Физика твердого тела, 2014, том 56, вып. 12

09,12

Влияние разогрева носителей на фотоэдс в полевом транзисторе

© Е.Л. Ивченко

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
Санкт-Петербург, Россия

E-mail: ivchenko@coherent.ioffe.ru

(Поступила в Редакцию 2 июля 2014 г.)

В рамках кинетического уравнения Больцмана рассчитаны постоянный электрический ток и ЭДС в двумерной системе, обусловленные высокочастотным полем электромагнитной волны или электрическим полем плазмонной волны. Установлено, что генерируемый ток состоит из двух вкладов, один из которых пропорционален вещественной части проекции волнового вектора возбуждающей волны на плоскость интерфейсов и представляет собой эффект увлечения электронов, а другой вклад пропорционален коэффициенту затухания волны в плоскости интерфейсов. Показано, что главной причиной появления второго вклада является создаваемый волной неоднородный нагрев электронов, контролируемый энергетическим временем релаксации электронного газа. В полевом транзисторе разогревный механизм формирования электрического тока может заметно превышать ток, рассчитанный в пренебрежении нагрева.

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда 14-12-01067 и гранта Президента РФ НШ-1085.2014.2.

1. Введение

Полевые транзисторы могут быть использованы в качестве эффективных детекторов терагерцового излучения, что было показано теоретически Дьяконовым и Шуром [1,2] и продемонстрировано в многочисленных экспериментальных работах, см., например, [3–5]. Работа таких детекторов основана на генерации эдс в двумерном канале транзистора при распространении в нем плазмонной волны, возбуждаемой терагерцевым излучением. В настоящей работе мы покажем, что, помимо вклада в фотоэдс, рассчитанного ранее [2], имеется превышающий его вклад, который обусловлен неоднородным нагревом носителей плазмонной волной и зависит от времени энергетической релаксации электронного газа.

2. Постоянный ток при постоянной скорости столкновений

Получим выражение для постоянного тока в двумерной системе, обусловленного высокочастотным электромагнитным полем. Учитывая, что для трехмерной системы подробный вывод приведен в статье [6], мы будем опускать бóльшую часть промежуточных выкладок. Следуя Перелю и Пинскому [6], будем искать функцию распределения $f_{\mathbf{p}}$ электронов по квазиимпульсу $\mathbf{p}$ в форме

$$f_{\mathbf{p}} = f_0(\varepsilon_{\mathbf{p}}) + f_1(\mathbf{p})e^{i\omega t} + f_1^*(\mathbf{p})e^{-i\omega t},$$

а функции f_0, f_1 запишем в виде разложений

$$f_0(\varepsilon_{\mathbf{p}}) = \Phi(\varepsilon_{\mathbf{p}}) + A(\varepsilon_{\mathbf{p}}) + a_\alpha v_\alpha + C_{\alpha\beta} v_{\alpha\beta} + b_{\alpha\beta\gamma} v_{\alpha\beta\gamma},$$
$$f_1(\mathbf{p}) = A'(\varepsilon_{\mathbf{p}}) + R_\alpha v_\alpha + C'_{\alpha\beta} v_{\alpha\beta}, \qquad (1)$$

где $\varepsilon_{\mathbf{p}} = p^2/m$, $\mathbf{v} = \mathbf{p}/m$ — энергия и скорость электрона,

$$v_{\alpha\beta} = v_\alpha v_\beta - \frac{1}{d}\delta_{\alpha\beta} v^2,$$

$$v_{\alpha\beta\gamma} = v_\alpha v_\beta v_\gamma - \frac{v^2}{d+2}\left(v_\alpha \delta_{\beta\gamma} + v_\beta \delta_{\alpha\gamma} + v_\gamma \delta_{\alpha\beta}\right),$$

d — размерность пространства, 2 или 3. Здесь используются обозначения

$$\Phi(\varepsilon) = \left(\exp\frac{\varepsilon - \mu}{k_B T} + 1\right)^{-1}$$

для равновесной функции распределения электронов по энергии (k_{B} — постоянная Больцмана), $A(\varepsilon)$ для неравновесной поправки к Φ, не содержащей производных поля по координатам и удовлетворяющей уравнению

$$\frac{2e}{m}\,\mathrm{Re}\left[E_\alpha^*\left(R_\alpha + \frac{2\varepsilon}{d}\frac{\partial R_\alpha}{\partial \varepsilon}\right)\right] = S(A) \qquad (2)$$

при условии $\sum_{\mathbf{p}} A = 0$, A' — для поправки к функции распределения, линейной по электрическому полю, не зависящей от направления $\mathbf{p}$ и удовлетворяющей уравнению

$$-i\omega A' + \frac{v^2}{d}\frac{\partial R_\alpha}{\partial x_\alpha} = S(A'), \qquad (3)$$

и $S(\ldots)$ — для интеграла столкновений. Умножая левую и правую части (3) на заряд электрона e и суммируя по квазиимпульсу и спину, получаем стандартное уравнение непрерывности

$$-i\omega e\delta N + \frac{\partial j_{1,\alpha}}{\partial x_\alpha} = 0,$$

где $\mathbf{j}_1 = \sigma(\omega)\mathbf{E}$ и $\delta N = (2/V_d)\sum_{\mathbf{p}} A'$ — линейные по электрическому полю ток и локальное изменение концентрации электронов, $\mathbf{E}$ — амплитуда высокочастотного электрического поля, V_d — макроскопический объем образца в d-мерном пространстве, и введена электропроводность на частоте ω

$$\sigma(\omega) = \frac{e^2 N\tau}{m(1 - \mathrm{i}\omega\tau)}.$$

Генерируемый электрический ток связан с векторной функции $\mathbf{a}(\varepsilon)$ соотношением

$$\mathbf{j} = \frac{2e}{dV_d} \sum_{\mathbf{p}} v^2 \mathbf{a}(\varepsilon_{\mathbf{p}}). \quad (4)$$

В первом порядке по градиентам находим

$$a_\alpha = -\tau \left[\frac{\partial \Phi}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial A}{\partial x_\alpha} + \frac{2}{d+2} v^2 \left(\frac{\partial C_{\alpha\beta}}{\partial x_\beta} - \frac{1}{d} \frac{\partial C_{\beta\beta}}{\partial x_\alpha} \right) \right.$$
$$+ 2e\mathrm{Re} \left(\frac{\partial A'}{\partial \varepsilon} E_\alpha^* \right) + \frac{4e}{m} \left(C'_{\alpha\beta} E_\beta^* - \frac{1}{d} C'_{\beta\beta} E_\alpha^* \right)$$
$$\left. + \frac{4}{d+2} e v^2 \mathrm{Re} \left(\frac{\partial C'_{\alpha\beta}}{\partial \varepsilon} E_\beta^* - \frac{1}{d} \frac{\partial C'_{\beta\beta}}{\partial \varepsilon} E_\alpha^* \right) - \frac{2e}{cm} \mathrm{Re}[\mathbf{R}\tilde{\mathbf{B}}^*]_\alpha \right], \quad (5)$$

где для трехмерной системы $\tilde{\mathbf{B}}$ совпадает с магнитным полем $\mathbf{B}$, а в двумерной системе $\tilde{B}_x = \tilde{B}_y = 0$ и $\tilde{B}_z = B_z$, ось z перпендикулярна плоскости (x, y), в которой разрешено свободное движение электронов,

$$\mathbf{R} = -\frac{e\mathbf{E}\tau}{1 - \mathrm{i}\omega\tau} \frac{\partial \Phi}{\partial \varepsilon}, \quad (6)$$

$$C_{\alpha\beta} = -e\tau \,\mathrm{Re} \left(E_\alpha^* \frac{\partial R_\beta}{\partial \varepsilon} + E_\beta^* \frac{\partial R_\alpha}{\partial \varepsilon} \right), \quad (7)$$

$$C'_{\alpha\beta} = -\frac{\tau}{2(1 - \mathrm{i}\omega\tau)} \left(\frac{\partial R_\alpha}{\partial x_\beta} + \frac{\partial R_\beta}{\partial x_\alpha} \right). \quad (8)$$

При $d = 3$ формула (5) переходит в формулу (28) из статьи [6]. Различие в множителях 2 или 4 в (5), (7) по сравнению с [6] связано с различием в два раза амплитуд полей $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$ и поправки f_1 в нашей работе и работе Переля и Пинского.

Для двумерного электронного газа имеем

$$a_\alpha^{(2D)} = -\tau \left[\frac{\partial \Phi}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial A}{\partial x_\alpha} + \frac{1}{2} v^2 \left(\frac{\partial C_{\alpha\beta}}{\partial x_\beta} - \frac{1}{2} \frac{\partial C_{\beta\beta}}{\partial x_\alpha} \right) \right.$$
$$+ 2e\mathrm{Re} \left(\frac{\partial A'}{\partial \varepsilon} E_\alpha^* \right) + \frac{4e}{m} \left(C'_{\alpha\beta} E_\beta^* - \frac{1}{2} C'_{\beta\beta} E_\alpha^* \right)$$
$$\left. + e v^2 \mathrm{Re} \left(\frac{\partial C'_{\alpha\beta}}{\partial \varepsilon} E_\beta^* - \frac{1}{2} \frac{\partial C'_{\beta\beta}}{\partial \varepsilon} E_\alpha^* \right) - \frac{2e}{cm} [\mathbf{R}\tilde{\mathbf{B}}^*]_\alpha \right]. \quad (9)$$

Подставляя выражение (5) для $\mathbf{a}$ в сумму (4), получаем в случае, когда вероятность рассеяния электрона по импульсу не зависит от энергии и угла рассеяния, следующее выражение для генерируемой плотности постоянного тока:

$$j_\alpha = \frac{e\tau}{m} \left\{ -\frac{2}{d} \frac{\partial}{\partial x_\alpha} [N(\bar{\varepsilon} + \Delta\bar{\varepsilon})] \right.$$
$$- 2\sigma'(\omega)\tau \frac{\partial}{\partial x_\beta} \left(E_\alpha E_\beta^* + E_\alpha^* E_\beta - \frac{2}{d} \delta_{\alpha\beta} |\mathbf{E}|^2 \right)$$
$$\left. + \frac{2}{\omega} \mathrm{Im} \left[E_\alpha^* \frac{\partial}{\partial x_\beta} (\sigma E_\beta) \right] + \frac{2}{c} \mathrm{Re} \left(\sigma [\mathbf{E} \times \tilde{\mathbf{B}}^*]_\alpha \right) \right\}. \quad (10)$$

Здесь $\sigma'(\omega) = \mathrm{Re}\{\sigma(\omega)\}$, $\bar{\varepsilon}(T)$ — средняя кинетическая энергия электрона в равновесном электронном газе при температуре образца T, $N\Delta\bar{\varepsilon}$ — изменение энергии электронного газа, пропорциональное интенсивности электромагнитного поля. В приближении времени энергетической релаксации, не зависящего от энергии, когда $S(A) = -A/\tau_\varepsilon$, имеем

$$N\Delta\bar{\varepsilon} = 2\sigma'(\omega)|\mathbf{E}|^2\tau_\varepsilon.$$

В частном случае больцмановской статистики $\bar{\varepsilon} = (d/2)k_{\mathrm{B}}T$ и $\Delta\bar{\varepsilon} = (d/2)k_{\mathrm{B}}\Delta T$, где ΔT — изменение эффективной температуры электрона под действием излучения, первое слагаемое в (10) принимает вид

$$-\frac{e\tau}{m} \frac{\partial}{\partial x_\alpha} [N k_{\mathrm{B}}(T + \Delta T)],$$

в согласии с [6] и [7].

При распространении плоской электромагнитной волны в трехмерной изотропной среде предпоследнее слагаемое в формуле (10) обращается в нуль, а последнее слагаемое описывает высокочастотный эффект Холла, или эффект увлечения [8–13]. В случае двумерного электронного газа индексы α, β принимают два значения x и y, составляющая $\mathbf{q}_\parallel$ волнового вектора света $\mathbf{q}$ в плоскости интерфейсов вещественна, первый и второй градиенты в формуле (10) исчезают, третье слагаемое отлично от нуля и его сумма с четвертым слагаемым дает ток увлечения

$$\mathbf{j} = \frac{2e\tau}{m} \frac{\mathbf{q}_\parallel}{\omega} \sigma'(\omega) |\mathbf{E}_\parallel|^2. \quad (11)$$

При учете зависимости времени релаксации по импульсу τ от энергии электрона, фототок зависит от состояния поляризации составляющей электрического поля в плоскости (x, y), в частности от циркулярной поляризации [14]. Для заряженных частиц с линейным законом дисперсии, например, для электронов или дырок в графене, поляризационная зависимость имеется даже в пренебрежении энергетической зависимостью времени релаксации [15].

3. Генерация тока в полевом транзисторе

Рассмотрим генерацию фотоэдс при распространении плазмонной волны от истока $(x = 0)$ к стоку $(x = L)$

в полевом транзисторе с двумерным каналом [1,2]. На двумерный электронный газ действует электрическое поле

$$\mathbf{E}(x,t) = -\mathbf{o}_x \frac{\partial U(x,t)}{\partial x},$$

где $\mathbf{o}_x$ — единичный вектор в направлении оси x, $U(x,t)$ — электрический потенциал в точке x, рассчитанный при граничных условиях

$$U(0,t) = U_0 + U_a \cos\omega t, \quad j(L,t) = 0,$$

U_0 — постоянная составляющая напряжения между каналом и затвором, связанная с концентрацией N соотношением $eN = CU_0$ (C — емкость затвора), амплитуда переменной составляющей U_a зависит от условий возбуждения. Переменный сигнал $U_1(x,t) = U(x,t) - U_0$ есть суперпозиция экспоненциальных функций

$$U_1(x,t) = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}\left(C_1\mathrm{e}^{\mathrm{i}kx} + C_2\mathrm{e}^{-\mathrm{i}kx}\right) + \text{к.с.}, \tag{12}$$

где волновой вектор плазмона

$$k = \frac{\omega}{s}\sqrt{1 + \frac{\mathrm{i}}{\omega\tau}}, \quad s = \sqrt{\frac{eU_0}{m}}.$$

П о л у б е с к о н е ч н ы й к а н а л. В длинном канале с $\exp(-k''L) \ll 1$ коэффициент C_2 в (12) пренебрежимо мал, в этом случае $C_1 = U_a/2$ и

$$\mathbf{E}(x,t) = E_0\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t + \mathrm{i}kx}\mathbf{o}_x + \text{к.с.}, \quad E_0 = -\mathrm{i}kU_a/2. \tag{13}$$

Подставляя это поле в выражение (10) для стороннего тока при $d = 2$, находим

$$j_x(x) = \frac{2e\tau}{m\omega}\sigma'(\omega)|E_0|^2\left[k' + k''\omega(\tau + 2\tau_\varepsilon)\right]\mathrm{e}^{-2k''x}. \tag{14}$$

Первое слагаемое, пропорциональное вещественной части волнового вектора k', есть ток увлечения электронов плазмонной волной [16–18]. Действительно, при взаимодействии волны с электронами электронному газу передается в единицу времени в единице площади импульс

$$W_p^{(\mathrm{in})} = \frac{k'}{\omega}2\sigma'(\omega)|E_0|^2\mathrm{e}^{-2k''x},$$

который теряется при рассеянии: приход $W_p^{(\mathrm{in})}$ компенсируется уходом

$$W_p^{(\mathrm{out})} = \frac{N\bar{p}_x}{\tau},$$

где $\bar{p}_x$ — среднее значение компоненты квазиимпульса p_x в электронном газе. Находя из уравнения баланса $W_p^{(\mathrm{in})} = W_p^{(\mathrm{out})}$ значение $\bar{p}_x$ и учитывая, что ток j_x равен $eN\bar{p}_x/m$, получим первое слагаемое в (14). Остающееся слагаемое в этой формуле пропорционально коэффициенту затухания $2k''$. При этом вклад, пропорциональный τ_ε, обусловлен градиентом нагрева электронного газа.

В стационарных условиях сторонний ток $j_x(x)$ компенсируется встречным током $-\sigma(0)dU(x)/dx$, создаваемым статическим электрическим потенциалом смещенных зарядов $U(x)$. Учитывая тождества

$$|k|^2 = \left(\frac{\omega}{s}\right)^2\frac{\sqrt{1+(\omega\tau)^2}}{\omega\tau}, \quad \frac{k'}{k''} = \sqrt{1+(\omega\tau)^2} + \omega\tau,$$

получаем для фотоэдс

$$\Delta U = \frac{U_a^2}{4U_0}\left[1 + \frac{2\omega(\tau + \tau_\varepsilon)}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}}\right]. \tag{15}$$

В работе [2] выражение для фотоэдс в полевом транзисторе выведено из уравнения Эйлера, записанного в форме

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{e}{m}\frac{\partial U(x,t)}{\partial x} + \frac{V}{\tau} = 0, \tag{16}$$

где V — локальная скорость электронов. Результат в виде формул (23), (34) в статье [2] не содержит времени энергетической релаксации τ_ε. Слагаемое в (15), обусловленное нагревом, получается из уравнения Эйлера, если в него включить вклад давления, добавив в левую часть уравнения (16) слагаемое $\rho^{-1}(\partial P/\partial x)$, в котором плотность ρ равна Nm, а давление P равно $(2/d)N(\bar{\varepsilon} + \Delta\bar{\varepsilon})$. В случае невырожденной статистики получаем уравнение $P = Nk_{\mathrm{B}}(T + \Delta T)$, согласующееся с классическим уравнением, связывающим в равновесии давление, концентрацию и температуру [19,20]. Слагаемое

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} \equiv \frac{2}{d}\frac{1}{Nm}\frac{\partial}{\partial x}\left[N(\bar{\varepsilon} + \Delta\bar{\varepsilon})\right]$$

можно вывести из кинетического уравнения Больцмана для функции распределения $f_{\mathbf{p}}$. Его учет в уравнении Эйлера приводит к дополнительному постоянному вкладу

$$-\frac{2}{d}\frac{\tau}{Nm}\frac{\partial}{\partial x}\left[N(\bar{\varepsilon} + \Delta\bar{\varepsilon})\right]$$

в скорость V и в электрический ток $j_x = eNV$, совпадающему с первым слагаемым в (10).

Заметим, что ток (14) в полевом транзисторе, пропорциональный k', и ток (11) в квантовой яме оба являются токами увлечения электронов полем. Однако в отличие от объемной среды, ток (14) нельзя трактовать как высокочастотный эффект Холла, так как плазмонная волна, распространяющаяся вдоль канала транзистора, является продольной и магнитное поле в ней отсутствует.

Вклад в ток (14), пропорциональный $k''\omega\tau$, проистекает из второго и третьего слагаемых в (10); при использовании уравнения Эйлера (16) он возникает из нелинейного члена $VdV/dx = (dV^2/dx)/2$, и его можно трактовать как проявление нелинейной электронной конвекции [18]. В нестационарных условиях времена установления и релаксации этого вклада, а также тока увлечения определяются временем релаксации по импульсу τ, тогда как разогревный механизм генерации тока регулируется энергетическим временем релаксации τ_ε. Это может позволить разделить разогревный и неразогревные механизмы при детектировании излучения, интенсивность которого промодулирована на частоте Ω, малой по сравнению с несущей частотой ω, но сопоставимой с обратным временем τ_ε^{-1}.

Канал конечной длины. Используя решение для электрического потенциала и локальной скорости электронов в канале конечной длины L, см. [2], и добавляя вклад, обусловленный разогревом электронов, получаем для фотоэдс

$$\frac{\Delta U}{U_0} = \frac{1}{4}\left(\frac{U_a}{U_0}\right)^2 f(\omega),$$

$$f(\omega) = 1 + \tilde{\beta} - \frac{1 + \tilde{\beta}\cos 2k'L}{\sinh^2 k''L + \cos^2 k'L}, \qquad (17)$$

где

$$\tilde{\beta} = \left(1 + \frac{\tau_\varepsilon}{\tau}\right)\frac{2\omega\tau}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}}.$$

В тонком канале, удовлетворяющем условию $s\tau \gg L$, частотная зависимость $f(\omega)$ носит резонансный характер на частотах $n\omega_0$, где $\omega_0 = \pi s/(2L)$ и n — нечетные числа $1, 3, 5, \ldots$ В окрестности такой частоты

$$f(\omega) \approx \left(1 + 2\,\frac{\tau_\varepsilon}{\tau}\right)\frac{(2s\tau/L)^2}{4\tau^2(\omega - n\omega_0)^2 + 1}.$$

4. Заключение

Получено выражение для постоянного электрического тока, генерируемого высокочастотным электромагнитным полем в двумерном электронном газе. Учтены как эффект увлечения электронов этим полем, так и появление тока за счет неоднородного нагрева носителей полем. Вклад второго эффекта ограничивается временем энергетической релаксации электронного газа и может заметно превышать ток, рассчитанный в пренебрежении нагрева. При воздействии на двумерный электронный газ модулированным излучением, например в условиях эксперимента [21], возможно разделение разогревных и неразогревных механизмов генерации электрического тока.

Автор выражает благодарность Л.Е. Голубу и В.В. Попову за полезное обсуждение рукописи.

Список литературы

[1] M. Dyakonov, M. Shur. Phys. Rev. Lett. **71**, 2465 (1993).
[2] M. Dyakonov, M. Shur. IEEE Trans. Electron Devices **43**, 380 (1996).
[3] W. Knap, F. Teppe, Y. Meziani, N. Dyakonova, J. Lusakowski, F. Boeuf, T. Skotnicki, D. Maude, S. Rumyantsev, M.S. Shur. Appl. Phys. Lett. **85**, 675 (2004).
[4] W. Knap, G. Valušis, J. Lusakowski, D. Coquillat, F. Teppe, N. Dyakonova, S. Nadar, K. Karpierz, M. Bialek, D. Seliuta, I. Kašalynas, A. El Fatimy. Phys. Status Solidi C **6**, 2828 (2009).
[5] C. Drexler, N. Dyakonova, P. Olbrich, J. Karch, M. Schafberger, K. Karpierz, Yu. Mityagin, M.B. Lifshits, F. Teppe, O. Klimenko, Y.M. Meziani, W. Knap, S.D. Ganichev. Appl. Phys. Lett. **111**, 124 504 (2012).
[6] В.И. Перель, Я.М. Пинский. ФТТ **15**, 996 (1973).
[7] P. Olbrich, J. Karch, E.L. Ivchenko, J. Kamann, B. März, M. Fehrenbacher, D. Weiss, S.D. Ganichev. Phys. Rev. B **83**, 165 320 (2011).
[8] H.M. Barlow. Nature (London) **173**, 41 (1954).
[9] Л.Э. Гуревич, А.А. Румянцев. ФТТ **9**, 75 (1967).
[10] В.И. Перель, Я.М. Пинский. ЖЭТФ **54**, 1889 (1968).
[11] А.М. Данишевский, А.А. Кастальский, С.М. Рывкин, И.Д. Ярошецкий. ЖЭТФ **58**, 544 (1970).
[12] А.А. Гринберг. ЖЭТФ **58**, 989 (1970).
[13] A.F. Gibson, M.E. Kimmit, A.C. Walker. Appl. Phys. Lett. **17**, 75 (1970).
[14] S. Stachel, G.V. Budkin, U. Hagner, V.V. Bel'kov, M.M. Glazov, S.A. Tarasenko, S.K. Clowes, T. Ashley, A.M. Gilbertson, S.D. Ganichev. Phys. Rev. B **89**, 115 435 (2014).
[15] J. Karch, P. Olbrich, M. Schmalzbauer, C. Zoth, C. Brinsteiner, M. Fehrenbacher, U. Wurstbauer, M.M. Glazov, S.A. Tarasenko, E.L. Ivchenko, D. Weiss, J. Eroms, R. Yakimova, S. Lara-Avila, S. Kubatkin, S.D. Ganichev. Phys. Rev. Lett. **105**, 227 402 (2010).
[16] G.R. Aizin, V.V. Popov, O.V. Polischuk. Appl. Phys. Lett. **89**, 143 512 (2006).
[17] G.R. Aizin, D.V. Fateev, G.M. Tsymbalov, V.V. Popov. Appl. Phys. Lett. **91**, 163 507 (2007).
[18] V.V. Popov. Appl. Phys. Lett. **102**, 253 504 (2013).
[19] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Гидродинамика. Гл. I. Наука, М. (1986). 733 с.
[20] Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский. Физическая кинетика. Гл. I. Наука, М. (1979). 527 с.
[21] В.М. Муравьев, И.В. Кукушкин, Ю. Смет, К. фон Клитцинг. Письма в ЖЭТФ **90**, 216 (2009).