11

Преобразование бистабильных хаотических колебаний в триггерах кольцевой системы

© Б.Е. Железовский, Э.В. Кальянов

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: kafedrafimit@yandex.ru, ervask@mail.ru

Поступило в Редакцию 18 марта 2014 г.

Представлены уравнения, описывающие кольцевую систему трех однонаправленно связанных генераторов Чуа (подсистем). Проведен численный анализ для случая, когда лишь одна из них является автоколебательной. Показано, что в неавтоколебательных подсистемах, упрощенных до ждущих триггеров, происходит усложнение контурных колебаний, сопровождающееся умножением частот колебаний и расширением генерируемого спектра частот.

В настоящее время известно большое число генераторов хаотических колебаний [1], но схема Чуа [2] остается одной из наиболее простых для практической реализации. Она отличается от схемы классического триггера лишь наличием емкости, шунтирующей индуктивный элемент, что не умаляет значимости получающегося хаотического генератора, а показывает, как незначительное изменение схемы может приводить к принципиально новым эффектам.

Исследовались различные модификации генератора Чуа с целью большего перемешивания фазовых траекторий. Рассматривалась также и возможность создания на его основе кольцевой хаотической системы из идентичных генераторов (подсистем) при однонаправленной связи [3]. Одной из возможных модификаций генераторов Чуа, позволяющей улучшить спектральные свойства генерируемого хаоса, представляется кольцевая система, состоящая из однонаправленно связанных неидентичных ячеек, когда лишь одна из них является автоколебательной. В представленной работе рассмотрена такая система, состоящая из трех однонаправленно связанных неидентичных ячеек.

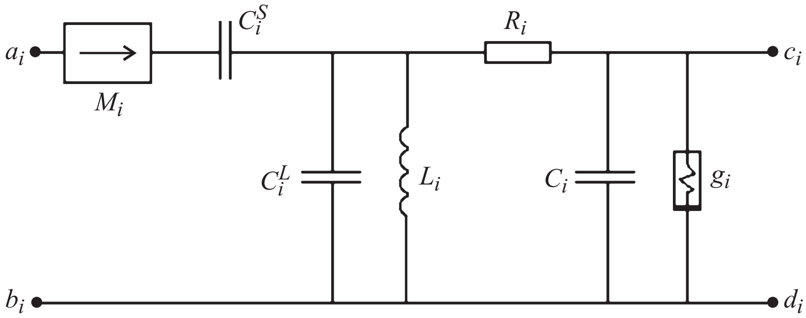

Рис. 1. Принципиальная схема парциальной ячейки.

При емкостной однонаправленной связи трех генераторов Чуа схема одной i-й ячейки ($i = 1, 2, 3$), содержащей однонаправленный элемент M_i, показана на рис. 1. Кольцевая система образуется из парциальных ячеек путем соединения точек c_i, d_i ячейки с индексом i с точками a_{i+1}, b_{i+1} ячейки с индексом $i + 1$. Система замыкается в кольцо, когда точки c_3, d_3 третьей ячейки соединяются с точками a_1, b_1 первой ячейки.

Если опустить индексы i, то при $M = C^S = 0$ рис. 1 отображает известную схему генератора Чуа, а при дополнении этого условием $C^L = 0$ — схему классического триггера.

В общепринятой форме [2] нормированные уравнения генератора Чуа, к сожалению, не позволяют получить уравнения триггера, так как безразмерное время в уравнениях Чуа определяется соотношением $\tau = t/RC^L$, тогда как в триггере $C^L = 0$. С целью получения нормированных уравнений Чуа, из которых в частном случае получаются уравнения триггера, для безразмерного времени следует использовать соотношение

$$\tau = \frac{t}{RC}. \tag{1}$$

Использование этого соотношения при нормировании уравнений Чуа представляется важным для понимания физических процессов. То обстоятельство, что триггер лежит в основе генератора Чуа, определяет механизм работы хаотической автоколебательной системы. Именно благодаря двум устойчивым состояниям триггера формируется аттрактор в виде двойного завитка (double scroll). Механизм хаотизации движений можно представить как нерегулярное переключение ударно возбуждающихся колебаний, определяющихся параметрами колебательного контура, образующегося при подключении емкости к индуктвному элементу триггера. Переключение колебаний обусловлено наличием эффекта бистабильности, определяемой схемой триггера, и переходом из одной области притяжения в другую при нарастании ударно возбуждающихся колебаний.

При использовании безразмерного времени в форме, аналогичной соотношению (1), а именно как $\tau = t/R_1C_1$, уравнения трехячейковой кольцевой системы с однонаправленной связью между ячейками при $M_i = 1$ можно представить в виде

$$\begin{aligned}
dx_1/d\tau &= (\delta_1/\alpha_1)\big[y_1 - x_1 - h_1(x_1)\big],\\
dy_1/d\tau &= \big[1/(\gamma_1+\sigma_1)\big]\big\{\gamma_1(\delta_3/\alpha_3)\big[y_3 - x_3 - h_3(x_3)\big]\\
&\quad + \delta_1(x_1 - y_1 + z_1)\big\},\\
dz_1/d\tau &= -(\beta_1\delta_1/\alpha_1)y_1, \qquad (2a)\\
dx_2/d\tau &= (\delta_2/\alpha_2)\big[y_2 - x_2 - h_2(x_2)\big],\\
dy_2/d\tau &= [1/(\gamma_2+\sigma_2)]\big\{\gamma_2(\delta_1/\alpha_1)\big[y_1 - x_1 - h_1(x_1)\big]\\
&\quad + \delta_2(x_2 - y_2 + z_2)\big\},\\
dz_2/d\tau &= -(\beta_2\delta_2/\alpha_2)y_2, \qquad (2b)\\
dx_3/d\tau &= (\delta_3/\alpha_3)\big[y_3 - x_3 - h_3(x_3)\big],\\
dy_3/d\tau &= [1/(\gamma_3+\sigma_3)]\big\{\gamma_3(\delta_2/\alpha_2)\big[y_2 - x_2 - h_2(x_2)\big]\\
&\quad + \delta_3(x_3 - y_3 + z_3)\big\},\\
dz_3/d\tau &= -(\beta_3\delta_3/\alpha_3)y_3, \qquad (2c)
\end{aligned}$$

где

$$\alpha_i = C_i/C_1, \quad \sigma_i = C_i^L/C_1, \quad \beta_i = C_i/L_iG_i^2, \quad G_i = 1/R_i$$

$$\delta_i = G_i/G_1, \quad \rho_I = R_i^L/R_i, \quad \gamma_i = C_i^S/C_1.$$

Для функции $h_i(x_i)$, описывающей характеристику нелинейного элемента g_i, при численном анализе используется аппроксимация

$$h_i(x_i) = -D_i \operatorname{arctg}(x_i), \tag{3}$$

где D_i — постоянная.

Для удобства, в дальнейшем (и при расчетах) безразмерное время обозначается снова через t.

На рис. 2 показаны бифуркационные диаграммы, иллюстрирующие изменение режимов работы трехячейковой системы при увеличении параметра связи γ_1, когда $\gamma_2 = 1.8$, $\gamma_3 = 1.2$. Рис. 2, a отображает изменение максимальных значений колебательного процесса первой подсистемы, а рис. 2, b — третьей. Численный анализ проводился при следующих величинах неизменяемых параметров: $D_i = 1.6$, $\beta_i = 1.586$, $\sigma_1 = 9$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$, $\alpha_i = \delta_i = 1$. Начальные условия определялись значениями $x_1(0) = 0.1$, $x_2(0) = x_3(0) = y_i(0) = z_i(0) = 0$. При выбранных параметрах первая подсистема представляет собой генератор Чуа, а вторая и третья — триггеры. При выбранных параметрах устойчивые состояния триггеров, а также и центры областей притяжения генератора реализуются при $x_i = \pm 2$.

В соответствии с рис. 2 аттрактор типа двойной завиток реализуется при увеличении параметра γ_1 до величины $\gamma_1 \approx 1.38$. Это отображается наличием двух областей разброса точек, соответствующих максимальным значениям колебательных процессов в бассейнах притяжения. Более значительная нерегулярность разброса этих точек наблюдается в колебаниях третьей подсистемы. При $\gamma_1 > 1.38$ происходит срыв движений, которым соответствует аттрактор типа двойной завиток. При этом в третьей подсистеме колебания остаются сложными — им не соответствует большой предельный цикл.

Колебания в трехячейковой системе существенно иные, чем в случае обычного генератора Чуа. Наряду с усложнением нерегулярных движений в реализациях колебаний $x_3(t)$ наблюдалось изменение (увеличение) частоты колебаний в областях устойчивости (бассейнах притяжения) триггерных ячеек, что свидетельствует о наличии эффекта умножения частоты. Наблюдалась также своеобразная перемежаемость движений, проявлявшаяся в наличии колебаний как вблизи частоты $\omega \approx 0.35$, так и на вдвое большей частоте

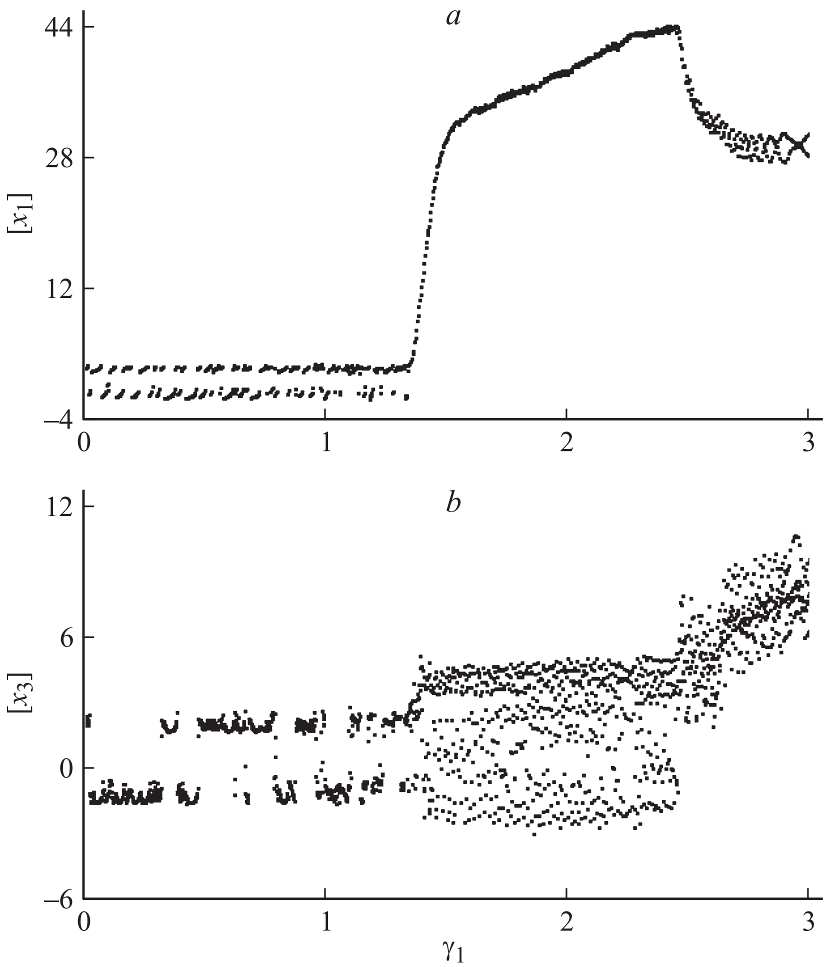

Рис. 2. Изменение максимальных значений колебательного процесса в первой (a) и третьей (b) подсистемах в зависимости от параметра обратной связи γ_1.

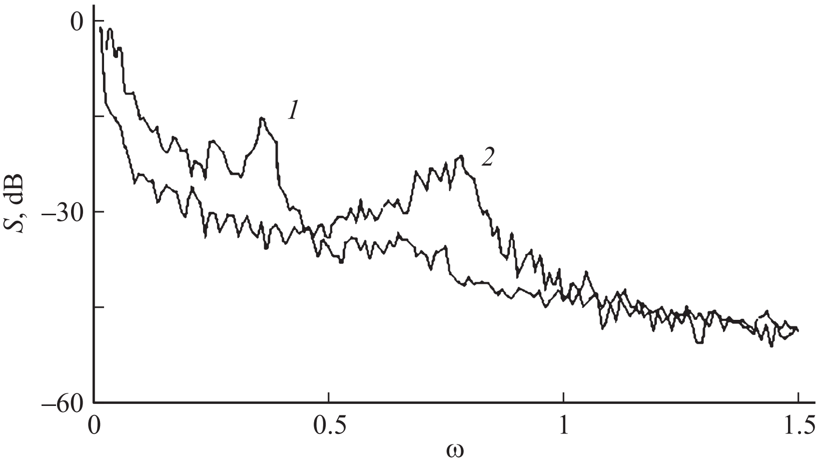

Рис. 3. Спектры мощности колебаний в автономном генераторе Чуа (кривая *1*) и в третьей ячейке однонаправленно связанных подсистем (кривая *2*).

Эффекты умножения частоты и перемежаемость, приводящие к смещению и расширению генерируемого спектра частот, отображаются также спектрами мощности. В то время как в обычном генераторе Чуа хаотические колебания, определяемые бассейнами притяжения, занимают диапазон частот в окрестности частоты $\omega \approx 0.35$ (кривая *1*, рис. 3), колебания в третьей ячейке цепочки смещены к частоте $\omega \approx 0.7$ и занимают более широкий диапазон частот (кривая *2*, рис. 3). Наблюдавшиеся реализации колебаний также отображали усложнение движений в рассматриваемой цепочке и большее перемешивание фазовых траекторий, чем в случае обычного генератора Чуа.

Результаты численного анализа однонаправленно связанных трех бистабильных ячеек, проведенные применительно к режимам, когда автоколебательной подсистемой является одна ячейка, свидетельствуют о возможности управления хаотическими колебаниями связанной кольцевой системы. Благодаря возникающим эффектам перемежаемости колебаний между бассейнами притяжения и умножения колебаний возможно получение в бистабильной кольцевой системе хаотических колебаний с хорошим перемешиванием фазовых траекторий. Спектр хаотических колебаний расширяется и смещается в область высоких частот.

Список литературы

[1] *Дмитриев А.С., Ефремова Е.В., Максимов Н.А., Панас А.И.* Генерация хаоса / Под общ. ред. А.С. Дмитриева. М.: Техносфера, 2012. 424 с.
[2] *Кузнецов С.П.* Динамический хаос (курс лекций). М.: Изд. физ.-мат. лит., 2001. С. 91.
[3] *Кальянов Э.В.* // Письма в ЖТФ. 2001. Т. 37. В. 19. С. 30–36.