

01;10

Усиление альфвеновских волн в результате нелинейного взаимодействия с магнитоакустической волной в акустически активной проводящей среде

© Д.И. Завершинский, Н.Е. Молевич

Самарский филиал Физического института им. П.Н. Лебедева РАН

Самарский государственный аэрокосмический университет

E-mail: molevich@fian.smr.ru

Поступило в Редакцию 7 апреля 2014 г.

Показано, что в акустически активной тепловыделяющей ионизованной среде возможно усиление и генерация распространяющихся параллельно и антипараллельно магнитному полю альфвеновских волн. Усиление происходит благодаря параметрической перекачке энергии альфвеновским волнам от неустойчивых магнитоакустических волн.

Структура и свойства газодинамических возмущений в проводящей среде в присутствии магнитного поля описывается системой магнитогазодинамических (МГД) уравнений. В такой среде распространяются 3 типа МГД волн: альфвеновские, быстрые и медленные магнитоакустические волны. В альфвеновских волнах давление, плотность и продольная компонента скорости остаются неизменными, а возмущение претерпевают поперечные составляющие скорости и напряженности магнитного поля. В магнитозвуковых волнах наряду с поперечными компонентами поля и скорости изменение претерпевают также плотность, давление и продольная компонента скорости. Продольная же составляющая вектора напряженности магнитного поля остается постоянной. Поскольку альфвеновские волны являются несжимаемыми, то они могут распространяться на большие расстояния без существенного ослабления, так как не образуют резкого ударного фронта. Перенос энергии из конвективной зоны солнца альфвеновскими волнами давно рассматривается как один из возможных механизмов нагрева солнечной

короны [1–3]. В короне мощные альфвеновские волны параметрически распадаются на альфвеновские волны меньшей частоты и магнитоакустические волны, которые быстро диссипируют, приводя, таким образом, к нагреву короны [4].

В солнечной атмосфере недавно действительно зафиксированы высокоэнергетические альфвеновские волны [5], способные существенно нагреть корону. Природа возникновения альфвеновских волн большой амплитуды в нижних слоях атмосферы пока не выяснена. В то же время известно, что в тепловыделяющих средах магнитоакустические волны могут стать неустойчивыми и усиливаться, а альфвеновские волны остаются устойчивыми и не возбуждаются [6–9]. Условие усиления магнитоакустических волн в идеальной МГД тепловыделяющей среде совпадает с условием акустической неустойчивости [10–12]

$$[\mathfrak{J}_{0\rho}/(\gamma_\infty - 1) + \mathfrak{J}_{0T}] < 0,$$

$$\mathfrak{J}_{0T} = \frac{T_0}{Q_0} \left(\frac{\partial \mathfrak{J}}{\partial T} \right)_{\rho=\rho_0, T=T_0}, \quad \mathfrak{J}_{0\rho} = \frac{\rho_0}{Q_0} \left(\frac{\partial \mathfrak{J}}{\partial \rho} \right)_{\rho=\rho_0, T=T_0}, \quad (1)$$

где $\mathfrak{J}(\rho, T) = L(\rho, T) - Q(\rho, T)$, $L(\rho, T)$, $Q(\rho, T)$ — функции, описывающие охлаждение и нагрев среды, зависящие от ее плотности ρ и температуры T ; ρ_0 , T_0 — стационарные значения плотности и температуры; $Q_0 = Q(\rho_0, T_0)$, $-\rho\mathfrak{J}(\rho, T)$ — обобщенная функция тепловых потерь, широко применяемая при исследовании тепловых неустойчивостей, начиная с пионерских работ [10,13]. Эта функция феноменологически учитывает как мощность охлаждения в среде в расчете на единицу объема (например, излучательной природы), так и мощность нагрева среды в результате различных экзотермических процессов. В стационарных условиях $\mathfrak{J}(\rho_0, T_0) = 0$.

Альфвеновские и магнитоакустические волны являются независимыми друг от друга только в линейном приближении. Особенности нелинейного взаимодействия 2 альфвеновских волн и магнитоакустической волны в общем виде описаны в [14]. В [4,15,16] был подробно рассмотрен нестационарный параметрический распад мощной альфвеновской волны на встречно направленную альфвеновскую волну меньшей амплитуды и распространяющуюся в прямом направлении акустическую волну. Показано, что этот процесс происходит при $c_S < c_a$, где c_S , c_a — скорости магнитоакустической и альфвеновской волн.

В [17] было рассмотрено трехволновое взаимодействие сонаправленных магнитоакустических и альфвеновских волн в тепловыделяющей ионизированной среде. Показано, что в условиях тепловой неустойчивости альфвеновские волны могут усиливаться благодаря параметрической перекачке энергии от неустойчивых магнитоакустических волн. Однако такая геометрия взаимодействия (три волны, двигающиеся в одну сторону) может реализоваться только при условии $c_S = c_a$.

В данной работе показана возможность усиления альфвеновской волны в результате параметрического распада мощной магнитоакустической волны в тепловыделяющей акустически активной среде для более общего случая $c_S > c_a$. Предполагается, что волны распространяются параллельно или антипараллельно вектору магнитного поля. В этом случае быстрая магнитоакустическая волна представляет собой альфвеновскую волну, а медленная магнитоакустическая волна распространяется со скоростью звука и является обычной продольной акустической волной. Магнитное поле в ней не возмущается.

Рассмотрим параметрический распад мощной магнитоакустической волны с частотой ω_2 , волновым вектором k_2 , распространяющейся вдоль магнитного поля (ось z), на две линейно поляризованные вдоль оси x альфвеновские волны, распространяющиеся во взаимно противоположных направлениях с частотами ω_0, ω_1 , волновыми векторами k_0, k_1 в акустически активной тепловыделяющей среде.

Для этих волн запишем дисперсионные связи в виде

$$\omega_0 = c_a k_0, \quad \omega_1 = -c_a k_1, \quad \omega_2 = c_S k_2. \quad (2)$$

В (2) c_a — альфвеновская скорость, знак „–“ соответствует альфвеновской волне, распространяющейся антипараллельно магнитному полю.

Нелинейное взаимодействие будем рассматривать при точном выполнении резонансных условий

$$\omega_2 = \omega_0 + \omega_1, \quad k_2 = k_0 + k_1, \quad \omega_0 = c_a k_0, \quad \omega_1 = -c_a k_1, \quad \omega_2 = c_S k_2,$$

$$\omega_0 > 0, \quad \omega_1 > 0, \quad \omega_2 > 0, \quad k_0 > 0, \quad k_1 < 0, \quad k_2 > 0. \quad (3)$$

В этом случае получаем $\omega_1/\omega_2 = (c_S - c_a)/2c_S$, $\omega_0/\omega_2 = (c_S + c_a)/2c_S$. Таким образом, подобный параметрический распад акустической волны возможен только при условии $c_S/c_a > 1$.

Для описания процесса взаимодействия используем, подобно [4], систему, описывающую нестационарное трехволновое взаимодействие МГД-волн, и учтем влияние источника тепловыделения. Кроме того, используем приближение заданной диссипирующей волны накачки [18], что позволит провести рассмотрение начальной стадии параметрического распада (3) мощной акустической волны с помощью только 2 дифференциальных уравнений:

$$\frac{\partial C_0}{\partial t} + \nu C_0 = iA C_2 C_1^*, \quad \frac{\partial C_1}{\partial t} + \nu C_1 = iA C_2 C_0^*,$$

$$C_2 = C_{20} e^{-\alpha t}, \quad C_{20} = \text{const.} \quad (4)$$

Система (4) решалась при начальных условиях вида $C_1(0) = C_{10}$; $C_0(0) = C_{00}$; $C_0, C_1 \ll C_2$. Здесь $C_0 = \bar{V}_{0x}/\sqrt{\omega_0}$, $C_1 = \bar{V}_{1x}/\sqrt{\omega_1}$, $C_2 = \bar{V}_{2z}/\sqrt{\omega_2}$, \bar{V}_{0x} , \bar{V}_{1x} , \bar{V}_{2z} — амплитуды волновых возмущений соответствующих компонент скорости в 2 альфвеновских волнах и акустической волне. Линейные слагаемые в (4) учитывают слабую диссипацию альфвеновских волн с коэффициентом диссипации ν . Коэффициент α — это инкремент акустической волны в тепловыделяющей среде. Он определяется как [8,19]

$$\alpha = \frac{\xi \omega^2}{2c_s^3 \rho_0}, \quad \xi = \frac{\xi_0 C_{V0}^2}{C_{V0}^2 + \omega^2 \tau_0^2 C_{V\infty}^2},$$

$$\xi_0 = \frac{\tau_0 \rho_0 C_{V\infty} (c_\infty^2 - c_0^2)}{C_{V0}} = \frac{P_0 \tau_0 (\tilde{\mathcal{J}}_{0\rho}/(\gamma_\infty - 1) + \tilde{\mathcal{J}}_{0T})}{\tilde{\mathcal{J}}_{0T}^2}, \quad (5)$$

$$c_s = \sqrt{(C_{V0}^2 c_0^2 + \omega^2 \tau_0^2 C_{V\infty}^2 c_\infty^2)/(C_{V0}^2 + \omega^2 \tau_0^2 C_{V\infty}^2)},$$

$$c_0^2 = C_{P0} k_B T_0 / m C_{V0}, \quad c_\infty^2 = C_{P\infty} k_B T_0 / m C_{V\infty},$$

$$C_{P\infty} = C_{V\infty} + k_B / m, \quad C_{V0} = k_B \tilde{\mathcal{J}}_{0T} / m,$$

$$C_{P0} = k_B (\tilde{\mathcal{J}}_{0T} - \tilde{\mathcal{J}}_{0\rho}) / m, \quad \tau = k_B T_0 / m Q_0.$$

Здесь k_B — постоянная Больцмана, $C_{V\infty}$ — высокочастотная теплоемкость при постоянном объеме, m — средняя масса, приходящаяся на одну частицу, ξ — коэффициент второй вязкости [20], ξ_0 — низкочастотный коэффициент второй вязкости [8,11,12],

c_0, c_∞ — скорости низкочастотного ($\omega\tau \ll C_{V0}/C_{V\infty}$) и высокочастотного ($\omega\tau \gg C_{V0}/C_{V\infty}$) звуков. Коэффициент нелинейного взаимодействия волн $A = \sqrt{\omega_0\omega_1\omega_2}/4c_\infty$ совпадает с полученным в [4].

Система (4) имеет аналитическое решение в следующем виде:

$$\begin{aligned} C_0 &= (C_{00} \operatorname{ch}[AC_{20}(1 - e^{-\alpha t})/\alpha] + iC_{10} \operatorname{sh}[AC_{20}(1 - e^{-\alpha t})/\alpha])e^{-\nu t}, \\ C_1 &= (C_{10} \operatorname{ch}[AC_{20}(1 - e^{-\alpha t})/\alpha] + iC_{00} \operatorname{sh}[AC_{20}(1 - e^{-\alpha t})/\alpha])e^{-\nu t}. \end{aligned} \quad (6)$$

Согласно (6), при параметрическом распаде акустической волны нарастают амплитуды обеих альфвеновских волн, распространяющихся навстречу друг другу. При выполнении условия отрицательности коэффициента второй вязкости [11], что соответствует (1), коэффициент $\alpha < 0$ и среда является акустически неустойчивой. Следовательно, параметрическое усиление будет беспороговым. Усиление начнется при

$$t_s = AC_{20}/\alpha\nu + W[(-AC_{20}/\nu) \exp(-AC_{20}/\nu)]/\alpha.$$

Далее параметрический инкремент экспоненциально нарастает со временем. Здесь W — это так называемая функция Ламберта. В реальных средах инкремент будет ограничен нелинейным насыщением коэффициента α .

Подобный процесс параметрического переноса большого инкремента неустойчивой волны на слабую сигнальную иногда называют супергетеродинным усилением [21]. Ранее были рассмотрены условия интенсивного вихреобразования в акустически активных средах в результате аналогичного беспорогового нелинейного взаимодействия вихревой волны с неустойчивыми акустическими волнами с экспоненциальным параметрическим инкрементом [22,23].

Мы рассмотрели также другую возможную ситуацию параметрического взаимодействия, когда длина среды L достаточна для установления стационарного режима. В этом случае система уравнений имеет вид (в пренебрежении слабой диссипацией альфвеновских волн)

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_0}{\partial z} &= i\tilde{A}C_2C_1^*, & \frac{\partial C_1}{\partial z} &= -i\tilde{A}C_2C_0^*, \\ C_2 &= C_{20}e^{-\alpha z}, & C_{20} &= \text{const}, & \tilde{A} &= A/c_a, \end{aligned} \quad (7)$$

с граничными условиями $C_1(L) = C_{10}$, $C_0(0) = C_{00}$, $C_0, C_1 \ll C_2$.

В результате получаем решение (7) в виде

$$C_1 = \frac{C_{10} \cos[\Psi(z)] - iC_{00} \sin[\Psi(z) - \Psi(L)]}{\cos[\Psi(L)]},$$

$$C_0 = \frac{C_{00} \cos[\Psi(z) - \Psi(L)] + iC_{10} \sin[\Psi(z)]}{\cos[\Psi(L)]},$$

где $\Psi(z) = \tilde{A}C_{20}(1 - e^{-\alpha z})/\alpha$.

Обе волны нарастают в противоположных направлениях и через нелинейную связь создают положительную обратную связь друг для друга. Амплитуды полей на выходе имеют вид

$$C_1(0) = (C_{10} + iC_{00} \sin[\Psi(L)])/ \cos[\Psi(L)],$$

$$C_0(L) = (C_{00} + iC_{10} \sin[\Psi(L)])/ \cos[\Psi(L)].$$

Если

$$\tilde{A}C_{20}(1 - e^{-\alpha L})/\alpha = \pi/2,$$

то альфвеновские волны, бегущие навстречу друг другу, одновременно нарастают до бесконечности. Откуда условие

$$\alpha_{th} = \Omega + W[-\Omega L \exp(-\Omega L)]/L, \quad \Omega = 2\tilde{A}C_{20}/\pi \quad (8)$$

определяет порог параметрической генерации. Реальная амплитуда сигнала будет резко возрастать при значении инкремента усиления, определяемого выражением (8), оставаясь ограниченной из-за истощения волны накачки вследствие нелинейного взаимодействия волн. Подобный параметрический генератор с обратной волной описан ранее для случая взаимодействия электромагнитных волн [24].

Таким образом, впервые показана принципиальная возможность возбуждения сильных альфвеновских волн путем параметрической перекачки энергии от неустойчивой акустической волны в тепловыделяющем газе при $c_S > c_a$. Вне областей акустической неустойчивости акустическая волна будет быстро затухать. В то же время альфвеновская волна, являясь несжимаемой, поглощается в гораздо меньшей степени и может переносить энергию от этих неустойчивых областей на большие расстояния.

Работа частично поддержана Минобрнауки РФ, государственное задание на выполнение работ на 2012–2014 годы, проект 608, грантами РФФИ 13-01-97001 р_поволжье_a, 14-02-97030 р_поволжье_a, НИР

№ ГР 01201156352, стипендией президента РФ для молодых ученых и аспирантов, осуществляющих перспективные научные исследования и разработки по приоритетным направлениям модернизации российской экономики 2013–2015 годов и грантом РНФ 14-22-00111.

Список литературы

- [1] *Alfvén H.* // *Nature*. 1942. V. 150. Iss. 3805. P. 405–406.
- [2] *Alfvén H.* // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 1947. V. 107. P. 111.
- [3] *Osterbrock D.E.* // *Astrophysical Journal*. 1961. V. 134. P. 347.
- [4] *Wentzel D.G.* // *Solar Physics*. 1974. V. 39. P. 129–140.
- [5] *McIntosh S.W., de Pontieu B., Carlsson M., Hansteen V., Boerner P., Goossens M.* // *Nature*. 2011. V. 475. Iss. 7359. P. 477–480.
- [6] *Heyvaerts J.* // *Astron. & Astrophys.* 1974. V. 37. P. 65–73.
- [7] *Nakariakov V.M., Mendoza-Briceño C.A., Ibáñez S., Miguel H.* // *Astrophysical Journal*. 2000. V. 528. Iss. 2. P. 767–775.
- [8] *Завершинский Д.И., Молевич Н.Е.* // *Письма в ЖТФ*. 2013. Т. 39. В. 15. С. 18–25.
- [9] *Chin R., Verwichte E., Rowlands G., Nakariakov V.M.* // *Phys. Plasmas*. 2010. V. 17. Iss. 3. P. 032 107 (1–12).
- [10] *Field G.B.* // *Astrophysical Journal*. 1965. V. 142. P. 531–567.
- [11] *Молевич Н.Е., Ораевский А.Н.* // *ЖЭТФ*. 1988. Т. 94. № 3. С. 128. (*Molevich N.E., Oraevsky A.N.* // *Zhurnal Eksperimentalnoi i Teoreticheskoi Fiziki*. 1988. V. 94. N 3. P. 128–132.)
- [12] *Molevich N.E., Zavershinsky D.I., Galimov R.N., Makaryan V.G.* // *Astrophysics and Space Science*. 2011. V. 334. Iss. 1. P. 35–44.
- [13] *Parker E.N.* // *Astrophysical Journal*. 1953. V. 117. P. 431–436.
- [14] *Сагдеев Р.З., Галеев А.А.* // *Вопросы теории плазмы*. М.: Атомиздат, 1973. В. 7. Гл. 1. С. 4. (*Sagdeev R.Z., Galeev A.A.* // *Nonlinear Plasma Theory*. N. Y.: Benjamin, 1969. Chap. 1. P. 1.)
- [15] *Chin Y.-C., Wentzel D.G.* // *Astrophysics and Space Science*. 1972. V. 16. Iss. 3. P. 465–477.
- [16] *Wentzel D.G.* // *Solar Physics*. 1976. V. 50. P. 346–360.
- [17] *Завершинский Д.И., Молевич Н.Е.* // *Компьютерная оптика*. 2013. Т. 37. С. 410–415. (*Zavershinsky D.I., Molevich N.E.* // *Computer optics*. 2013. V. 37. N 4. P. 410–415.)
- [18] *Бункин Ф.В., Воляк К.И., Ляхов Г.А., Романовский М.Ю.* // *ЖЭТФ*. 1984. Т. 86. № 1. С. 140–146. (*Bunkin F.V., Volyak K.I., Lyakhov G.A., Romanovskii M.Yu.* // *Sov. Phys. JETP*. 1984. V. 59. N 1. P. 80–83.)

- [19] Галимов Р.Н., Завершинский Д.И., Макарян В.Г., Молевич Н.Е. // Вестник СГАУ. 2012. Т. 34. N 3. С. 118–123. (*Galimov R.N., Zavershinsky D.I., Makaryan V.G., Molevich N.E.* // Vestnik Samara State Aerospace University. 2012. V. 34. N 3. P. 118–123.)
- [20] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. // Гидродинамика. М.: Наука, 1986. Т. 6. С. 433. (*Landau L.D., Lifshitz E.M.* Course of Theoretical Physics: Fluid Mechanics. N.Y.: Pergamon, 1987. V. 6. P. 308.)
- [21] Рабинович М.И., Фабрикант А.Л. // Изв. вузов. Радиофизика. 1976. Т. 19. № 5–6. С. 722. (*Rabinovich M.I., Fabrikant A.L.* // Izvestiya VUZov. Radiophysika. 1976. V. 19. N 5–6. P. 722.)
- [22] Молевич Н.Е. // Письма в ЖТФ. 2001. Т. 27. В. 14. С. 51–55. (*Molevich N.E.* // Technical Physics Letters. 2011. V. 27. N 7. P. 596–598.)
- [23] Молевич Н.Е. // ТВТ. 2001. Т. 39. № 6. С. 949–953. (*Molevich N.E.* // High Temperature. 2001. V. 39. N 6. P. 884–888.)
- [24] Шен И.Р. // Принципы нелинейной оптики. М.: Наука, 1989. С. 144. (*Shen Y.R.* // The Principles of Nonlinear Optics. N.Y.: John Wiley & Sons, 1984. P. 138.)