

Об ускорении магнитных диполей последовательностью токовых витков

© С.Н. Доля

Объединенный институт ядерных исследований,
141980 Дубна, Московская область, Россия
email: sndolya@jinr.ru

(Поступило в Редакцию 16 января 2014 г. В окончательной редакции 20 марта 2014 г.)

Ускорение магнитных диполей осуществляется бегущим градиентом магнитного поля, образующимся при последовательном включении токовых витков. Магнитные диполи с диаметром $d_{sh} = 60$ мм и полной длиной $l_{tot} = 1$ м предварительно ускоряются газодинамическим способом до скорости $V_{in} = 1$ км/с, соответствующей скорости инжекции в основной ускоритель. Предотвращение разворота диполей на 180° в поле ускоряющего импульса и фокусировка диполей осуществляются тем, что магнитные диполи ускоряются внутри титановой трубки. Магнитные диполи имеют массу $m = 2$ кг и приобретают конечную скорость $V_{fin} = 5$ км/с на длине ускорения: $L_{acc} = 300$ м.

Введение

Известен [1,2] способ ускорения магнитных диполей движущимся в пространстве токовым импульсом. Использование большого числа витков в принципе позволяет достичь большой конечной скорости магнитных диполей. При протекании электрического тока в витках возникает магнитное поле, которое втягивает магнитный диполь внутрь витка с током. После прохождения магнитным диполем центра витка градиент магнитного поля меняет знак, из-за чего магнитный диполь начинает ускоряться в обратном направлении, т.е. тормозиться. Поэтому для создания непрерывного ускорения ток в витке должен быстро обрываться после прохождения магнитным диполем центра витка.

Однако, несмотря на кажущуюся простоту этого способа, его практическое использование сопряжено с серьезными трудностями.

Из используемых в магнитных диполях ферромагнитных материалах наиболее подходящим является железо, имеющее большой удельный магнитный момент и высокую температуру Кюри. Удельный магнитный момент присущ используемому веществу и увеличен быть не может. Более того, поскольку магнитный диполь должен включать в себя также реактивный двигатель с запасом топлива и приборы навигации, то удельный магнитный момент у диполя будет даже меньше, чем у чистого железа. Это не позволяет достичь большой конечной скорости магнитному диполю при таком способе ускорения.

Поясним подробнее. Магнитный момент, приходящийся на одну молекулу в железе [3] составляет величину $m_b = 2.219$ магнетонов Бора. Табличное значение магнетона Бора равно [3] $m_b = 9.27 \cdot 10^{-21}$ эрг/Гс. Учитывая, что атомная масса железа A_{Fe} равна $A_{Fe} = 56$, найдем, что магнитный момент, приходящийся на один нуклон в железе, равен $m_{Fe} \approx 2 \cdot 10^{-10}$ эВ/(Гс · нуклон) и это значение m_{Fe} увеличено быть не может. Вторым принципиальным недостатком прототипа является то, что

движение магнитных диполей в нем неустойчиво в продольном направлении. Дело в том, что при притяжении разноименных полюсов магнитов имеет место фазовая неустойчивость [4,5].

Так, если магнитный диполь немного отстанет от ускоряющего его бегущего токового импульса, то он будет оказываться во все меньшем поле импульса и в конце концов навсегда от него отстанет. Если же магнитный диполь излишне приблизится к импульсу тока, то он будет попадать во все большее поле, все сильнее притягиваться к импульсу, в конце концов его обгонит и развернется на 180° .

С точки зрения взаимного расположения ускоряющего бегущего импульса и магнитного диполя, устойчивым является только случай, когда импульс толкает (а не тянет за собой) магнитный диполь. Это означает, что область фазовой (продольной) устойчивости находится на переднем склоне бегущего импульса. В ускорительной технике это называется принципом автофазировки [4,5].

Удельный магнитный момент диполя, по-видимому, может быть увеличен (по сравнению с железом) за счет применения сверхпроводящего токового слоя, расположенного внутри диполя. Градиент магнитного поля, ускоряющий диполь, может быть увеличен за счет использования сверхпроводимости. Оба эти пути ведут к увеличению ускоряющей диполь силы: $F_z = m dB_z/dz$, где m — удельный магнитный момент диполя, dB_z/dz — градиент магнитного поля.

Будем считать, что начальная скорость диполя $V_{sh} = 1$ км/с и она достигается за счет газодинамического ускорения.

1. Возможность увеличения удельного магнитного момента в магнитном диполе

Удельный магнитный момент диполя может быть увеличен (по сравнению с железом), если внутри ди-

поля поместить сверхпроводящую обмотку из Nb_3Sn и пропустить по ней кольцевой ток.

Рассчитаем, насколько увеличится удельный магнитный момент — магнитный момент, приходящийся на единицу массы магнитного диполя, если в области его цилиндрической части с длиной l_{cyl} , равной $l_{cyl} = 40$ см, поместить сверхпроводящий слой из Nb_3Sn с радиусом $r_{cyl} = 3$ см и толщиной $\delta_{cyl} = 0.2$ см. Будем считать плотность тока в сверхпроводнике равной [3], $J_{sc} = 3 \cdot 10^5$ А/см². Тогда линейная плотность тока j_{sc} (А/см) в таком сверхпроводящем слое будет равна $j_{sc} = J_{sp}\delta_{cyl} = 6 \cdot 10^4$ А/см. Такая линейная плотность тока создаст на поверхности сверхпроводника напряженность магнитного поля H_{sc} , равную $H_{sc} = 1.226j \approx 70$ kGs, что не противоречит возможности достижения плотности тока $J_{sc} \approx 3 \cdot 10^5$ А/см² [3]. Общий ток, текущий в сверхпроводящем слое I_{sc} , будет равен $I_{sc} = j_{sc}l_{cyl} = 2.4 \cdot 10^6$ А, он приведет к появлению магнитного момента $M_{sc} = I_{sc}\pi r_{cyl}^2 = 6.8 \cdot 10^7$ А · м² или в системе СГС — $M_{sc} = 6.8 \cdot 10^6$ эрг/Gs.

Общая масса сверхпроводящего слоя может быть вычислена, исходя из того, что плотность сверхпроводника Nb_3Sn равна $\rho_{Nb_3Sn} = 8$ г/см³, атомная масса $A = 400$ и в общем объеме сверхпроводника $V_{sp} = 150$ см³ содержится $N_{Nb_3Sn} = 7.2 \cdot 10^{26}$ нуклонов. Удельный магнитный момент, магнитный момент, приходящийся на единицу массы (нуклон) при этом получается равным

$$m_{sc} = M_{sc}/N_{Nb_3Sn} = 0.94 \cdot 10^{-20} \\ = 5.9 \cdot 10^{-9} \text{ eV}/(\text{Gs} \cdot \text{nucleon}),$$

что примерно 30 раз больше, чем в железе [3].

2. Пути достижения требуемых параметров ускорения

Пусть масса сверхпроводника в магнитном диполе равна $m_{Nb_3Sn} = 1.2$ kg, масса реактивного двигателя, топлива, приборов навигации и управления будут равны $m_{fuel} = 0.8$ kg, тогда удельный магнитный момент в таком магнитном диполе будет равен $m_0 = 3.5 \cdot 10^{-9}$ eV/(Gs · nucleon), что в ~ 17 раз больше, чем в железе. Длительность импульса магнитного поля может быть определена из следующих соображений. Чтобы магнитный диполь „помещался“ на длине ускоряющего его импульса, замедленная длина волны должна быть порядка $\lambda_{slow} = 4$ м. Временной период T соответствующей волны определим из соотношения

$$\lambda_{slow} = V_{sh}T_0, \quad (1)$$

откуда найдем, что $T_0 = 4$ ms и соответствующая этому периоду частота волны равна $f_0 = 250$ Hz.

Надо сказать, что последовательность токовых витков (катушек индуктивностей), нагруженных на соответствующие емкости, представляет собой линию с сосредоточенными параметрами. Для линии с распределенными

параметрами (спирального волновода) существуют точные электродинамические решения [6]. Из этих решений следует, что оптимальная для ускорения замедленная длина волны должна быть равна периметру спирали. Степень замедления волны определяется из дисперсионного уравнения, которое связывает геометрические и электродинамические характеристики волновода. Для одной и той же степени замедления параметры линии с распределенными и с сосредоточенными параметрами оказываются близкими. Однако обоснование выбора этих параметров для линии с сосредоточенными параметрами выходит за рамки настоящей работы.

3. Выбор толщины стенки ствола пушки Гаусса

Области фазовой устойчивости в азимутально-симметричной волне соответствует область радиальной неустойчивости. Магнитный диполь будет отталкиваться от одноименного полюса, но прежде всего он будет стремиться развернуться на 180° и притянуться к разноименному полюсу. Предотвратить радиальный уход диполя и его разворот на 180° в поле ускоряющего его импульса, можно поместив диполь внутри титановой трубки, внутренний диаметр которой совпадает с наружным диаметром диполя. Толщина стенки титановой трубки должна быть такова, чтобы внешнее магнитное поле свободно, без искажений проникало внутрь, т. е. она должна быть много меньше глубины скин-слоя в титане.

Электрическое сопротивление меди $\rho_{Cu} = 1.67 \times 10^{-6}$ Ohm · cm, титана $\rho_{Ti} = 55 \cdot 10^{-6}$ Ohm · cm [3], проводимость σ (размерность σ равна 1/s) связаны с удельным сопротивлением соотношением: $\sigma = 9 \cdot 10^{11}/\rho$ и для меди проводимость равна $\sigma_{Cu} = 5.4 \cdot 10^{17}$ 1/s, для титана $\sigma_{Ti} = 3.23 \cdot 10^{16}$ 1/s. Это позволяет рассчитывать глубину скин-слоя и тем самым вычислить возможную толщину стенки трубки, в которой будет ускоряться магнитный диполь.

Найдем толщину скин-слоя для титана для частоты $f_0 = 250$ Hz. Она может быть вычислена по формуле

$$\delta_{Ti} = c/2\pi(f_0\sigma_{Ti})^{1/2} = 1.68 \text{ cm}. \quad (2)$$

Это означает, что толщина стенки титановой трубки Δh_{Ti} , в которой должен ускоряться магнитный диполь, может быть выбрана равной $\Delta h_{Ti} = 2$ mm.

4. Взаимодействие диполя с градиентом магнитного поля

Для устойчивого ускорения магнитных диполей нужно „включать“ последовательно магнитные катушки, включать по мере того, как продвинется диполь. Магнитное

поле витка с током может быть записано в виде

$$B_z = I_0 r_0^2 / \left[2 (r_0^2 + z^2)^{3/2} \right], \quad (3)$$

где I_0 — ток в витке (ампер), r_0 — радиус витка с током (см), z — расстояние от плоскости витка до точки наблюдения.

В отличие от многосекционной Пушки Гаусса [1,2] соответствующую катушку здесь надо „включать“ после прохождения магнитным диполем ее центра, а не выключать заранее включенную катушку.

4.1. Ускорение магнитного диполя одиночным токовым витком

Продифференцируем выражение (3) по z и получим формулу для градиента магнитного поля

$$dB_z/dz = (3/2)r_0^2 I_0 z / (r_0^2 + z^2)^{5/2}. \quad (4)$$

Из этой формулы видно, что градиент поля обращается в нуль в плоскости витка при $z = 0$.

Будем считать, что на расстоянии порядка радиуса витка скорость диполя изменяется незначительно, т.е. можно произвести замену переменной $z = V_{sh}t$. Удельный магнитный момент диполя увеличивается по мере прохождения центром диполя расстояния от плоскости витка по закону

$$m = 2m_0 z / l_{sh}, \quad (5)$$

где $m_0 = 3.5 \cdot 10^{-9}$ eV/(Gs · nucleon), l_{sh} — длина диполя. Ток в витке после момента включения нарастает со временем линейно по закону

$$I \approx I_0 (4t/T_0), \quad (6)$$

где T_0 — временной период замедленной длины волны.

Сила, действующая на диполь, со стороны витка равна

$$F_z = m_0 (z/l_{sh}) (3.2) r_0^2 z I_0 4(t/T_0) / (r_0^2 + z^2)^{5/2}. \quad (7)$$

Заменяя $t = z/V_{sh}$ и интегрируя по z , получим выражение для темпа набора энергии при прохождении магнитным диполем одного витка

$$\begin{aligned} \Delta W &= \int F_z dz \\ &= \int m_0 (z/l_{sh}) (3/2) r_0^2 z I_0 4(z/V_{sh} T_0) / (r_0^2 + z^2)^{5/2} dz \end{aligned} \quad (8)$$

или

$$\Delta W_1 = 12m_0 (r_0^2/l_{sh}) (I_0/V_{sh} T_0) \int_0^{l_{sh}/2} [z^3 / (r_0^2 + z^2)^{5/2}] dz. \quad (9)$$

Интегрирование в формуле (9) надо вести до расстояния, примерно равного половине длины магнитного диполя $l_{sh} = 1$ м, такого же порядка должен быть и

радиус витка $r_0 = 1$ м. После того как магнитный диполь продвинется на расстояние $l_{sh}/2$, его магнитный момент больше не будет нарастать, и магнитный диполь будет просто отталкиваться от витка с током.

Соответствующий набор энергии тогда можно записать в виде

$$\Delta W_2 = 6m_0 r_0^2 (I_0/V_{sh} T_0) \int_{l_{sh}/2}^{r_0} [z^2 / (r_0^2 + z^2)^{5/2}] dz. \quad (10)$$

Подставляя численные значения $r_0 = 1$ м, $l_{sh} = 1$ м, вычисляя интегралы и суммируя ΔW_1 и ΔW_2 , найдем, что энергия, набранная магнитным диполем при прохождении одного токового витка, равна

$$\Delta W \approx 12m_0 (r_0^2/l_{sh}) (I_0/V_{sh} T_0) 5.5 \cdot 10^{-2}. \quad (11)$$

4.2. Ускорение магнитного диполя последовательностью токовых витков

Будем считать, что последовательность токовых витков такова: на 1 м приходится 10^3 витков (10^3 /м), ток в каждом витке будем считать равным $I_0 = 150$ кА. Считая $m_0 = 3.5 \cdot 10^{-9}$ eV/(Gs · nucleon) и усредняя действие витков на магнитный диполь с коэффициентом 1/2, окончательно получим формулу для темпа набора энергии магнитным диполем

$$\Delta W = 4.33 \cdot 10^{-4} \text{ (eV/nucleon} \cdot \text{m)}. \quad (12)$$

Умножая $\Delta W = 4.33 \cdot 10^{-4}$ (eV/nucleon · m) на длину ускорения $L_{acc} = 300$ м, найдем конечную энергию магнитных диполей: $W_{fin} = 0.13$ eV/nucleon, что соответствует конечной скорости магнитных диполей $V_{fin} = 5$ км/с.

На рис. 1 представлена схема ускорения магнитных диполей. В пушке 1 магнитные диполи 2 предварительно ускоряются газодинамическим способом. Синхронно с началом движения магнитных диполей в области токовых катушек 3, в которых возбуждается ток таким образом, что магнитные диполи отталкиваются полем токовых витков. Ускорение магнитных диполей происходит внутри тонкостенной титановой трубки 4. Магнитные диполи выпускаются в атмосферу через

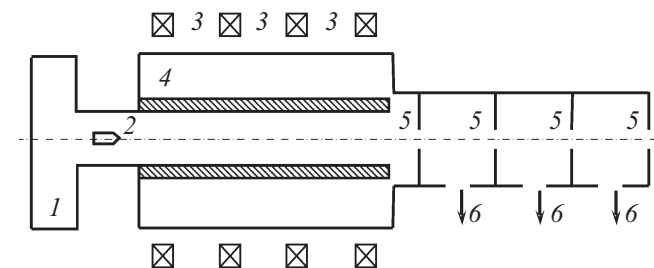


Рис. 1. Схема ускорения магнитных диполей. 1 — пушка, 2 — магнитный диполь, 3 — токовые катушки, 4 — титановая трубка, 5 — импульсные диафрагмы, 6 — откачка.

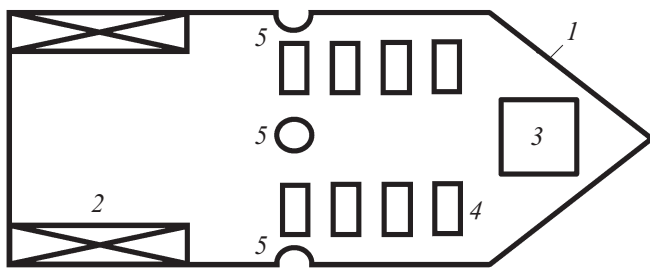


Рис. 2. Структура магнитного диполя. 1 — цилиндрический корпус с острым конусом в головной части, 2 — сверхпроводящий соленоид, 3 — системы навигации и управления, 4 — четыре ряда твердотопливных реактивных двигателей, 5 — кольцевые отверстия (сопла) в корпусе магнитного диполя.

несколько буферных объемов, разделенных импульсными диафрагмами 5. Каждый буферный объем имеет свою индивидуальную откачку 6.

На рис. 2 показана структура магнитного диполя. В цилиндрическом корпусе 1 с острым конусом в головной части расположен сверхпроводящий соленоид 2 с предварительно возбужденным в нем током. Системы навигации и управления 3 траекторией полета магнитного диполя выдают команды на четыре ряда твердотопливных реактивных двигателей 4, которые при своем срабатывании с выходом газов через кольцевые отверстия 5 в корпусе диполя сообщают ему поперечный импульс (вправо—влево и вверх—вниз).

Заключение

С ростом диаметра магнитного диполя его полный магнитный момент увеличивается как площадь витка, т. е. пропорционально r^2 , масса диполя при неизменной плотности тока растет как периметр витка, т. е. линейно с радиусом. Таким образом, удельный магнитный момент диполя будет расти линейно с увеличением радиуса витка.

Список литературы

- [1] http://ru.wikipedia.org/wiki/Пушка_Гайсса
- [2] *Kolm H., Fine K., Williams F., Morgeau P.* Overview of Electromagnetic Guns. Electromagnetic guns, launchers and reaction engines. Massachusetts Institute of Technology. Francis Bitter National Magnet Laboratory. Cambridge, Massachusetts, 02 139, 1980.
<http://www.coilgun.info/theorymath/electroguns.htm>
- [3] Таблицы физических величин. Справочник под ред. И.К. Кирикоина. М.: Атомиздат, 1976. 1006 с.
- [1] *Veksler V.I.* // Докл. АН СССР. 1944. Т. 43. Вып. 8. С. 346–348.
- [5] *McMillan E.M.* // Phys. Rev. 1945. Vol. 68. P. 143–144.
- [6] *Доля С.Н., Решетникова К.А.* Об электродинамическом ускорении макроскопических частиц. Сообщение ОИЯИ, P9-2009-110, Дубна, 2009.
[http://www1.jinr.ru/Preprints/2009/110\(P9-2009-110\).pdf](http://www1.jinr.ru/Preprints/2009/110(P9-2009-110).pdf)