоточены преимущественно на пылинках. Если пылинки несут малую долю заряда одного из знаков, на всех расстояниях имеет место отталкивание пылинок. Проведены оценки электростатического давления и поверхностного натяжения в газе пылинок.

1. Введение

Эта работа является продолжением нашего рассмотрения [1] сил взаимодействия заряженных пылинок в облаках термодинамически равновесных зарядов. В [1] основное внимание уделено термоэмиссионной плазме, когда положительно заряженные пылинки окружены электронными облаками. Здесь мы больше внимания уделяем другой ситуации, когда в облаках, окружающих пылинки, имеются заряды обоих знаков.

2. Постановка задачи

Уравнение Пуассона–Больцмана. Как и в работах [1–9], мы будем исходить из уравнения Пуассона–Больцмана в безразмерном виде:

$$\Delta\varphi = \exp(\varphi) - \delta \exp(-\varphi), \quad \nabla\mathbf{E} = -(\exp(\varphi) - \delta \exp(-\varphi)), \quad \mathbf{E} = -\nabla\varphi. \quad (1)$$

Здесь длина измеряется в единицах дебаевского радиуса $r_D = (T/4\pi e^2 N_{e0})^{1/2}$, соответствующего плотности электронов N_{e0} в тех точках, где потенциал равен нулю; T — температура газа. Связь безразмерных величин (потенциала ϕ , напряженности поля \mathbf{E} и плотности электронов n_e) с соответствующими размерными величинами ($\phi, -\nabla\phi, N_e$) определяется соотношениями: $\phi = \phi e/T$; $\mathbf{E} = -\nabla\phi \cdot er_D/T$; $n_e = r_D^3 N_e = n_D \cdot \exp(\phi)$, где $n_D^3 = r_D N_{e0}$. В уравнении (1) $\delta = N_{i0}/N_{e0}$ — параметр, характеризующий дополнительную ионизацию газа; N_{i0} — плотность положительно заряженных ионов в тех точках, где потенциал равен нулю. В силу квазинейтральности плазмы $0 \leq \delta \leq 1$.

Ниже при оценках мы, как правило, будем ориентироваться на условия экспериментов [10], в которых $N_{e0} = 2.5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, $T = 0.146 \text{ eV} = 1700 \text{ K}$, для характерных величин имеем: $r_D = 18 \mu\text{m}$, $T/e = 0.146 \text{ V}$, $T/er_D = 80 \text{ V/cm}$. При среднем радиусе пылинки $r_p = 0.4 \mu\text{m}$ ($r_0 = r_p/r_D = 2.23 \cdot 10^{-2}$) и ее заряде $Z_p e = 500e$ имеем напряженность поля на поверхности частицы $Z_p e/r_0^2 = 4.5 \cdot 10^4 \text{ V/cm}$ ($E_0 = E(r_0) = 550$).

Граничные условия. На поверхности пылинок задается постоянный потенциал $\phi|_S = \phi_0 = \text{const}$. Из решения уравнения Пуассона–Больцмана находится напряженность поля \mathbf{E}_0 на поверхности пылинки. Результирующая сила F определяется с помощью интеграла от электростатического давления по поверхности пылинки. Для того чтобы получить нужное значение заряда пылинки, надо соответствующим образом изменить значение потенциала ϕ_0 . Сила F связана с безразмерной силой f выражением $F = (T^2/8\pi e^2) \cdot f$.

3. Результаты расчетов

3.1. Дебаевская молекула в облаке зарядов одного знака ($\delta = 0$)

Выбор параметров расчетов. Для точного нахождения величины силы, действующей на частицу, метод решения уравнения Пуассона–Больцмана должен обеспечивать максимальную точность в области вблизи поверхности пылинок. При этом основной интерес представляют расстояния между пылинками, намного превышающие их диаметр. В обычных системах координат этого трудно добиться. Мы использовали координаты, построенные на основе известного овала Кассини [11,12] для некоторого его частного случая (подробнее см. [1]).

Расчеты проводились для таких параметров φ_0 , r_0 , a_0 , которые при $d \gg a_0$ соответствуют уединенному дебаевскому атому. Для этого сначала решалась сферически симметричная задача, в которой значения поля и потенциала в точке $r = a_0$ полагались равными нулю. Из решения этой задачи определялся потенциал φ_0 на частице заданного радиуса r_0 . Затем с этими значениями φ_0 , r_0 , a_0 решалась двуцентровая задача для $d = 10a_0$. Результаты решения для сферически симметричной и для двуцентровой задачи совпадали с высокой точностью. В дальнейшей серии расчетов переходили к меньшим значениям d .

Для определения зависимости силы взаимодействия пылинок от расстояния между ними d проведены серии расчетов с заданными значениями φ_0 , r_0 , a_0 . При этом заряд частицы z_0 также оказывается функцией d . (Здесь z_0 — безразмерный заряд частицы, он связан с зарядом частицы в единицах электронного заряда Z_p выражением $Z_p = 4\pi \cdot z_0 \cdot n_D$). Поэтому проводились дополнительные расчеты со значениями φ_0 или a_0 , измененными таким образом, чтобы заряд частицы z_0 не зависел от d .

Зависимость силы взаимодействия пылинок от расстояния. Расчеты показали, что при малых расстояниях между частицами $d \sim r_0$ имеет место отталкивание. В расчетах [1], ориентированных на параметры плазмы работы [10] ($a_0 = 7.55$), смена притяжения отталкиванием происходит на расстоянии $d_0 \approx 1.3$, что несколько меньше среднего расстояния между пылинками $2a_0 = 1.51$. Положение точки равновесия $d = d_0$ слабо зависит от того, какие величины (φ_0 , a_0 или z_0 , a_0) сохранялись в расчетах при изменении d . Зная силу притяжения пылинок $F(2a_0)$ на среднем межчастичном расстоянии $2a_0$, можно оценить:

электростатическое давление, сжимающее газ пылинок,

$$P_E \approx F(2a_0) \cdot N_p^{2/3} = (T^2/8\pi e^2) \cdot N_p^{2/3} \cdot f(2a_0)$$

и поверхностное натяжение „пылевой жидкости“

$$\sigma_E \approx F \cdot N_p^{1/3} = (N_p^{1/3} T^2/8\pi e^2) \cdot f(2a_0).$$

Сравнивая электростатическое давление на пылинки с газокинетическим давлением пылинок:

$$P_E/N_p T = (T/8\pi e^2 N_p^{1/3}) \cdot f(2a_0).$$

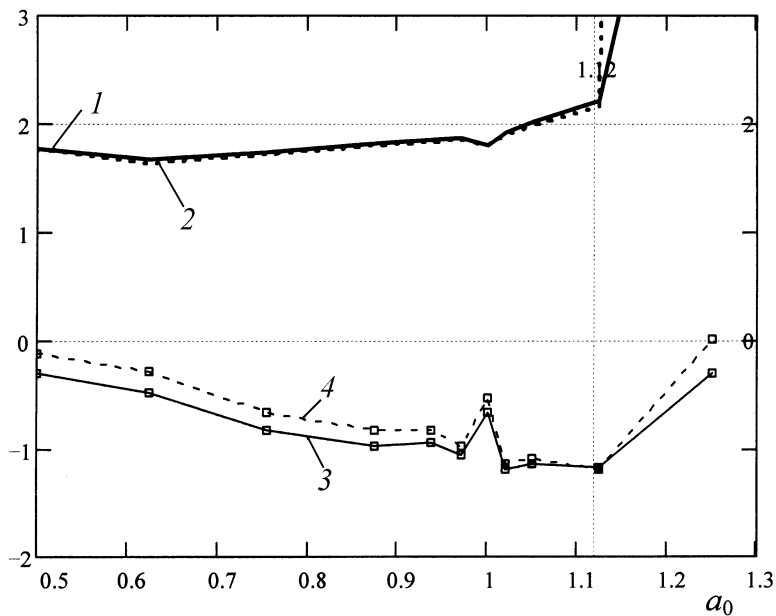
$d_0(a_0), \xi(a_0)$ 

Рис. 1. Зависимость координаты d_0 точки смены знака силы (1, 2) и крутизны силы ξ в точке d_0 (3, 4) от размера дебаевского атома a_0 . Сплошные кривые соответствуют не зависящему от d потенциалу на поверхностях пылинок φ_0 ; пунктирные кривые соответствуют постоянному заряду пылинки, обеспеченному подбором $\varphi_0(d)$. Потенциал φ_0 определялся при $r_0 = 1$ для заданного значения a_0 .

В условиях экспериментов [10]: $|f(2a_0)| \approx 0.2$; $P_E = 9.7 \cdot 10^{-7} \times |f(2a_0)| \text{ Torr} \approx 2 \cdot 10^{-7} \text{ Torr}$; $\sigma_E = 3.5 \cdot 10^{-9} \cdot |f(2a_0)| \text{ N/m} \approx 7 \cdot 10^{-10} \text{ N/m}$; $P_E/N_p T \approx 20$. Можно предположить, что газ дебаевских атомов в смеси с инертным газом должен проявлять в условиях экспериментов [10] тенденцию к сжатию. Такого рода ситуация рассмотрена в [13–15]. Рассмотрение вопросов влияния взаимодействия дебаевских атомов на газодинамические свойства пылевой плазмы выходит за рамки данной работы.

Зависимость от размера дебаевского атома. Было проведено несколько серий расчетов для различных значений a_0 (рис. 1). Расчеты

показали, что притяжение имеет место лишь при $a_0 \leq 1$. Уже при $a_0 > 1.12$ точка смены знака силы удаляется на большое расстояние $d_0 > 4a_0$.

Условие $a_0 = a_p/r_D < 1$ можно переписать для размерных величин $N_{e0} > N_{ecr} \equiv \frac{T}{\pi e^2} N_p^{3/2}$. Электростатические силы сжатия обращаются в нуль, когда $d_0 = 2a_0$, т.е. при $a_0 = 1$. Соответственно условие $a_0 = 1$ или $N_e = N_{ecr}$ является условием равновесия газа дебаевских атомов. При этом условие большого заряда частицы $z_p > 1/3$ может быть переписано для заряда пылинки в единицах электронного заряда $Z_p > Z_{ecr} \equiv \frac{\pi N_{ecr}}{6 N_p}$.

В условиях эксперимента имеем $N_{ecr} = 4.4 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}$, $Z_{ecr} = 460$. Эти величины порядка измеренных в экспериментах [10]: $N_{e0} \approx 2.5 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}$, $Z_p \approx 500$.

Силу взаимодействия дебаевских атомов будем характеризовать крутизной в точке пересечения с осью абсцисс:

$$\xi = f'(d)|_{d=d_0} = U''(d)|_{d=d_0}.$$

Через величину ξ выражается частота колебаний пылинок вокруг положения равновесия: $\omega = |\xi|^{1/2} \cdot \omega_0$, где $\omega_0 = v_T/a_p$, $v_T = (2T/m_p)^{1/2}$ — тепловая скорость пылинок, m_p — их масса. В условиях экспериментов [10] имеем $m_p \sim 2 \cdot 10^{-12} \text{ г}$, $v_T \sim 0.5 \text{ см/с}$, $a_p \sim 1.4 \cdot 10^{-3} \text{ см}$. Отсюда следует $\omega_0 = 357 \text{ с}^{-1}$ — частота колебаний, $2\pi/\omega_0 = 18 \text{ мс}$ — период колебаний. Из рис. 1 видно, что наиболее сильная связь имеет место при $0.5 < a_0 < 1$. В этих условиях газ дебаевских атомов должен стремиться к сжатию (ср. [15]).

О влиянии размера пылинки. В расчетах небольшой заряженный проводящий шарик заменяется проводящим шариком большего размера с зарядом, частично компенсированным свободными зарядами оболочки дебаевского атома. Возникает естественный вопрос, насколько такая замена адекватна. Для этого было проведено несколько серий расчетов с разными значениями r_0 и соответственно φ_0 . При радиусах пылинки, малых по сравнению с радиусом дебаевского атома a_0 , различие результатов расчетов невелико (рис. 2). Например, в случае $a_0 = 0.755$ при изменении радиуса пылинки в диапазоне $r_0 = 0.1 \div 0.2$ (и выборе значения φ_0 , соответствующего данному значению r_0) отличия в положении точки смены притяжения отталкиванием $d_0 = 1.28$ имеют разброс менее 2%, что соответствует имеющейся точности расчета.

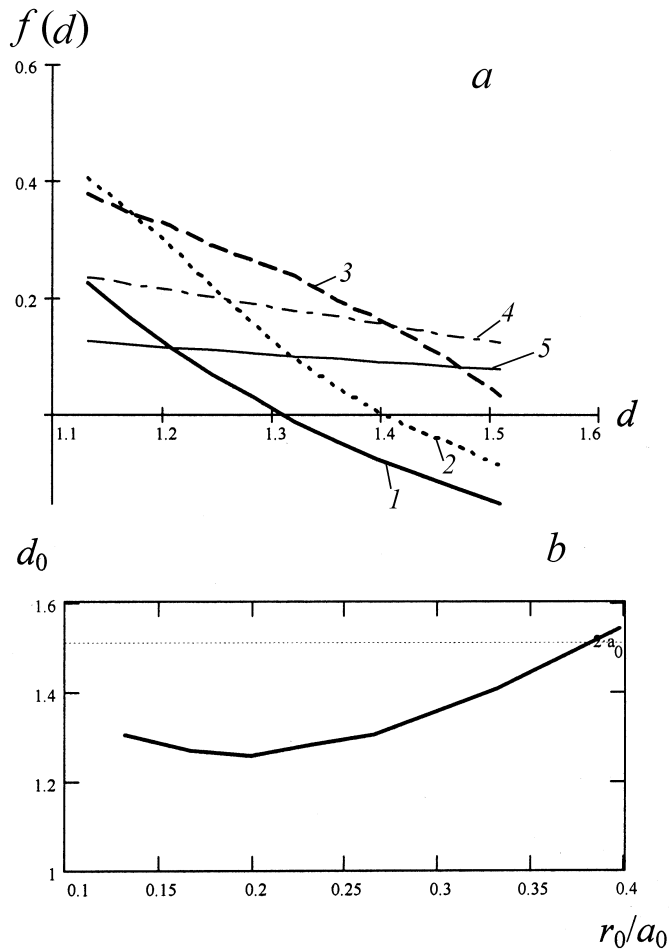


Рис. 2. Иллюстрация зависимости положения координаты d_0 точки смены силы от радиуса пылинки r_0 : *a* — зависимость силы от расстояния между частицами d вблизи точки d_0 для различных значений r_0 (1 — $r_0 = 0.2$, 2 — $r_0 = 0.25$, 3 — $r_0 = 0.3$, 4 — $r_0 = 0.4$, 5 — $r_0 = 0.5$); *b* — зависимость координаты d_0 точки смены знака силы от r_0/a_0 . Здесь r_0 можно рассматривать как радиус области, в которой пренебрегается поляризацией зарядового облака. Потенциал φ_0 для $r = r_0$ определялся при $a_0 = 0.755$.

Существенное влияние размеров пылинки имеет место при $r_0 > 0.3a_0$. При $r_0 > 0.4$ поляризационное притяжение настолько уменьшается, что точка смены знака силы становится существенно больше среднего межчастичного расстояния $d_0 > 2a_0$. Из этого можно заключить, что существенный вклад в поляризационные силы вносят заряды, находящиеся на расстоянии $r \approx 0.3a_0$ от центра пылинки, а не только периферия дебаевского атома $r \approx a_0$.

3.2. Дебаевская молекула в облаке зарядов обоих знаков ($\delta \neq 0$)

Зависимость силы взаимодействия пылинок от расстояния. Как и в случае $\delta = 0$, для определения зависимости силы взаимодействия пылинок от расстояния d проводились серии расчетов с заданными значениями φ_0 , r_0 , a_0 для дебаевского атома. При этом проводились дополнительные расчеты со значениями φ_0 или a_0 , измененными таким образом, чтобы заряд частиц z_0 не зависел от d . Как и в случае $\delta = 0$, мы выбирали r_0 больше радиуса кора атома, моделируя пылинку проводящим шариком большего размера с зарядом, частично компенсированным свободными зарядами оболочки дебаевского атома. Тем самым поляризацией кора пренебрегалось.

В результатах, представленных на рис. 3, величина a_0 для разных значений δ выбиралась соответствующей предельно большому заряду для радиуса пылинки, соответствующего экспериментам [10]: $r_0 = 2.23 \cdot 10^{-2}$. Это осуществлялось пристрелкой. Полученные зависимости $z(r)$, $\varphi(r)$ использовались для определения $z_0 = z(r_0)$, $\varphi_0 = \varphi(r_0)$ при $r_0 = 0.1$.

При $1 - \delta \ll 1$ в рассмотренном диапазоне параметров притяжение пылинок на расстоянии, меньшем среднего межчастичного состояния, обнаружить не удалось. Притяжение при $d < 2a_0$ возникает лишь в тех случаях, когда заметную долю положительного заряда плазмы несут пылинки (при $\delta < 0.5$, рис. 3). При этом чем меньше доля зарядов плазмы, тем больше максимальная сила притяжения и глубина потенциальной ямы.

Ослабление сил притяжения с ростом δ имеет простое объяснение. Силы притяжения возникают за счет того, что электроны скапливаются вблизи оси x между центрами пылинок и обеспечивают притяжение к центру дебаевской молекулы. Это притяжение превышает силу отталкивания зарядов пылинок, экранированную внутренними слоями

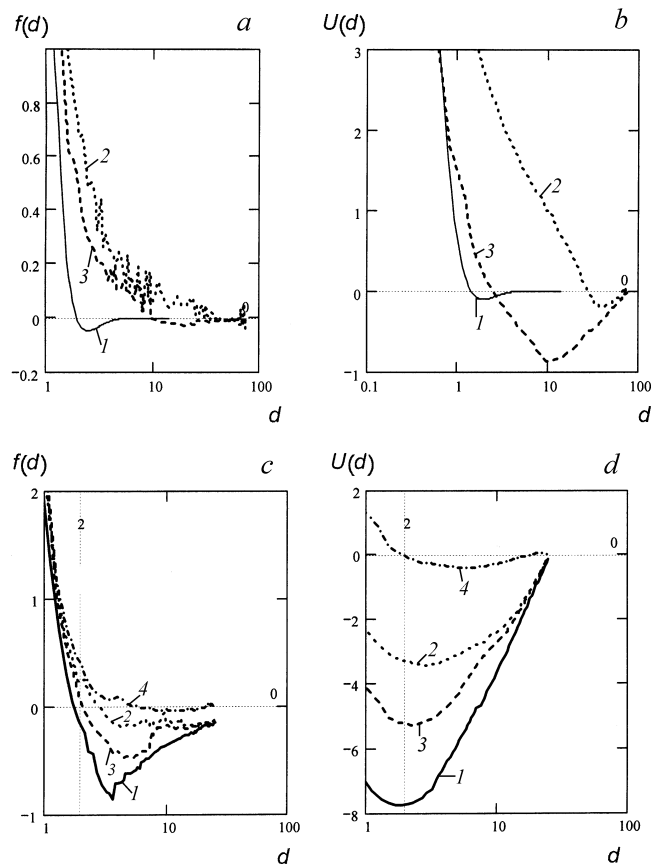


Рис. 3. Зависимость проекции силы на ось x (a, c) и потенциальной энергии (b, d) взаимодействия пылинок от расстояния между ними d для разных значений $\delta \neq 0$. Нормировка потенциальной энергии выбрана так, чтобы выполнялось условие: $U(75) = 0$ для (b), $U(25) = 0$ для (d). Во всех случаях $r_0 = 0.1$. a, b — кривые 1 соответствуют аналитическим выражениям работы [17]: $f(d) = \text{const} \cdot (1/d) \cdot (1 + d - 1/2d^2) \cdot \exp(-d)$; $U(d) = \text{const} \cdot (1/d^2) \cdot (1 - 1/2d) \cdot \exp(-d)$. Для согласования расталкивательной части кривой с результатами численных расчетов положено $\text{const} = 12$. Кривые 2 (a, b) соответствуют $\delta = 0.999$, кривые 3 — $\delta = 0.9$. c, d — кривые 1 соответствуют $\delta = 0.1$; кривые 2 — $\delta = 0.3$; кривые 3 — $\delta = 0.5$; кривые 4 — $\delta = 0.7$.

электронных оболочек дебаевских атомов. При $1 - \delta \ll 1$ эффект экранировки заряда пылинки внутренними слоями электронных оболочек остается прежним. Однако притяжение к центру молекулы существенно ослабевает из-за того, что в этой области концентрируются не только электроны, но и положительные заряды, отталкивающие пылинки.

Об аналитических подходах. Изложенный выше вывод об отсутствии притяжения при $1 - \delta \ll 1$ не согласуется с данными недавних приближенных аналитических рассмотрений [16,17] (рис. 3). Из результатов этих работ следует, что при $\delta = 1$ в области $r > (3^{1/2} + 1)/2^{1/2} = 1.93$ при рассмотрении линеаризованного уравнения Пуассона–Больцмана имеет место притяжение пылинок.

Неточность результатов [16,17], по-видимому, связана со следующим обстоятельством. К силе, действующей непосредственно на пылинку, в работах [16,17] прибавлена сила притяжения, действующая на электронную оболочку пылинки со стороны второй пылинки. Такое приближение было бы оправданным, если бы зарядовые оболочки пылинок были бы жестко связаны с пылинками какими-то другими силами. Однако таких сторонних жестких сил в рассматриваемой задаче нет. Наличие вычисленной в работах [16,17] силы притяжения электронной оболочки одного заряда к другому заряду говорит лишь о том, что данная конфигурация зарядовой оболочки не является равновесной и сила притяжения к другому заряду должна приводить к поляризации зарядовой оболочки, которая в работах [16,17] не учтена. Нет никаких оснований складывать эту поляризующую силу с силой, действующей непосредственно на пылинку.

4. Заключение

В заключение отметим следующее. Ввиду того что силы притяжения возникают на расстояниях порядка среднего расстояния между пылинками, корректно решить задачу о свойствах пылевых жидкостей и кристаллов можно лишь, учитывая многочастичное взаимодействие пылинок. На самом деле поляризационные силы, действующие на пылинку, флуктуируют и зависят от расположения пылинок, ее окружающих. Однако из проведенного рассмотрения ясно, что равновесная конфигурация пылинок должна иметь место.

Авторы признательны А.Н. Ткачеву за обсуждение результатов данной работы и работ [12,13], а также Ю.И. Сыцько за обсуждения вычислительных аспектов задачи.

Список литературы

- [1] Гундиенков В.А., Яковленко С.И. // Письма в ЖТФ. 2002. Т. 28. В. 10. С. 46–56.
- [2] Ткачев А.Н., Яковленко С.И. // ЖТФ. 1999. Т. 69. В. 1. С. 53–57.
- [3] Ткачев А.Н., Яковленко С.И. // Письма в ЖТФ. 1999. Т. 25. В. 1. С. 52–55.
- [4] Яковленко С.И. // Письма в ЖТФ. 1999. Т. 25. В. 16. С. 83–89.
- [5] Яковленко С.И. // Краткие сообщения по физике ФИАН. 1999. № 9. С. 3–9.
- [6] Яковленко С.И. // Письма в ЖТФ. 1999. Т. 26. В. 16. С. 47–55.
- [7] Яковленко С.И. // Письма в ЖТФ. 2000. Т. 26. В. 26. С. 38–46.
- [8] Яковленко С.И. // Письма в ЖТФ. 2001. Т. 27. В. 9. С. 83–93.
- [9] Яковленко С.И. // Краткие сообщения по физике ФИАН. 2002. № 1. С. 3.
- [10] Фортон В.Е., Нефедов А.П., Петров О.Ф., Самарян А.А., Чернышев А.В. // ЖЭТФ. 1997. Т. 111. № 2. С. 467–477.
- [11] Математический энциклопедический словарь / Гл. ред. Ю.В. Прохорова. М.: Научн. изд. „Большая российская энциклопедия“, 1995.
- [12] Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. М.: Наука, 1964.
- [13] Майоров С.А., Ткачев А.Н., Яковленко С.И. // Усп. физич. наук. 1994. Т. 164. № 3. С. 298–307.
- [14] Mayorov S.A., Tkachev A.N., Yakovlenko S.I. // Physica Scripta. 1995. V. 51. P. 498–516.
- [15] Яковленко С.И. // Изв. вузов. Физика. 1995. Т. 38. № 4. С. 3. (in Russian, for English translation see: Russian Physics J. 1995. V. 38 (4). P. 329–335).
- [16] Герасимов Д.Н., Синкевич О.А. // Теплофизика высоких температур. 1999. Т. 37. № 6. С. 853–857.
- [17] Ivanov A.S. // Phys. Letters. 2001. A290. P. 304–308.