01

Квантовые поправки к распределению по импульсам в лазерной плазме

© И.Н. Косарев

Институт проблем лазерных и информационных технологий РАН,
140700 Шатура, Московская область, Россия
e-mail: kossarev2006@yandex.ru

(Поступило в Редакцию 14 февраля 2014 г.
В окончательной редакции 16 мая 2014 г.)

В рамках кинетической теории плазмы, основанной на построении пропагаторов для функций распределения частиц плазмы, исследуется эволюция распределения по импульсам частиц в нерелятивистской лазерной плазме. Затухание плазменных волн и вынужденное тормозное поглощение ускоряет частицы в плазме. Квантовая неопределенность энергии, обусловленная взаимодействием частиц с плазменными волнами и их столкновениями друг с другом, также влияет на их распределение по импульсам. В квазиклассическом приближении получены общие аналитические выражения для функций распределения по импульсам.

Введение

Квантовые эффекты существенно влияют на функцию распределения равновесного газа по импульсам [1]. Квантовая неопределенность энергии, возникающая в результате взаимодействия частиц, приводит к появлению степенных „хвостов" в функции распределения по импульсам. Распределение частиц по импульсам определяется интегралом по энергии от обычной функции распределения, умноженной на дисперсионную функцию лоренцевского типа с шириной, равной квантовой неопределенности энергии [1,2].

Аналогичное выражение для распределения частиц по импульсам (анзац Каданова–Бейма [2]) справедливо и в неравновесном лоренцевском газе для примеси легких частиц в тяжелом газе [3]. Степенные квантовые поправки могут значительно увеличивать скорости колебательной релаксации, возбуждения электронных уровней и ионизации в слабоионизированном газе [3].

Равновесное распределение в идеальном газе релаксирует при учете взаимодействия между частицами [1]. В настоящей работе рассматривается релаксация распределения по импульсам частиц разреженной плазмы, состоящей из двух сортов частиц ($a, b =$ электроны, ионы или ионы, электроны), в сильном лазерном поле нерелятивистской интенсивности. В этих условиях распределение по импульсам является сильнонеравновесным. Квантовая неопределенность энергии возникает вследствие как взаимодействия с самосогласованным полем, так и столкновений частиц. Релаксация исследуется в рамках кинетической теории плазмы, основанной на построении пропагатора для функций распределения частиц на временах, бóльших времени релаксации [4].

Бесстолкновительная релаксация

Пропагатор для частиц сорта a, описывающий эволюцию матрицы плотности $\rho_a(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t)$ в случае разреженной плазмы на временном интервале (t_{in}, t_f), имеет вид [4]

$$K_a(f, in) = \int D[\mathbf{r}_a]D[\mathbf{r}'_a]\Big[\exp\Big\{\frac{i}{\hbar}S_1[\mathbf{r}_a] - \frac{i}{\hbar}S_1[\mathbf{r}'_a] + n_a V_a^{\mathrm{coll}}[\mathbf{r}_a, \mathbf{r}'_a] + n_b V_b^{\mathrm{coll}}[\mathbf{r}_a, \mathbf{r}'_a]\Big\} + \sum_{jk=aa,ab,bb}\frac{n_j n_k}{2} \times \int d\mathbf{r}_j d\mathbf{r}'_j d\mathbf{r}_k d\mathbf{r}'_k d\mathbf{r}_{jf} d\mathbf{r}'_{jf}\delta(\mathbf{r}_{jf} - \mathbf{r}'_{jf})d\mathbf{r}_{kf}d\mathbf{r}'_{kf} \times \delta(\mathbf{r}_{kf} - \mathbf{r}'_{kf})g_{jk}(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}_k; \mathbf{r}'_j, \mathbf{r}'_k; t_{in})\int D[\mathbf{r}_j]D[\mathbf{r}'_j]D[\mathbf{r}_k] \times D[\mathbf{r}'_k]\exp\Big\{\frac{i}{\hbar}\left(S_3[\mathbf{r}_a, \mathbf{r}_j, \mathbf{r}_k] - S_3[\mathbf{r}'_a, \mathbf{r}'_j, \mathbf{r}'_k]\right) + n_a V_a^{\mathrm{coll}}[\mathbf{r}_a, \mathbf{r}'_a] + n_b V_b^{\mathrm{coll}}[\mathbf{r}_a, \mathbf{r}'_a]\Big\}\Big], \tag{1}$$

где столкновительные объемы (функционалы) $V_{a,b}^{\mathrm{coll}}[\mathbf{r}, \mathbf{r}']$ определяются выражениями

$$V_a^{\mathrm{coll}}[\mathbf{r}_a, \mathbf{r}'_a] = \int d\mathbf{r}_{kf}d\mathbf{r}'_{kf}\delta(\mathbf{r}_{kf} - \mathbf{r}'_{kf})d\mathbf{r}_k d\mathbf{r}'_k \rho_a(\mathbf{r}_k, \mathbf{r}'_k, t_{in}) \times \int D[\mathbf{r}_k]D[\mathbf{r}'_k]\exp\Big\{\frac{i}{\hbar}\Big(S_{1a}[\mathbf{r}_k] - S_{1a}[\mathbf{r}'_k] - \frac{1}{2}\int_{t_{in}}^{t_f} dt\big(n_a(\varphi_{aa}(\mathbf{r}_k, t) - \varphi_{aa}(\mathbf{r}'_k, t)) + n_b(\varphi_{ab}(\mathbf{r}_k, t) - \varphi_{ab}(\mathbf{r}'_k, t))\big)\Big)\Big\}\Big(\exp\Big\{-\frac{i}{\hbar} \times \Big(\int_{t_{in}}^{t_f} dt\big(U_{aa}(\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_k) - U_{aa}(\mathbf{r}'_a - \mathbf{r}'_k)\big)\Big)\Big\} - 1\Big),$$

$$V_b^{\text{coll}}[\mathbf{r}_a,\mathbf{r}'_a]=\int d\mathbf{r}_{kf}d\mathbf{r}'_{kf}\delta(\mathbf{r}_{kf}-\mathbf{r}'_{kf})d\mathbf{r}_k d\mathbf{r}'_k\rho_b(\mathbf{r}_k,\mathbf{r}'_k,t_{in})$$

$$\times\int D[\mathbf{r}_k]D[\mathbf{r}'_k]\exp\left\{\frac{i}{\hbar}\left(S_{1b}[\mathbf{r}_k]-S_{1b}[\mathbf{r}'_k]\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{n_b}{2}\int\limits_{t_{in}}^{t_f}dt\big(\varphi_{bb}(\mathbf{r}_k,t)-\varphi_{bb}(\mathbf{r}'_k,t)\big)\right)\right\}\left(\exp\left\{-\frac{i}{\hbar}\right.\right.$$

$$\left.\left.\times\left(\int\limits_{t_{in}}^{t_f}dt\big(U_{ab}(\mathbf{r}_a-\mathbf{r}_k)-U_{ab}(\mathbf{r}'_a-\mathbf{r}'_k)\big)\right)\right\}-1\right),$$

$$\varphi_{ab}(\mathbf{r},t)=\int d\mathbf{r}_1U_{ab}(\mathbf{r}-\mathbf{r}_1)\rho_b(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_1,t). \tag{2}$$

В формулах (1), (2) $n_{a,b}$ являются средними концентрациями (в объеме V) частиц сорта a,b; $U_{ij}(\mathbf{r}_i-\mathbf{r}_j)$ является потенциальной энергией взаимодействия частиц; функционал S_N является действием для системы из N частиц

$$S_N=\int\limits_{t_{in}}^{t_f}dtL_N,$$

$$L_N\sum_{i=1,N}\left(\frac{m_i\dot{\mathbf{r}}_i^2}{2}+\frac{Z_ie}{c}\mathbf{A}(\mathbf{r}_i,t)\dot{\mathbf{r}}_i-\frac{1}{2}\sum_{j=1,N;j\neq i}U_{ij}(\mathbf{r}_i-\mathbf{r}_j)\right), \tag{3}$$

где m — масса частицы, Z — заряд частицы в единицах абсолютной величины заряда электрона e, c — скорость света, $\mathbf{A}(\mathbf{r},t)$ — векторный потенциал лазерного поля нерелятивистской интенсивности,

$$\mathbf{A}(\mathbf{r},t)=\{A_0\sin(-\omega t+kz),\varepsilon A_0\cos(-\omega t+kz),0\},$$

$$|Z|\,eA_0/mc^2\ll 1,\quad |\varepsilon|\le 1, \tag{4}$$

где $\omega,\mathbf{k}$ — частота и волновой вектор, параметр ε определяет поляризацию. Корреляционная матрица плотности $g_{ij}(\mathbf{r}_i,\mathbf{r}_j;\mathbf{r}'_i,\mathbf{r}'_j;t)$ выражается через одночастичные матрицы плотности [5] и определяет интеграл столкновений в кинетическом уравнении.

Первое слагаемое в (1) определяет релакскцию функции распределения $f_a(\boldsymbol{\kappa},\mathbf{R},t)$ по импульсу $\boldsymbol{\kappa}$ в самосогласованном поле плазмы, остальные слагаемые дают столкновительную релаксацию

$$f_a(\boldsymbol{\kappa},\mathbf{R},t)=\int\frac{d\Delta\mathbf{r}}{(2\pi\hbar)^3}$$

$$\times\rho_a\left(\mathbf{R}+\frac{\Delta\mathbf{r}}{2},\mathbf{R}-\frac{\Delta\mathbf{r}}{2},t\right)\exp\left(\frac{i}{\hbar}\boldsymbol{\kappa}\Delta\mathbf{r}\right),$$

$$\int\frac{d\mathbf{R}}{V}d\boldsymbol{\kappa}f_a(\boldsymbol{\kappa},\mathbf{R},t)=1. \tag{5}$$

В квазиклассическом приближении бесстолкновительная эволюция распределения по импульсам (5) определяется выражением

$$f_a(\mathbf{K}_f,\mathbf{R},t_f)=\int d\boldsymbol{\kappa}\frac{d\Delta\mathbf{r}}{(2\pi\hbar)^3}\exp\left(\frac{i}{\hbar}(\boldsymbol{\kappa}_f-\boldsymbol{\kappa})\Delta\mathbf{r}\right.$$

$$\left.+n_aV_a[\mathbf{r}_a^{cl},\mathbf{r}_a'^{cl}]+n_bV_b[\mathbf{r}_a^{cl},\mathbf{r}_a'^{cl}]\right)f_a(\mathbf{K},t_{in}),$$

$$\mathbf{r}_a^{cl}(t)=\mathbf{R}+\frac{\Delta\mathbf{r}}{2}+\frac{\boldsymbol{\kappa}}{m_a}(t_f-t)-\frac{Z_ae}{m_ac}\int\limits_t^{t_f}dt\mathbf{A}(t),$$

$$\mathbf{A}(t)=\mathbf{A}(0,t),$$

$$\mathbf{r}_a'^{cl}(t)=\mathbf{R}-\frac{\Delta\mathbf{r}}{2}+\frac{\boldsymbol{\kappa}}{m_a}(t_f-t)-\frac{Z_ae}{m_ac}\int\limits_t^{t_f}dt\mathbf{A}(t),$$

$$\mathbf{K}_f=\boldsymbol{\kappa}_f-\frac{Z_ae}{c}\mathbf{A}(\mathbf{R},t_f)+\frac{Z_a^2e^2}{2m_ac^2\omega}A^2(\mathbf{R},t_f)\mathbf{k},$$

$$\mathbf{K}=\boldsymbol{\kappa}-\frac{Z_ae}{c}\mathbf{A}(\mathbf{R},t_f)+\frac{Z_a^2e^2}{2m_ac^2\omega}A^2(\mathbf{R},t_f)\mathbf{k}. \tag{6}$$

В случае разреженной плазмы столкновительные объемы рассматриваются как малое возмущение и имеют вид

$$V_{a,b}[\mathbf{r}_a^{cl},\mathbf{r}_a'^{cl}]=\int d\boldsymbol{\kappa}_cf_{a,b}(\boldsymbol{\kappa}_c,t_{in})\frac{d\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^3}d\mathbf{r}_id\mathbf{r}'_i$$

$$\times\exp\left(-\frac{i}{\hbar}\left(\boldsymbol{\kappa}_c(\mathbf{r}_i-\mathbf{r}'_i)+\frac{Z_{a,b}^2e^2}{2m_{a,b}c^2\omega}\int\limits_{\theta'}^{\theta}A^2d\theta\right)\right)$$

$$\times\left(\exp\left(-\frac{i}{\hbar}\int\limits_{t_{in}}^{t_f}dt\big(U_{aa,ab}(\mathbf{r}_{a,b}-\mathbf{r}_a^{cl})\right.\right.$$

$$\left.\left.-U_{aa,ab}(\mathbf{r}'_{a,b}-\mathbf{r}_a'^{cl})\big)\right)-1\right), \tag{7}$$

$$\mathbf{r}_{a,b}(t)=\mathbf{r}_i+\frac{\mathbf{p}}{m_{a,b}}(t-t_{in})-\frac{Z_{a,b}e}{m_{a,b}c}\int\limits_{t_{in}}^{t}dt\mathbf{A}(t),$$

$$\theta=-\omega t_{in}+\mathbf{k}\mathbf{r}_i,$$

$$\mathbf{r}'_{a,b}(t)=\mathbf{r}'_i+\frac{\mathbf{p}}{m_{a,b}}(t-t_{in})-\frac{Z_{a,b}e}{m_{a,b}c}\int\limits_{t_{in}}^{t}dt\mathbf{A}(t),$$

$$\theta'=-\omega t_{in}+\mathbf{k}\mathbf{r}'_i.$$

При выводе (7) не учитывалось среднее поле $\varphi_{ab}(\mathbf{r},t)$, и потенциал взаимодействия между частицами рассматривался как малое возмущение [4,6]. Разложение (7) по потенциалу взаимодействия между частицами и по $\Delta\mathbf{r}$

и подстановка в (6) дает следующее выражение для дисперсионной функции $\Phi_a(\boldsymbol{\kappa}_f, \boldsymbol{\kappa}, \mathbf{R})$:

$$f_a(\boldsymbol{\kappa}_f, \mathbf{R}, t_f) = \int d\boldsymbol{\kappa}\Phi_a(\boldsymbol{\kappa}_f, \boldsymbol{\kappa}, \mathbf{R}) f_a(\boldsymbol{\kappa}, \mathbf{R}, t_{in}),$$

$$\Phi_a(\boldsymbol{\kappa}_f, \boldsymbol{\kappa}, \mathbf{R}) = \int \frac{d\Delta\mathbf{r}}{(2\pi\hbar)^3} \exp\left(\frac{i}{\hbar}\Delta\mathbf{r}(\boldsymbol{\kappa}_f - \boldsymbol{\kappa}) - w_a(\boldsymbol{\kappa}, \mathbf{R})\right), \tag{8}$$

где

$$w_a(\boldsymbol{\kappa}, \mathbf{R}) = \frac{1}{2\hbar^2} \sum_{c=a,b} n_c \int d\boldsymbol{\kappa}_c f_c(\boldsymbol{\kappa}_c, t_{in})$$

$$\frac{d\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^3} d\mathbf{r}_i d\mathbf{r}'_i \exp\left(-\frac{i}{\hbar}(\boldsymbol{\kappa}_c + \boldsymbol{\kappa}_A)(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}'_i)\right)$$

$$\times \left\{ \left(\int_{t_{in}}^{t_f} dt \big(U_{ac}(\mathbf{r}_c - \mathbf{R}_a) - U_{ac}(\mathbf{r}_c - \mathbf{R}_a)\big)\right)^2 \right.$$

$$+ \left(\int_{t_{in}}^{t_f} dt \big(U_{ac}(\mathbf{r}_c - \mathbf{R}_a) - U_{ac}(\mathbf{r}_c - \mathbf{R}_a)\big)\right)$$

$$\times \int_{t_{in}}^{t_f} dt \left(\frac{\partial U_{ac}}{\partial \mathbf{R}_a}(\mathbf{r}_c - \mathbf{R}_a) + \frac{\partial U_{ac}}{\partial \mathbf{R}_a}(\mathbf{r}_c - \mathbf{R}_a)\right)\Delta\mathbf{r}$$

$$\left. + \left(\int_{t_{in}}^{t_f} dt \left(\frac{\partial U_{ac}}{\partial \mathbf{R}_a}(\mathbf{r}_c - \mathbf{R}_a) + \frac{\partial U_{ac}}{\partial \mathbf{R}_a}(\mathbf{r}_c - \mathbf{R}_a)\right)\frac{\Delta\mathbf{r}}{2}\right)^2 \right\}, \tag{9}$$

$$\boldsymbol{\kappa}_A = \frac{Z_c^2 e^2}{4m_c c^2 \omega} A_0^2 (1 + \varepsilon^2)\boldsymbol{\kappa}, \quad \mathbf{R}_a(t) = \frac{\mathbf{r}_a^{cl}(t) + \mathbf{r}_a'^{cl}(t)}{2}.$$

Последнее слагаемое в (9) определяет чисто классическую релаксацию распределения по импульсам, обусловленную поглощением частицами плазменных волн. Эти волны возбуждаются в сильном лазерном поле параметрическими неустойчивостями [7]. Первые два слагаемых в (9) определяют влияние квантовых эффектов на релаксацию распределения по импульсам. Однако эти квантовые поправки не приводят к появлению степенных „хвостов", напротив, они уменьшают классическую релаксацию из-за экспоненциального спада (первое слагаемое) и осцилляций (второе слагаемое) дисперсионной функции. Бесстолкновительные квантовые поправки существенны в области $|\boldsymbol{\kappa}_f - \boldsymbol{\kappa}| \gg \kappa^*$, где $\boldsymbol{\kappa}^*$ являются характерными импульсами, при которых функция распределения в сильном лазерном поле принимает максимальные значения (см. (6)).

Столкновительная релаксация

Добавка к функции распределения, обусловленная столкновениями частиц (слагаемые 2, 3, 4 в (1)), имеет вид (см. также (6))

$$\Delta f_a(\mathbf{K}_f, \mathbf{R}, t_f) = \sum_{ij=aa,ab,bb} \frac{n_i n_j}{2} \int d\boldsymbol{\kappa} d\boldsymbol{\kappa}_i d\boldsymbol{\kappa}_j d\mathbf{r}_{if} d\mathbf{r}_{jf}$$

$$\times \frac{d\Delta\mathbf{r}}{(2\pi\hbar)^3} f_a(\mathbf{K}, t_{in}) f_i(\boldsymbol{\kappa}_i, t_{in}) f_j(\boldsymbol{\kappa}_j, t_{in})$$

$$\times \exp\left(\frac{i}{\hbar}\Delta\mathbf{r}(\boldsymbol{\kappa}_j - \boldsymbol{\kappa})\right) g_{ij}(\mathbf{r}_{if} - \mathbf{r}_{jf})$$

$$\times \exp\left\{-\frac{i}{\hbar}\int_{t_{in}}^{t_f} dt \big(U_{ai}(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_a^{cl}) - U_{aj}(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_a'^{cl})\right.$$

$$\left. + U_{aj}(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_a^{cl}) - U_{aj}(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_a'^{cl})\big)\right\}, \tag{10}$$

$$\mathbf{r}_{i,j}(t) = \mathbf{r}_{if,jf} + \frac{\mathbf{p}_{i,j}}{m_{i,j}}(t - t_{in}) + \frac{Z_{i,j}e}{m_{i,j}c}\int_{t_{in}}^{t} dt\mathbf{A}(t),$$

$$\mathbf{p}_{i,j} = -\boldsymbol{\kappa}_{i,j} - \frac{Z_{i,j}^2 e^2}{2m_{i,j}c^2\omega} A^2(\mathbf{r}_{if,jf}, t_f)\boldsymbol{\kappa}.$$

Здесь $g_{ij}(\mathbf{r}_i[\mathbf{r}_j)$ является корреляционной функцией [5].

В кулоновской плазме в пределе $|Z_a Z_{i,j}|e^2/\hbar|\boldsymbol{\nu}^* - \boldsymbol{\nu}_f| \gg 1$ ($\boldsymbol{\nu}^*$ является характерной скоростью частиц плазмы в сильном лазерном поле) потенциалы взаимодействия можно разложить по $\Delta\mathbf{r}$ в (10) и получаем чисто классическое выражение для столкновительной релаксации распределения по импульсам. Этот классический нагрев плазмы определяется вынужденным тормозным поглощением лазерного излучения [8,9].

В противоположном пределе $|Z_a Z_{i,j}|e^2/\hbar|\boldsymbol{\nu}^* - \boldsymbol{\nu}_f| \ll 1$ (10) можно разложить по потенциалу взаимодействия между частицами. Столкновительная релаксация определяется вторым порядком разложения. Добавка к функции распределения по импульсам $\Delta f_a(\mathbf{K}_a, \mathbf{R}, t_f) \propto \hbar$ в рассматриваемом пределе и, следовательно, является квантовой. Эта квантовая поправка к распределению по импульсам спадает с ростом импульса по степенному закону.

Заключение

Формулы (8)–(10) определяют релаксацию распределения по импульсам в лазерной плазме в нерелятивистском случае. Имеются как классические механизмы, так и квантовый, связанный с неопределенностью энергии из-за взаимодействия частиц с самосогласованным полем и столкновений.

В приближении самосогласованного поля частицы плазмы ускоряются вследствие затухания плазменных волн, возбужденных параметрическими неустойчивостями. Квантовые эффекты уменьшают классическое ускорение частиц в плазме.

Столкновения (корреляции) частиц в лазерной плазме приводят к классическому нагреву плазмы вынужденным тормозным поглощением лазерного излучения. Квантовая неопределенность энергии (или импульса [3]) приводит к ускорению частиц плазмы при достаточно больших импульсах. Столкновительные квантовые поправки приводят к степенному спаданию (с ростом импульса) функции распределения по импульсам.

Список литературы

[1] *Галицкий В.М., Якимец В.В.* // ЖЭТФ. 1996. Т. 51. С. 957.
[2] *Каданов Л., Бейм Г.* Квантовая статистическая механика. М.: Мир, 1964.
[3] *Елецкий А.В., Старостин А.Н., Таран М.Д.* // УФН. 2005. Т. 175. С. 299.
[4] *Косарев И.Н.* // ЖТФ. 2014. Т. 84. Вып. 6. С. 140.
[5] *Климонтович Ю.Л.* Кинетическая теория неидеального газа и неидеальной плазмы. М.: Наука, 1975.
[6] *Косарев И.Н.* // ЖТФ. 2004. Т. 74. Вып. 4. С. 133.
[7] *Силин В.П.* Параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму. М.: Наука, 1973.
[8] *Силин В.П.* // ЖЭТФ. 1964. Т. 47. С. 2254; *Силин В.П.* // ЖЭТФ. 1997. Т. 111. С. 478.
[9] *Бункин Ф.В., Казаков А.Е., Федоров М.В.* // УФН. 1972. Т. 107. С. 559.