08

Деформация пресноводного ледяного покрова в результате капиллярных колебаний подстилающей воды

© В.К. Балханов, Ю.Б. Башкуев, В.Б. Хаптанов

Институт физического материаловедения СО РАН,
670047 Улан-Удэ, Россия
e-mail: ballar@yandex.ru

(Поступило в Редакцию 21 ноября 2013 г.)

В ходе натурных измерений установлено, что основная масса частот изгибных колебаний льда приходится на интервал 1–5 Hz. Однако хотя и редко, но проявляются колебания на частотах порядка 13 Hz. Колебания с такими частотами интерпретированы как взаимосвязь изгибных колебаний льда с колебаниями капиллярных волн на воде. Теоретически установлена следующая функциональная зависимость частоты f изгибных колебаний льда от коэффициента поверхностного натяжения α границы вода–лед: $f \sim \alpha^{-1/4}$. Не выписанный здесь множитель зависит от физических характеристик воды и льда. Если принять $f = 13$ Hz и считать неизвестным коэффициент поверхностного натяжения α то подставляя известные величины, можно найти $\alpha = 3.3$ N/m. Таким образом получена оценка коэффициента поверхностного натяжения границы вода–лед.

Введение

В работе [1] было описано устройство для одновременного измерения акустических и электромагнитных эмиссий, возникающих при растрескивании озерного льда. В ходе измерений была измерена частота изгибных колебаний ледяной пластины, плавающей на воде. Проведен теоретический анализ, в ходе которого показано, что электромагнитная эмиссия возникает в результате наведения ЭДС в горизонтальной электрической антенне в электрическом поле Земли. В результате контакта ледяной пластины с поверхностью воды пластина конечных размеров (порядка 200 m) испытывает изгибные колебания амплитудой 0.1–0.5 mm в интервале частот 1–5 Hz.

В ходе дальнейших измерений была установлена еще одна несущая частота 13 Hz. На рисунке эти колебания отмечены №3, и они не могут быть описаны вышеприведенным механизмом. Действительно, квадратная пластина со стороной b, плавающая на воде, имеет собственную частоту колебаний $f(\mathrm{Hz}) = 222/b(\mathrm{m})$ [1]. Если сюда подставить $f = 13$ Hz, то получим размер пластины $b = 17$ m. Но таких размеров у ледяных пластин в период измерений на льду визуально не наблюдалось. Поэтому необходимо провести теоретический анализ, который опишет эти дальнейшие измерения. Это можно сделать, если предположить, что новая частота связана с капиллярными волнами на воде.

Поверхностное натяжение

Предположим, что несущая частота порядка 13 Hz наводимого в горизонтальной электрической антенне ЭДС связана с взаимодействием ледяного покрова с капиллярными волнами на воде. Измерения проводились на озере Байкал в весеннее время, когда практически вся поверхность озера покрыта сплошным льдом. В первом приближении озеро Байкал представляет собой бассейн длиной 635 km, шириной 50 km и глубиной 1 km. В задаче о капиллярных волнах такие размеры можно считать бесконечными. Для учета взаимодействия таких волн с ледяным покровом необходима только вертикальная компонента скорости V_z, где z — вертикальная координата, отсчитываемая от поверхности воды наружу. Теоретический анализ аналогичен проведенному в [1], только проводится с учетом специфики капиллярных волн.

Скорость V_z подчиняется уравнению Лапласа

$$\frac{\partial^2 V_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2} = 0,$$

где x — направление распространения волны. Его решение

$$V_z = V_0 \exp|-i\omega t + kz| \sin kx, \tag{1}$$

где ω — круговая частота, k — волновое число. Если ввести потенциал скорости ψ, когда $V_z = \partial\psi/\partial z$, то ψ подчиняется следующему уравнению [2]:

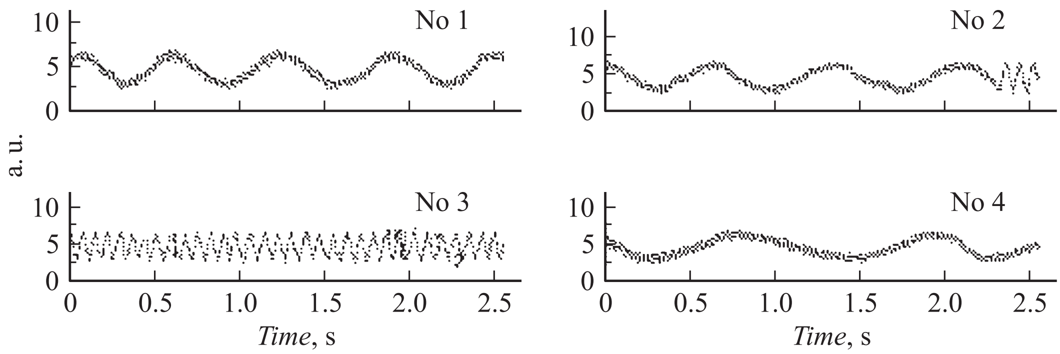
$$\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} - \frac{\alpha}{\rho_V}\frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}\right)_{z=0} = 0. \tag{2}$$

Здесь α — коэффициент поверхностного натяжения, $\rho_V = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$ — плотность воды. Из (1) и (2) следует известное дисперсионное соотношение

$$\omega^2 = \frac{\alpha}{\rho_V} k^3. \tag{3}$$

Далее, поскольку $V_z = \partial z/\partial t$, то отсюда и из уравнения Эйлера

$$\frac{\partial V_z}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_V}\frac{\partial P}{\partial z}$$



Потенциалы, наводимые в горизонтальной несимметричной электрической антенне, которая колеблется при изгибных деформациях льда в градиентном электрическом поле Земли. Основная масса частот (№№ 1, 2, 4) приходится на интервал $1-5$ Hz. Измерения под № 3 происходят с частотой 13 Hz.

(здесь P — давление) после интегрирования, находим

$$P = V_0 \frac{i\omega}{k} \rho_V \exp[-i\omega t + kz] \sin kx, \tag{4}$$

$$z = V_0 \frac{i}{\omega} \exp[-i\omega t + kz] \sin kx. \tag{5}$$

Этими выражениями определяются изгиб ледяного покрова и оказываемое на него давление.

С другой стороны, в [1] установлено, что изгиб ледяной пластины с линейным размером b определяется следующим соотношением:

$$z = \frac{bP}{12\pi\rho_L V_p^2}, \tag{6}$$

где плотность массивного льда $\rho_L = 917\,\mathrm{kg/m^3}$ и характерная скорость звуковых колебаний массивного льда $V_p = 985\,\mathrm{m/s}$.

Хотя результаты (3)–(5) получены в предположении глубокой и в горизонтальной плоскости ничем неограниченной воды, но они верны и для воды в канале длиной b $(= 635\,\mathrm{km})$. Учет конечных значений ширины и глубины бассейна приводит только к небольшим поправкам, которыми в первом приближении мы пренебрежем. Подставляя (4) и (5) в (6) и решая получаемое выражение совместно с (3), для частоты $f = \omega/2\pi$ изгибных колебаний ледяного покрова находим

$$f = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\rho_V}{\alpha} \left(12\pi \frac{\rho_L}{\rho_V} \frac{V_p^2}{b} \right)^3 \right]^{1/4}. \tag{7}$$

О коэффициенте поверхностного натяжения α границы вода–лед мало что известно. Однако из Интернета легко найти, что для границы вода–воздух $\alpha = 0.07\,\mathrm{N/m}$, а для границы лед–воздух $\alpha = 0.5\,\mathrm{N/m}$. Очевидно, что коэффициент поверхностного натяжения α для границы лед–вода будет больше коэффициентов поверхностного натяжения для границ вода–воздух и лед–воздух. Для оценки примем, что для границы вода–лед $\alpha = 1\,\mathrm{N/m}$. Подставляя все известные величины в формулу (7), находим $f = 17\,\mathrm{Hz}$ — несущая частота изгибных колебаний ледяного покрова озера Байкал в результате капиллярного колебания поверхности воды. Эта частота удовлетворительно совпадает с измеренным значением.

Заключение

В ходе натурных измерений установлено, что основная масса частот изгибных колебаний льда приходится на интервал $1-5$ Hz. Однако хотя и редко, но проявляются колебания на частотах порядка 13 Hz. В настоящей работе колебания с такими частотами интерпретированы как взаимосвязь изгибных колебаний льда с колебаниями капиллярных волн на воде. Если в формуле (7) принять $f = 13\,\mathrm{Hz}$ и считать неизвестным коэффициент поверхностного натяжения α, то подставляя известные величины для воды и льда, можно найти $\alpha = 3.3\,\mathrm{N/m}$. Таким образом получена оценка коэффициента поверхностного натяжения границы вода–лед. Его относительно большая величина, по-видимому, связана с большой смачиваемостью поверхностей воды и льда друг с другом.

Список литературы

[1] *Балханов В.К., Башкуев Ю.Б, Хаптанов В.Б.* // ЖТФ. 2007. Т. 77. Вып. 1. С. 124–126.

[2] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. М.: Наука, 1988. 736 с.