

05

Стабильные перегруженные режимы высокотемпературных сверхпроводников при вводе переменного тока

© В.Р. Романовский

Национальный исследовательский центр „Курчатовский институт“,
НБИКС-Центр, НТК Сверхпроводимости,
123182 Москва, Россия
e-mail: vromanovskii@netscape.net

(Поступило в Редакцию 5 июня 2014 г.)

Изучена проблема устойчивости переменного тока, вводимого в высокотемпературный сверхпроводник или в токнесущий элемент на его основе при условиях их неинтенсивного охлаждения. Условия стабильности тока, изменяющегося во времени по синусоидальному закону, исследованы в зависимости от его частоты. Показано, что перед возникновением неустойчивых состояний пиковые значения напряженности электрического поля, тока и температуры сверхпроводника оказываются выше соответствующих значений, которые определяют теплоэлектродинамическую границу устойчивости токов, постоянно протекающих по сверхпроводнику — так называемый ток теплового срыва. Установлено, что предельно стабильные переменные токи приводят к высоким стабильным тепловым потерям в сверхпроводниках, которые не учитываются в современной теории потерь. Данные стабильные режимы могут быть определены как перегруженные режимы. Проведенный анализ показывает, что существуют характерные времена, определяющие временные интервалы стабильного существования переменного тока в перегруженном режиме. Сформулированы основные теплоэлектродинамические механизмы их существования. Они объясняют наличие высоких значений стабильного перегрева сверхпроводника и индуцированного электрического поля перед возникновением неустойчивости вводимого переменного тока. Существование стабильных перегруженных режимов значительно расширяет рамки практического использования высокотемпературных сверхпроводников.

Введение

В настоящее время высокотемпературные сверхпроводники (ВТСП) имеют высокие стабильные эксплуатационные характеристики, которые открывают широкие возможности для их практического применения, например, в электроэнергетических устройствах, работающих на переменном токе. В целом изготовление сверхпроводящих магнитов на основе ВТСП быстро прогрессирует, и статические магнитные поля свыше 20 Тл уже доступны [1–4] для проведения экспериментов, которые не могут быть выполнены, используя резистивные магнитные системы, требующие большой расход электроэнергии и интенсивное водяное охлаждение. Более того, использование ВТСП-магнитов, охлаждаемых криокулерами, позволяет генерировать высокие статические магнитные поля при неинтенсивных условиях охлаждения. Тем не менее одной из особенностей токнесущих элементов на основе ВТСП являются токовые неустойчивости, приводящие к существованию токов теплового срыва ввода (см., например, [5–9] и ссылки в них). Данные неустойчивости имеют место, когда ВТСП работают при высоких значениях введенных токов, постоянно протекающих по сверхпроводнику. Поэтому анализ условий стабильности вводимого тока является важным этапом в проектировании ВТСП-магнитов. Он позволяет оценить предельно допустимую токовую нагрузку, т.е. максимально возможный ток, который может быть введен в ВТСП-магнит без разрушения его сверхпроводящих свойств.

ВТСП-магниты с высокими эксплуатационными свойствами могут быть спроектированы в предположении использования закритических режимов, которые по существу являются резистивными. В этих случаях стабильные эксплуатационные характеристики магнита будут превышать априорно заданные критические значения напряженности электрического поля и тока. Особенности существования стабильных закритических режимов и критерии, определяющие границу их устойчивости, сформулированы в [8,9]. Кроме того, эксперименты показывают, что рабочие режимы ВТСП-лент могут быть стабильными при вводе импульсных или переменных токов, когда пиковые значения вводимых токов могут быть значительно выше критического тока сверхпроводника [10–19]. В частности, эти режимы могут существовать в таких ВТСП-устройствах, как кабели, трансформаторы и т.д. Между тем на практике допустимые стабильные режимы ВТСП токнесущих элементов, работающих на переменном токе, как правило, ограничиваются значениями „критических“ токов, определенными на основе экспериментов, выполненных для постоянно введенного тока, используя априорно заданное „критическое“ значение напряженности электрического поля сверхпроводника. По-видимому, это объясняется тем, что механизмы устойчивости, приводящие к существованию стабильных режимов переменного тока, и зависимость предельного тока от свойств сверхпроводника и стабилизирующего покрытия до сих пор не обсуждались. Поэтому целью настоящего исследования является расширение рамок теории токовых неустойчивостей на режимы переменного

го тока. А именно, ниже изучены условия существования предельных стабильных режимов при вводе переменного транспортного тока с максимально возможным пиковым значением без перехода сверхпроводника в нормальное состояние. Обсужденные ниже результаты позволили ввести понятие о перегруженных режимах с переменным током, когда транспортный ток может стабильно течь по ВТСП при наличии высоких тепловых потерь.

Стабильность сверхпроводящего состояния при вводе переменного тока

Чтобы понять основные механизмы стабильного протекания по сверхпроводнику переменного тока, выполним анализ условий его устойчивости прежде всего на примере ВТСП без стабилизирующего покрытия. Решение данной проблемы позволит понять основные физические особенности условий возникновения неустойчивости переменного тока, вводимого в сверхпроводник.

В общем случае пространственно-временной анализ температуры и электрического поля в сверхпроводящем токонесящем элементе должен проводиться с помощью моделей, основанных на двумерных или трехмерных уравнениях теплопроводности и макроскопической электродинамики. Однако подобное описание математически сложно и приводит к большому объему вычислений. Поэтому рассмотрим упрощенную задачу о вводе предельного тока в сверхпроводящую пластину ($-a < x < a$, $-b < y < b$, $-\infty < z < \infty$, $b \gg a$) с площадью поперечного сечения S в рамках так называемого нульмерного приближения, которое позволяет использовать нестационарные тепловое и электрические уравнения баланса, как это было сделано в работе [7] для режима постоянно введенного тока. В этом случае распределение температуры и электрического поля по сечению пластины полагается однородным. (Верификация данного предположения выполнена в Приложении). Предположим, что пластина помещена в постоянное внешнее магнитное поле B , параллельное ее поверхности, и оно полностью проникло в пластину. Предположим также, что она находится при неинтенсивных условиях охлаждения, а ток вводится в направлении оси z , изменяясь во времени по синусоидальному закону с пиковым значением I_m , собственное магнитное поле которого пренебрежимо мало по сравнению с внешним магнитным полем. Последнее предположение сделано для упрощения проводимых расчетов, полагая, как и в [7], что внешнее магнитное поле является параметром, который влияет только на свойства сверхпроводящей пластины. Предположим также, что продольным изменением магнитного поля можно пренебречь; теплообмен между сверхпроводящей пластиной и хладагентом происходит при постоянном коэффициенте теплопередачи; вольт-амперная характеристика сверхпроводника описывается степенным законом, в котором зависимость критического тока от температуры аппроксимируется линейной зависимостью.

В рамках данных предположений тепловое и электрическое состояния сверхпроводящей пластины будут зависеть от текущего значения плотности тока J в пластине. Поэтому следующая система уравнений:

$$C_s(T)dT/dt = -hp(T - T_0)/S + E(t)J(t),$$

$$T(0) = T_0, \quad (1)$$

$$E(t) = E_c[J(t)/J_c(T, B)]^n, \quad (2)$$

$$I(t) = J(t)S = I_m \sin(2\pi ft) \quad (3)$$

может быть использована для описания пространственно однородного изменения температуры T и электрического поля E в сверхпроводящей пластине в течение всего процесса ввода переменного тока. Здесь I — вводимый ток, T_0 — температура охлаждающей среды, n — показатель степени нарастания вольт-амперной характеристики сверхпроводника, h — коэффициент теплопередачи, f — частота вводимого тока, C_s — удельная теплоемкость сверхпроводника, E_c — заданная напряженность электрического поля, используемая для определения критической плотности тока J_c , которую опишем выражением вида

$$J_c(T, B) = J_{c0}(B)(T_{cB}(B) - T)/(T_{cB}(B) - T_0), \quad (4)$$

где J_{c0} и T_{cB} — известные критические параметры сверхпроводника для заданного внешнего магнитного поля B .

Ниже в качестве сверхпроводника рассматривалась сверхпроводящая керамика $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$, параметры которой, согласно [8], принимались равными $E_c = 10^{-6}$ В/см, $J_{c0} = 1.52 \cdot 10^4$ А/см², $T_{cB} = 26.12$ К, $n = 10$. Расчеты проводились при $T_0 = 4.2$ К, $h = 10^{-3}$ Вт/(см²К), $a = 10^{-3}$ см, $b = 10^{-2}$ см и $S/p = a$. Температурная зависимость теплоемкости $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$ рассчитывалась по формуле

$$C_s = \begin{cases} 5.85 \cdot 10^{-5}T + 2.2 \cdot 10^{-5}T^3, & T \leq 10 \text{ К}, \\ -10.54 \cdot 10^{-2} + 1.28 \cdot 10^{-2}T, & T > 10 \text{ К}. \end{cases} \quad [J/(\text{cm}^3\text{K})], \quad (5)$$

На рис. 1 показано изменение во времени напряженности электрического поля и температуры при различных пиковых значениях вводимого тока. Расчет был выполнен при $B = 10$ Тл для токовых режимов, близких к предельно устойчивым. В данном случае критический ток сверхпроводника и ток теплового срыва равны $I_c = 0.61$ А и $I_q = 0.87$ А соответственно. Напряженность электрического поля и температура перед тепловым срывом имеют следующие значения: $E_q = 9 \cdot 10^{-5}$ В/см и $T_q = 6.16$ К. Они следуют из результатов, приведенных в [9]. Обратим внимание, что в рассматриваемом случае критический ток мал, поскольку в данном разделе изучение условий стабильности

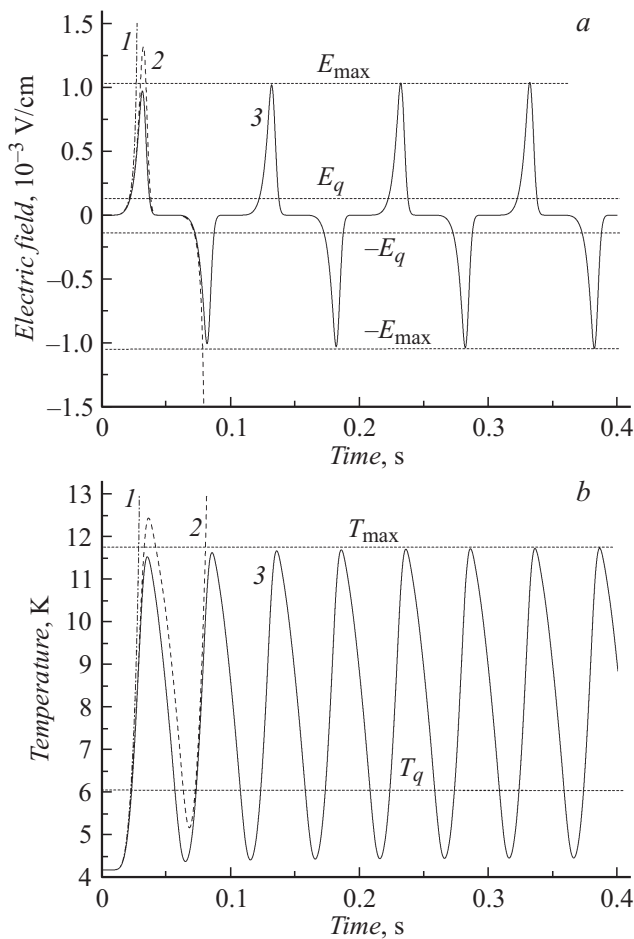


Рис. 1. Стабильные и нестабильные теплоэлектродинические состояния сверхпроводника при вводе переменного тока с различными пиковыми значениями и $f = 10\text{ Hz}$: *a* — динамика напряженности электрического поля, *b* — динамика температуры; 1 — $I_m = 0.95$, 2 — 0.94 , 3 — 0.939 A .

переменного тока выполнено для тонкой сверхпроводящей пластины, чтобы исключить влияние размерного эффекта на формирование теплоэлектродинических состояний сверхпроводника. Это позволит понять основные характерные особенности проблемы возникновения неустойчивости при вводе переменного тока. Изучение предельных устойчивых режимов переменного тока сверхпроводящего токонесущего элемента с высокими рабочими токами выполнено в разделе 3.

Как следует из результатов, представленных на рис. 1, при неинтенсивных условиях охлаждения существуют стабильные режимы переменного тока, которые могут быть определены как перегруженные. Действительно, кривая 3 на рис. 1, *a* и *b* соответствует стабильному изменению электрического поля и температуры. Для данного токового режима, у которого пиковое значение I_m больше не только критического тока I_c , но и соответствующего значения тока теплового срыва I_q , существуют очень высокие максимальные стабильные значения электрического поля $|E_{\max}|$ и температуры T_{\max} . Действительно, пиковое значение индуцирован-

ного электрического поля практически в 10 раз больше, чем априори заданная критическая напряженность электрического поля, а перегрев при неинтенсивном охлаждении сверхпроводника практически равен 7 K . Видно также, что данные пиковые значения превышают и соответствующие значения, которые имеют место перед тепловым срывом. Подчеркнем, что E_{\max} и T_{\max} описывают границу стабильности в случае, когда стабилизирующее покрытие сверхпроводника отсутствует. В результате в сверхпроводнике имеет место высокое допустимое тепловыделение, которое не учитывается в современной теории потерь. Как следует из приведенных ниже результатов, для данных стабильных режимов пиковое значение максимальной мощности тепловыделения может превышать 20 Vt/cm^3 . Это значение более чем в 2 раза превышает мощность теплового потока в охладитель. Тем не менее при данных интенсивных режимах ввода переменного тока сверхпроводящие свойства пластины не разрушаются.

В целом результаты, представленные на рис. 1, показывают, что формирование стабильных и нестабильных состояний сверхпроводника при вводе в него переменного тока происходит аналогично формированию устойчивых и неустойчивых состояний, наблюдаемых для рабочих режимов с постоянными значениями введенных токов, близких к значению тока теплового срыва I_q , когда метастабильное сверхпроводящее состояние либо сохраняется ($I < I_q$), либо разрушается ($I > I_q$) [5–9]. Таким образом, существует предельное пиковое значение вводимого переменного тока I_{\max} , ниже которого сверхпроводник сохраняет свое сверхпроводящее состояние, и выше которого оно разрушается [13,17]. Согласно этой концепции, в экспериментах можно определить границу устойчивости перегруженных режимов переменного тока, используя два характерные пиковые значения введенного тока. А именно минимальное значение из них будет соответствовать верхнему допустимому значению пикового тока, стабильно вводимому в сверхпроводник, даже несмотря на его высокий стабильный перегрев и, следовательно, высокие потери энергии. Соответственно максимальное значение будет определять пиковое значение тока, когда перегруженные режимы переменного тока неустойчивы.

Для понимания процессов, лежащих в основе устойчивого формирования перегруженных режимов переменного тока, на рис. 2 показаны основные стадии стабильного развития теплоэлектродинических состояний ВТСП во время изменения тока в первой половине цикла от I_m до $-I_m$, которые имеют место вблизи границы возникновения неустойчивости вводимого переменного тока. Приведенные кривые описывают динамику тока, напряженности электрического поля и температуры (рис. 2, *a*). Соответствующие изменения теплового потока в хладагент $W = hp(T - T_0)/S$ и джоулева тепловыделения $G = E(t)J(t)$ представлены на рис. 2, *b*. Рис. 3 демонстрирует устойчивые или неустойчивые колебания температуры сверхпроводника, которые происходят в

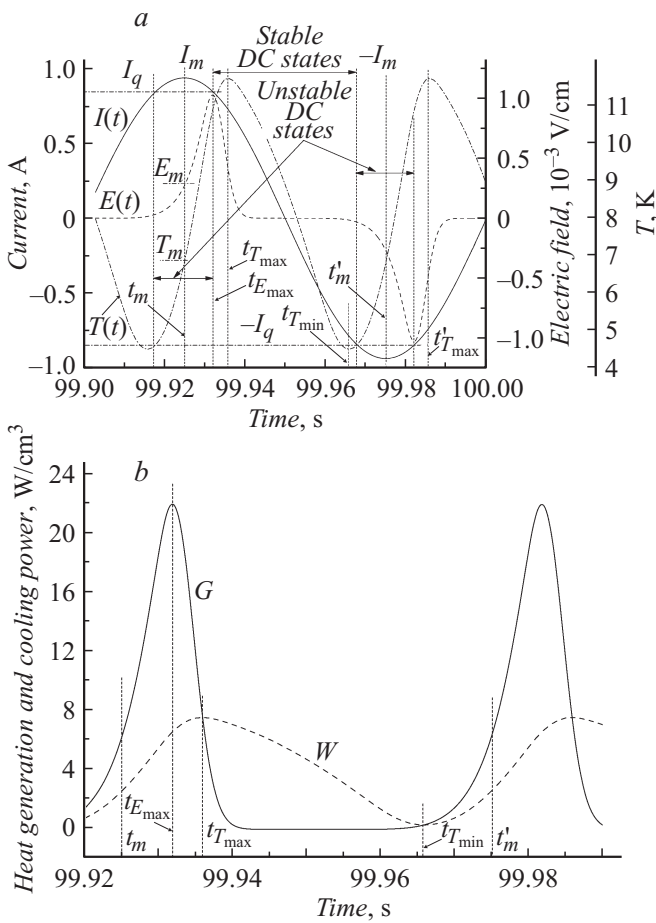


Рис. 2. Стабильные стадии формирования теплоэлектродинамических состояний сверхпроводника при $I_m = 0.935$ А и $f = 10$ Hz: *a* — динамика тока, напряженности электрического поля и температуры, *b* — динамика джоулева тепловыделения и потока тепла в охладитель.

сверхпроводнике после того, когда введенный ток при $t > 99.93$ фиксируется ($I = I_s = \text{const}$) в диапазоне от I_m до $-I_m$. Сплошная кривая на рис. 3 соответствует случаю, когда ток вводится без остановки. В целом рис. 2 и 3 позволяют понять физические закономерности существования стабильных перегруженных режимов переменного тока, показывая наличие соответствующих характерных стадий. Обсудим особенности их формирования детально.

Первая стадия начинается сразу после пикового значения I_m , которое достигается при $t = t_m$. Она существует в интервале $t_m < t < t_{E_{max}}$, где $t_{E_{max}}$ — время, когда напряженность электрического поля имеет максимум (рис. 2, *a*). На этом этапе напряженность электрического поля и температура все еще увеличиваются от соответствующих значений E_m и T_m , хотя ток уменьшается. Соответственно тепловыделение G не только превышает тепловой поток W в охладитель, но и увеличивается во времени. Эти закономерности обусловлены тем, что на данном этапе введенный ток неустойчив с точки зрения стабильности тока, постоянно протекающего по сверх-

проводнику, так как он превышает ток теплового срыва ($I(t) > I_q, t_m < t < t_{E_{max}}$). Кривые 1–4 и 8 на рис. 3 подтверждают существование неустойчивых состояний с точки зрения возникновения теплового срыва. Однако на данной стадии неустойчивость вводимого переменного тока не возникает по следующим причинам. Прежде всего потому, что ток уменьшается. Кроме того, при $E > E_c$ развитие электродинамического состояния сверхпроводника в сильной степени зависит от температурной зависимости его удельной теплоемкости, как это было показано в [8,9] для режимов постоянного тока. Тем самым она играет стабилизирующую роль в допустимом росте напряженности электрического поля и температуры, так как значения $C(T)$ возрастают при увеличении температуры. Как следствие, стабильно нарастающие напряженность электрического поля и поэтому тепловыделение будут иметь максимум при $t = t_{E_{max}}$ (рис. 2, *b*), когда введенный ток станет меньше соответствующего значения тока теплового срыва I_q (рис. 2, *a*).

На второй стадии, которая начинается при $t > t_{E_{max}}$, индуцированное электрическое поле начинает уменьшаться. Этот этап имеет место потому, что введенный ток, уменьшающийся во времени, становится меньше тока теплового срыва ($I(t) < I_q$). Тем не менее в данном временном интервале $t_{E_{max}} < t < t_{T_{max}}$ уменьшающееся во времени тепловыделение по-прежнему превышает увеличивающийся во времени тепловой поток в охладитель, как это следует из рис. 2, *b*. Это является причиной, почему температура сверхпроводника продолжает расти на этой стадии (рис. 2, *a*). Но при $t = t_{T_{max}}$ она принимает максимальное значение, так как тепловыделение сравнивается с тепловым потоком в охладитель. Поэтому $t_{T_{max}}$ — время окончания второй стадии.

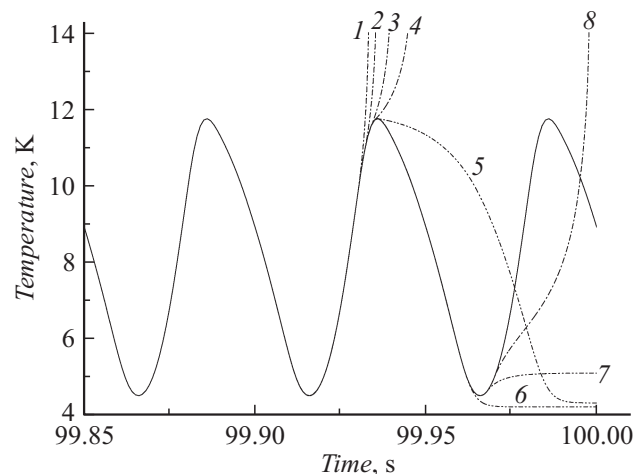


Рис. 3. Существование устойчивых и неустойчивых состояний при фиксированных значениях введенного тока при $I_m = 0.939$ А и $f = 10$ Hz: 1 — $t_s = 99.930$ s, $I_s = 0.8931$ А; 2 — $t_s = 99.932$ s, $I_s = 0.8497$ А; 3 — $t_s = 99.934$ s, $I_s = 0.7929$ А; 4 — $t_s = 99.935$ s, $I_s = 0.7597$ А; 5 — $t_s = 99.936$ s, $I_s = 0.7236$ А; 6 — $t_s = 99.960$ s, $I_s = 0.5518$ А; 7 — $t_s = 99.968$ s, $I_s = -0.8496$ А; 8 — $t_s = 99.970$ s, $I_s = -0.8930$ А.

На третьей стадии ($t > t_{T \max}$) взаимное уменьшение введенного тока и индуцированного электрического поля приводит к такому тепловыделению, которое становится меньше, чем поток тепла в охладитель. В результате этот этап характеризуется стабильным уменьшением тока, электрического поля и температуры (рис. 2, *a*). Конечное время этой стадии $t_{T \min}$ характеризуется минимальным значением температуры сверхпроводника, после которого тепловыделение становится выше отводимого в охладитель тепла, как это следует из рис. 2, *b*. В результате при $t > t_{T \min}$ возникает четвертая стадия, когда температура сверхпроводника начинает возрастать. На данной стадии температура сверхпроводника нарастает до соответствующего значения T_m , когда электрическое поле и ток становятся равными соответствующим пиковым значениям $-E_m$ и $-I_m$. Следующие стадии ввода тока ($t > t'_m$) повторяют вышеописанные, и стабильное формирование циклов перегруженного режима продолжается.

Рис. 3, как было упомянуто выше, демонстрирует существование стабильных и нестабильных токовых состояний в случаях, когда вводимый переменный ток в определенный момент времени фиксируется. Здесь кривые 5–7 соответствуют стабильным с точки зрения возникновения теплового срыва токовым состояниям. Чередование соответствующих устойчивых и неустойчивых диапазонов изображено на рис. 2, *a*. Тем не менее перегруженные режимы переменного тока остаются стабильными на протяжении всего процесса ввода-вывода тока. Эти особенности демонстрируют существенную роль скорости вывода тока из сверхпроводника в механизме стабильности перегруженных режимов переменного тока. Действительно, расчеты, выполненные в рамках предложенной модели, показывают, что увеличение частоты тока приводит к улучшению условий стабильности рабочих режимов переменного тока. Например, для рассматриваемого сверхпроводника предельное пиковое значение напряженности электрического поля при $f = 10$ Гц выше, чем соответствующее значение при $f = 50$ Гц. Поэтому соответствующее значение пикового тока при $f = 50$ Гц превышает соответствующее значение при $f = 10$ Гц, как это будет показано ниже, в соответствии с разницей в тепловыделениях. Рис. 4 наглядно показывает, как длительность первого этапа ($t_m < t < t_{E \max}$) уменьшается с увеличением частоты, и он становится менее продолжительным по сравнению с первой стадией, имеющей место при низких частотах. Вследствие этого при $t > t_m$ напряженность электрического поля может начать уменьшаться практически одновременно с введенным током. В этих случаях длительность первой стадии мала в силу высокой скорости вывода тока, и состояние теплового срыва не успевает оказать существенного влияния на динамику индуцированного электрического поля. Однако следующие второй, третий и четвертый этапы повторяют те, которые были обсуждены выше. Поэтому предельное пиковое значение

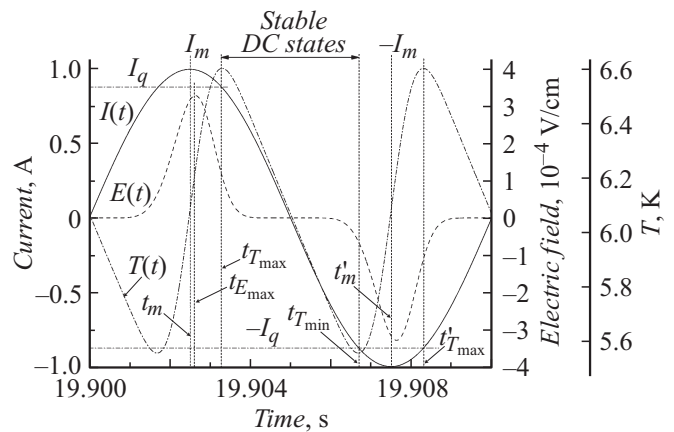


Рис. 4. Стабильные стадии формирования теплоэлектродинамических состояний сверхпроводника при $I_m = 0.991$ А и $f = 100$ Hz.

вводимого тока также будет зависеть от его частоты. Как будет показано ниже, оно растет с увеличением частоты.

Чтобы объяснить более строго обсужденные выше особенности формирования стабильных перегруженных режимов переменного тока, воспользуемся уравнениями (1) и (2). После несложных преобразований можно получить следующую связь между значениями dE/dt и dI/dt :

$$\frac{dE}{dt} = \left\{ \frac{dI}{dt} + \frac{[G(T) - W(T)]S}{C(T)} \left| \frac{dJ_c}{dT} \right| \left(\frac{E}{E_c} \right)^{1/n} \right\} \times \frac{nE}{J_c(T)S} \left(\frac{E_c}{E} \right)^{1/n}, \quad (6)$$

которая имеет место при $E > 0$. В этой формуле множитель

$$\left\{ \frac{dI}{dt} + \frac{[G(T) - W(T)]S}{C(T)} \left| \frac{dJ_c}{dT} \right| \left(\frac{E}{E_c} \right)^{1/n} \right\}$$

показывает, как разница во временах достижения максимальных значений тока и электрического поля зависит от взаимосвязанной динамики вводимого тока, индуцированного электрического поля и температуры. В частности, он позволяет понять влияние частоты или температурных зависимостей критического тока сверхпроводника и его теплоемкости на формирование теплоэлектродинамических состояний сверхпроводника. Действительно, как обсуждалось выше, первая стадия имеет место при $dI/dt < 0$ и $G > W$. Как следует из численных экспериментов, чем выше частота, тем ниже разница между G и W . Поэтому, согласно (6), чем выше частота, тем меньше продолжительность первого этапа, во время которого сверхпроводник будет находиться в неустойчивых состояниях с точки зрения условий возникновения теплового срыва. Вследствие этого,

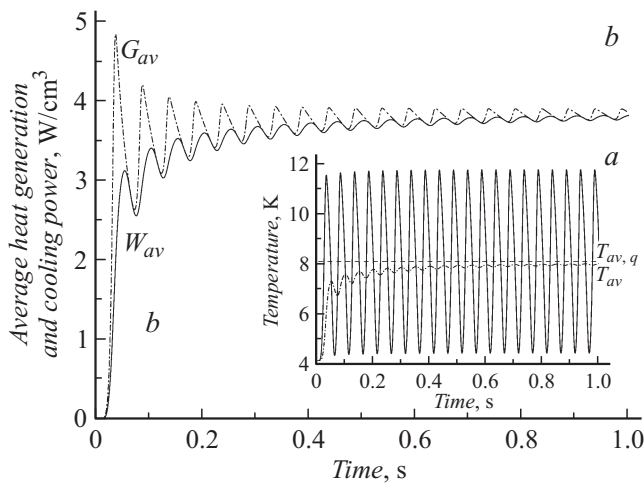


Рис. 5. Стабильное изменение во времени температуры и ее среднего значения (а), а также усредненных значений джоулева тепловыделения и потока тепла в охладитель (б) при $I_m = 0.939$ А и $f = 10$ Hz.

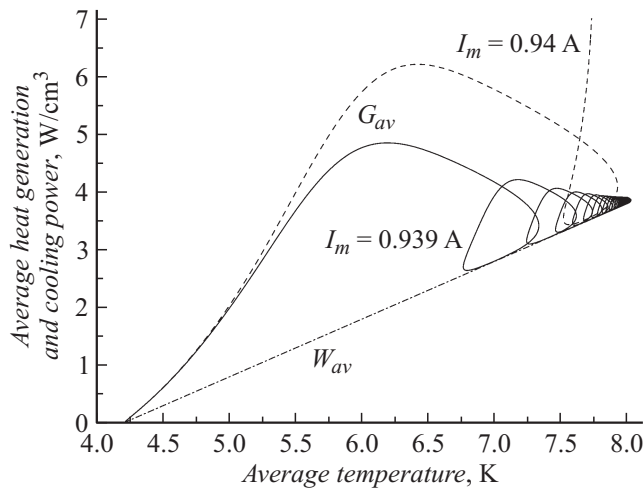


Рис. 6. Изменение усредненных значений джоулева тепловыделения и потока тепла в охладитель в зависимости от средней температуры сверхпроводника при $f = 10$ Hz.

чем выше частота, тем ниже повышение температуры сверхпроводника, а значит, ниже влияние теплоемкости. В предельном случае

$$\left| \frac{dI}{dt} \right|_{t=t_{E \max}} \gg \frac{(G - W)S}{C} \left| \frac{dJ_c}{dT} \right| \left(\frac{E}{E_c} \right)^{1/n} \Big|_{t=t_{E \max}}$$

разница между t_m и $t_{E \max}$ будет практически отсутствовать. Другими словами, предельное пиковое значение вводимого тока будет слабо зависеть от частоты, когда она будет превышать характерное значение.

Для формулировки условий устойчивости перегруженных режимов переменного тока, проанализируем особенности изменения во времени соответствующих

средних значений температуры, тепловыделения и мощности охлаждения. А именно вычислим

$$T_{av} = \frac{1}{t} \int_0^t T dt, \quad G_{av} = \frac{1}{t} \int_0^t G dt, \quad W_{av} = \frac{1}{t} \int_0^t W dt.$$

Результаты соответствующих расчетов представлены на рис. 5. Он показывает, что после переходного периода существуют устойчивые усредненные значения, вокруг которых будут происходить стабильные флуктуации средних значений T_{av} , G_{av} и W_{av} . Они позволяют определить границу устойчивости во время режимов переменного тока. Соответствующие результаты представлены на рис. 6. Видно, что предельные стабильные режимы переменного тока определяются балансом усредненных значений джоулева тепловыделения и теплового потока в хладагент. Согласно этим результатам, условие устойчивости будет иметь следующий вид:

$$G_{av}(T_{av,q}) = W_{av}(T_{av,q}),$$

$$\partial G_{av}(T_{av,q}) / \partial T = \partial W_{av}(T_{av,q}) / \partial T$$

для режимов переменного тока в нуль-мерном приближении. Здесь $T_{av,q}$ — предельное значение средней температуры сверхпроводника перед возникновением неустойчивости (рис. 5).

Рис. 7 показывает зависимость от частоты вводимого тока предельных пиковых значений температуры T_{\max}

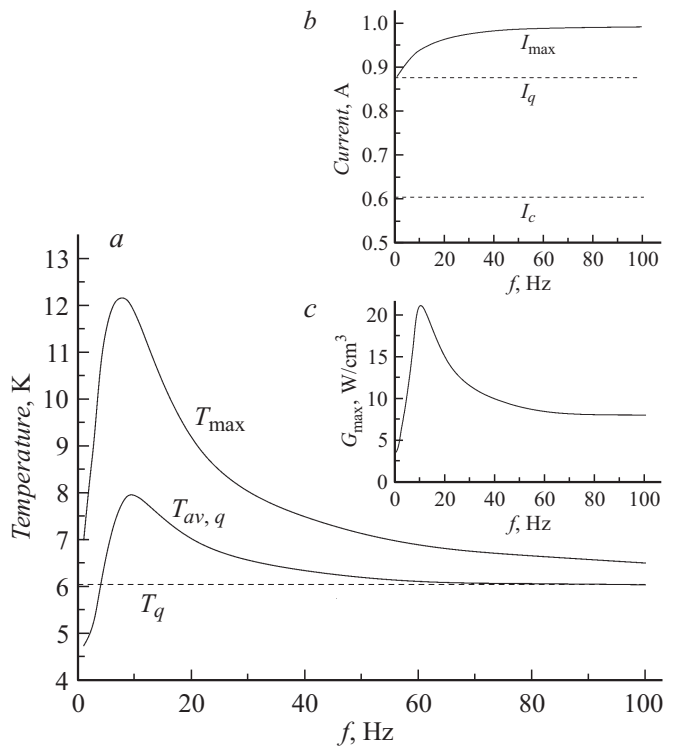


Рис. 7. Влияние частоты тока, вводимого в сверхпроводник, на предельные пиковые значения температуры (а), тока (б) и тепловыделения (с).

(рис. 7, *a*), тока I_{\max} (рис. 7, *b*) и тепловыделения G_{\max} (рис. 7, *c*), описывающих границу устойчивых перегруженных режимов переменного тока. Здесь также изображены соответствующие температурный T_q и токовый I_q параметры теплового срыва, а также средняя температура возникновения неустойчивости $T_{av,q}$.

Видно, что при низких частотах допустимые колебания температуры незначительны, так как токовая неустойчивость может произойти во время первой стадии вывода тока ($t_m < t < t_{E\max}$), когда продолжительность этого этапа относительно велика и превышает время возникновения теплового срыва. Поэтому значения T_{\max} и I_{\max} близки к соответствующим значениям T_q и I_q . В результате в данном частотном диапазоне выделенное количество теплоты мало. Тем не менее дальнейшее увеличение частоты тока приводит к соответствующему снижению длительности первой стадии, как это обсуждалось выше, и тем самым приводит к увеличению устойчивого диапазона колебаний температуры, предельных токов и, следовательно, тепловыделения. В то же время увеличение частоты в диапазоне высоких частот сопровождается уменьшением стабильных значений пиковой температуры, средних значений температуры и тепловыделения. Поэтому существуют максимальные значения T_{\max} и G_{\max} . Наряду с этим значения I_{\max} монотонно увеличиваются, достигая предельного значения даже тогда, когда предельное пиковое значение температуры сверхпроводника и средняя температура возникновения неустойчивости уменьшаются и опять становятся близкими к T_q . Причина данной закономерности заключается в том, что температура сверхпроводника зависит от величины выделяемого тепла. Последняя при увеличении частоты вводимого тока также имеет максимум (рис. 7, *c*) прежде всего потому, что максимальное пиковое значение напряженности электрического поля также будет немонотонным. Действительно, индуцированное электрическое поле будет увеличиваться с увеличением частоты при малых значениях f . В то же время оно будет убывающей функцией частоты при ее сравнительно высоких значениях, потому что, чем выше частота, тем меньше время, в течение которого максимальное значение напряженности электрического поля будет достигнуто. В то же время существование предельного значения I_{\max} является результатом особенностей формирования первого этапа, обсужденных выше, когда его продолжительность будет слабо зависеть от частоты вводимого тока при ее высоких значениях.

Особенности формирования перегруженных режимов переменного тока в сверхпроводящих токнесущих элементах

Исследуем стабильное формирование режимов переменного тока в сверхпроводящей ленте ($-a < x < a$, $-b < y < b$, $-\infty < z < \infty$, $b \gg a$). Результаты числен-

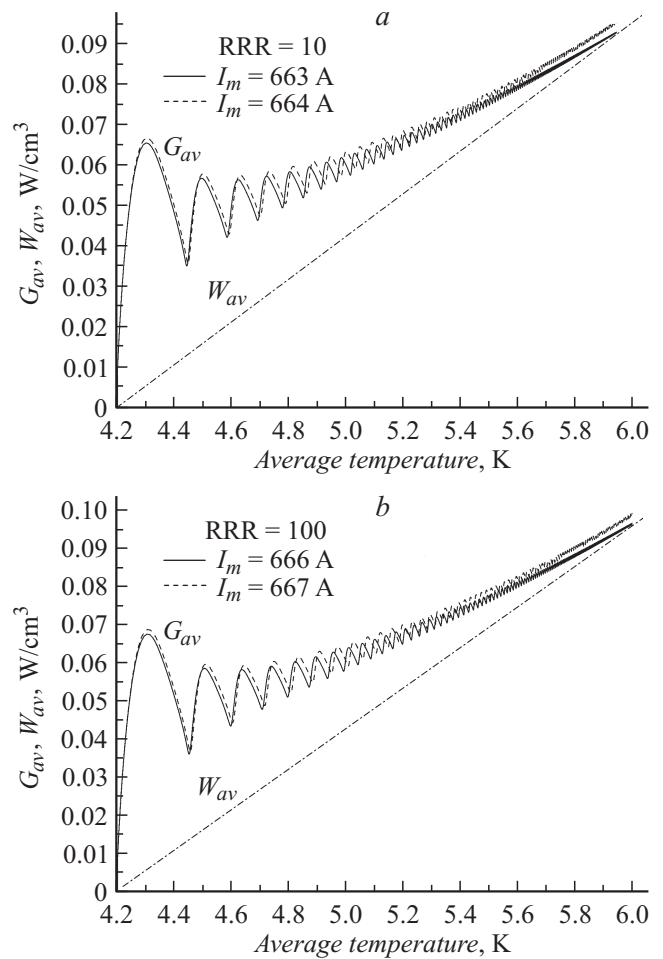


Рис. 8. Изменение усредненных значений джоулева тепловыделения и потока тепла в охладитель в зависимости от средней температуры сверхпроводящей ленты при $f = 10$ Hz, $J_{c0} = 1.52 \cdot 10^5$ A/cm² и различных сопротивлениях покрытия (*a* — $RRR = 10$, *b* — $RRR = 100$).

ных экспериментов представлены на рис. 8–10. При их выполнении предполагалось, что

- сверхпроводник $Bi_2Sr_2CaCu_2O_8$ равномерно распределен с коэффициентом заполнения η по сечению ленты с серебряным покрытием,
- транспортный синусоидальный ток с пиковым значением I_m вводится в направлении оси z ,
- лента находится в постоянном внешнем магнитном поле, параллельном ее поверхности, и оно полностью проникло в сверхпроводник,
- собственное поле тока во много раз меньше внешнего магнитного поля,
- распределение температуры и электрического поля в поперечном сечении ленты однородно.

В соответствии с данными предположениями тепловые и электрические состояния сверхпроводящей ленты зависят от плотностей токов J_s и J_n , протекающих в сверхпроводящей части ленты и в ее покрытии соответственно. Поэтому, согласно модели сплошной среды,

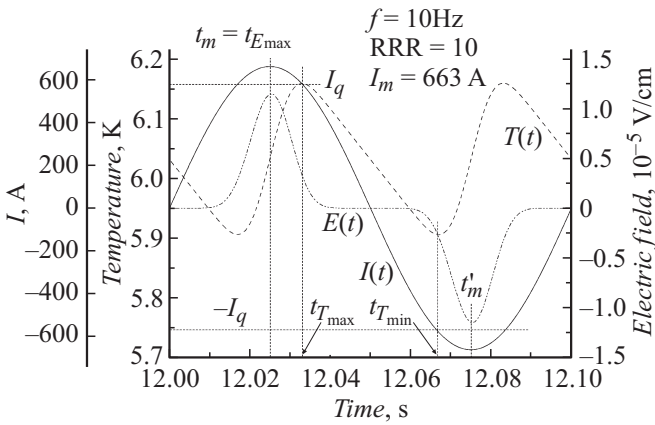


Рис. 9. Стабильные стадии формирования термоэлектродинамических состояний сверхпроводящей ленты при $J_{c0} = 1.52 \cdot 10^5 \text{ A/cm}^2$.

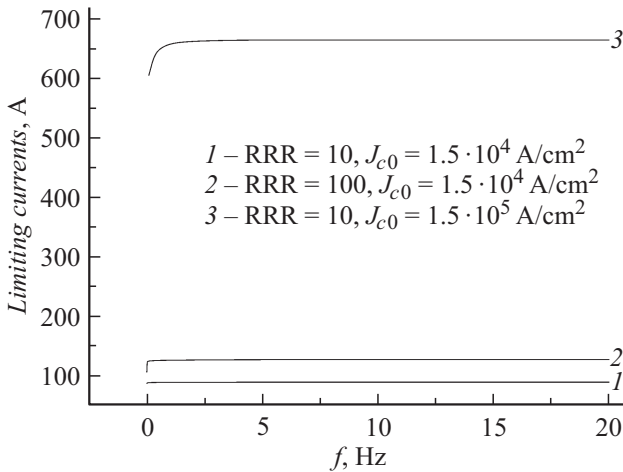


Рис. 10. Влияние частоты тока, вводимого в сверхпроводящую ленту, на его предельные пиковые значения.

следующая система уравнений:

$$C(T)dT/dt = -hp(T - T_0)/S + E(t)I(t)/S, \quad T(0) = T_0, \quad (7)$$

$$E(t) = E[J_s(t)/J_c(T, B)]^n = J_n(t)\rho_n(T, B), \quad E(0) = 0, \quad (8)$$

$$I(t) = \eta J_s(t)(S + (1 - \eta)J_n(t)S), \quad I(t) = I_m \sin(2\pi ft) \quad (9)$$

может быть использована для описания пространственно однородной динамики температуры и электрического поля в сверхпроводящей ленте в нуль-мерном приближении. Здесь для расчета теплоемкости ленты в виде

$$C(T) = \eta C_s(T) + (1 - \eta)C_n(T)$$

учитываются теплоемкости сверхпроводника C_s и покрытия C_n в соответствии с аддитивным законом.

Во время расчетов теплоемкость серебра C_n рассчитывалась в соответствии с [20]. Характерные значения остаточного сопротивления $RRR = \rho_n(273 \text{ K})/\rho_n(4.2 \text{ K})$ варьировались, предполагая, что $\rho_n(273 \text{ K}) = 1.48 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{cm}$ согласно [20]. Сопротивление покрытия ρ_n в зависимости от температуры и магнитного поля аппроксимировалось соотношениями, предложенными в [20,21]. Зависимость критического тока от температуры описывалась формулой (4). Расчет проводился при следующих параметрах $a = 0.019 \text{ cm}$, $b = 0.245 \text{ cm}$, $S/p = a$, $\eta = 0.2$, $n = 10$, $E_c = 10^{-6} \text{ V/cm}$, $T_{CB} = 26.12 \text{ K}$. Моделирование термоэлектродинамических состояний ленты было выполнено при неинтенсивных условиях теплоотдачи ($h = 10^{-3} \text{ W/(cm}^2\text{K)}$), когда температура охладителя принималось равной $T_0 = 4.2 \text{ K}$, полагая, что фоновое магнитное поле равно 10 Т. Значения критической плотности тока J_{c0} , пиковое значение тока I_m и частота f варьировались.

Рис. 8 демонстрирует особенности возникновения токовой неустойчивости при вводе в сверхпроводящую ленту переменного тока с частотой $f = 10 \text{ Гц}$ при различных сопротивлениях стабилизирующего покрытия. В данном случае критический ток ленты равен 566 А. При этом расчеты условий теплового срыва, выполненные для покрытия с высоким сопротивлением ($RRR = 10$), приводят к следующим граничным значениям напряженности электрического поля, тока и температуры: $E_q = 2.9 \cdot 10^{-6} \text{ V/cm}$, $I_q = 573 \text{ A}$, $T_q = 5.9 \text{ K}$ соответственно. Представленные результаты демонстрируют существование характерных особенностей формирования термоэлектродинамических состояний сверхпроводящих лент при вводе в них переменного тока.

Во-первых, вблизи границы устойчивости переменного тока существуют типичные устойчивые и неустойчивые режимы, которые наблюдались в сверхпроводнике без стабилизирующего покрытия. Поэтому имеются предельный пиковый ток и средние значения параметров, которые определяют границу устойчивости перегруженных режимов переменного тока, вводимого в сверхпроводящую ленту. Соответственно граница устойчивости переменного тока однозначно определяется условиями динамического равновесия между усредненными значениями G_{av} и W_{av} , как это было обсуждено ранее. Нетрудно понять, что они зависят от RRR и I_c .

Во-вторых, при вводе переменного тока ток возникновения неустойчивости, индуцированное электрическое поле и температура также выше, чем соответствующие критические значения сверхпроводника и значения параметров теплового срыва. Тем не менее перед возникновением неустойчивости выделенное количество теплоты и температура ленты с высоким сопротивлением покрытия, например, при $RRR = 10$, меньше, чем в случае сверхпроводника без покрытия. Этот результат обусловлен тем, что конструктивная плотность критического тока ленты, равная ηJ_c , меньше соответствующего критического тока сверхпроводника без покрытия.

В-третьих, как известно, чем ниже критический ток, тем выше влияние сопротивления покрытия на состояния, формирующиеся перед возникновением неустойчивости. А именно, чем ниже его сопротивление, тем выше ток в покрытии. Данная закономерность обусловлена эффектом деления тока между сверхпроводником и покрытием. Поэтому стабильные пиковые значения тепловыделения и температуры при $RRR = 100$ превышают соответствующие значения при $RRR = 10$. В результате чем ниже сопротивление покрытия, тем выше предельные пиковые токи.

В-четвертых, покрытие существенно влияет на стабильное развитие перегруженных режимов переменного тока. Согласно расчетам, выполненным для ленты с высоким значением критического тока, четыре стадии перегруженного режима существуют только при очень низкой частоте вводимого тока. Так, для рассматриваемой ленты первая стадия, которая, как обсуждалось выше, должна существовать сразу после I_m , по своей продолжительности весьма незначительна уже при $f \leq 3$ Гц, и она отсутствует при $f > 5$ Гц. Рис. 9 демонстрирует данную особенность формирования стабильных этапов перегруженного режима, которые имеют место в сверхпроводящей ленте перед возникновением неустойчивости при $f = 10$ Гц. Видно, что ток и напряженность электрического поля на первой стадии начинают уменьшаться одновременно. При этом с точки зрения возникновения теплового срыва изменение температуры и напряженности электрического поля в ленте стабильно на втором этапе формирования, существующего в диапазоне от $t_{T \max}$ до $t_{T \min}$, когда $|I(t)| < I_q$. Наконец, на третьей стадии, введенный ток не стабилен с точки зрения возникновения теплового срыва, так как $|I(t)| > I_q$, и температура ленты начинает возрастать. Тем не менее этот этап не приводит к возникновению неустойчивости, потому что имеет место устойчивая динамическая точка равновесия между усредненными значениями тепловыделения и мощности охлаждения (рис. 8).

Чтобы объяснить данные особенности условий устойчивости переменного тока, вводимого в сверхпроводящую ленту, проанализируем соотношение между dE/dt и dI/dt в диапазоне $E > 0$, которое может быть записано в виде

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\frac{1}{S} \frac{dI}{dt} + \frac{G(T)-W(T)}{C(T)} [\eta \frac{dJ_c}{dT} (\frac{E}{E_c})^{1/n} + \frac{1-\eta}{\rho_n^2} \frac{d\rho_n}{dT} E]}{\frac{1-\eta}{\rho_n} + \frac{\eta J_c(T)}{nE} (\frac{E}{E_c})^{1/n}} \quad (10)$$

и следует из уравнений (7) и (8). Оно показывает, что разница между временами достижения dE/dt и dI/dt , т.е. длительность первой стадии $\Delta t = t_{E \max} - t_m$, когда сверхпроводник находится в неустойчивом состоянии с точки зрения протекания постоянного тока, зависит от частоты вводимого тока, условий теплообмена, объемной доли сверхпроводника в ленте, температурных зависимостей плотности критического тока $J_c(T)$, сопротивления покрытия $\rho_n(T)$ и теплоемкости ленты $C(T)$. Соответственно предельный ток ВТСП-лент

также зависит от Δt . В частности, чем выше частота, тем ниже длительность первой стадии, когда сверхпроводящая лента находится в неустойчивом состоянии с точки зрения возникновения теплового срыва. Поэтому при этом уменьшается влияние частоты вводимого тока на предельную токнесущую способность сверхпроводящей ленты.

В целом формула (10) позволяет полностью объяснить влияние указанных свойств ленты на длительность первой стадии и, таким образом, на предельные значения вводимых токов. Действительно, длительность первой стадии тем меньше, чем — меньше коэффициент заполнения ленты сверхпроводником,

— меньше плотность критического тока сверхпроводника,

— меньше разница между выделенным теплом и тепловым потоком в охладитель,

— меньше значение $d(\eta J_c)/dT$,

— выше сопротивление покрытия,

— выше теплоемкость ленты.

Данные особенности показывают, что при условиях неинтенсивного охлаждения предельные токи ВТСП-лент во время режимов переменного тока будут слабо зависеть от частоты вводимого тока в широком диапазоне изменения рабочих параметров ленты. Этот вывод подтверждается результатами, представленными на рис. 10. Он показывает, что стабилизирующее покрытие ленты эффективно демпфирует возникновение неустойчивых состояний при вводе переменного тока.

Заключение

Выполнен детальный анализ теплоэлектродинамических механизмов, лежащих в основе стабильного протекания переменного тока, вводимого с различной частотой в высокотемпературный сверхпроводник или сверхпроводящую ленту на его основе. Доказано, что широко используемое понятие о критическом токе высокотемпературного сверхпроводника, определяемого по априори заданному уровню напряженности электрического поля при протекании по сверхпроводнику постоянного тока, принципиально не может отражать реальную текущую способность высокотемпературных сверхпроводников и сверхпроводящих лент во время ввода переменного тока. Это связано с тем, что стабильные режимы переменного тока, вводимого в высокотемпературный сверхпроводник, характеризуются высокими пиковыми значениями вводимого тока, напряженности индуцированного электрического поля и, следовательно, высокими стабильными потерями, которые приводят к высоким, но стабильным перегревам высокотемпературного сверхпроводника. Они существуют благодаря наличию динамической точки теплового равновесия между усредненными значениями тепловыделения и теплового потока в охладитель. В результате сверхпроводящее состояние высокотемпературных сверхпроводников при вводе в них переменного тока может быть либо сохранено, либо

разрушено в силу нарушения динамического равновесия между усредненными значениями тепловыделения и теплового потока в охладитель. Данная закономерность приводит к существованию предельно стабильных и взаимосвязанных пиковых значений тока, напряженности электрического поля, тепловыделения и температуры. Установлено, что соответствующие значения выше не только критических параметров сверхпроводника, но и также соответствующих параметров теплового срыва ввода, описывающих границу устойчивых состояний для режимов постоянного тока. Как следствие существования высоких стабильных тепловыделений, устойчивые режимы ввода в высокотемпературный сверхпроводник переменного тока могут быть определены как стабильные перегруженные режимы. Показано, что их формирование имеет характерные временные стадии, продолжительность которых и, таким образом, предельная токнесущая способность высокотемпературных сверхпроводников зависят от частоты вводимого тока, критических свойств сверхпроводника, сопротивления покрытия.

Таким образом, полученные результаты наглядно демонстрируют, что использование устойчивых перегруженных режимов переменного тока, которые характеризуются высокими стабильными тепловыми потерями, может быть успешным для многих практических приложений.

Работа была выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант № 12-08-00261-а.

Приложение

Рассмотрим в одномерном приближении проблему возникновения токовой неустойчивости в сверхпроводящей пластине ($-a < x < a$, $-b < y < b$, $-\infty < z < \infty$, $b \gg a$) без стабилизирующего покрытия. Соответственно определим распределение температуры, электрического поля и плотности тока, которые не зависят от координат y и z , на основании решения следующей системы уравнений:

$$C(T) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + E(x, t)J(x, t), \quad (A1)$$

$$\mu_0 \frac{\partial J}{\partial t} = \frac{\partial^2 E}{\partial x^2}, \quad t > 0, \quad 0 < x < a, \quad (A2)$$

где электрическое поле, плотность тока и плотность критического тока удовлетворяют соотношениям (2)–(4). Зададим следующие начальные и граничные тепловые и электродинамические условия:

$$\frac{\partial T}{\partial x}(0, t) = 0, \quad \lambda \frac{\partial T}{\partial x}(a, t) + h[t(a, t) - T_0] = 0, \quad (A3)$$

$$\frac{\partial E}{\partial x}(0, t) = 0, \quad \frac{\partial E}{\partial x}(a, t) = \frac{\mu_0}{4b} \frac{dI}{dt}. \quad (A4)$$

Здесь μ_0 — магнитная проницаемость вакуума, λ — теплопроводность сверхпроводника, которая рассчитывалась как

$$\begin{aligned} \lambda(T) = & (-1.234 \cdot 10^{-5} + 1.654 \cdot 10^{-4}T \\ & + 4.608 \cdot 10^{-6}T^2 - 1.127 \cdot 10^{-7}T^3 \\ & + 6.061 \cdot 10^{-10}T^4)[W/(cm \cdot K)] \end{aligned} \quad (A5)$$

согласно [22]. Остальные параметры были определены выше.

Уравнения (A1)–(A5) и (2)–(4) позволяют описать формирование теплоэлектродинамического состояния сверхпроводящей пластины, принимая во внимание размерный эффект при условии, что

- ток вводится в направлении оси z и имеет синусоидальный режим изменения во времени с пиком I_m ,
- распределение температуры внутри сверхпроводника, который первоначально равномерно охлажден до температуры охладителя, симметрично, и на его по-

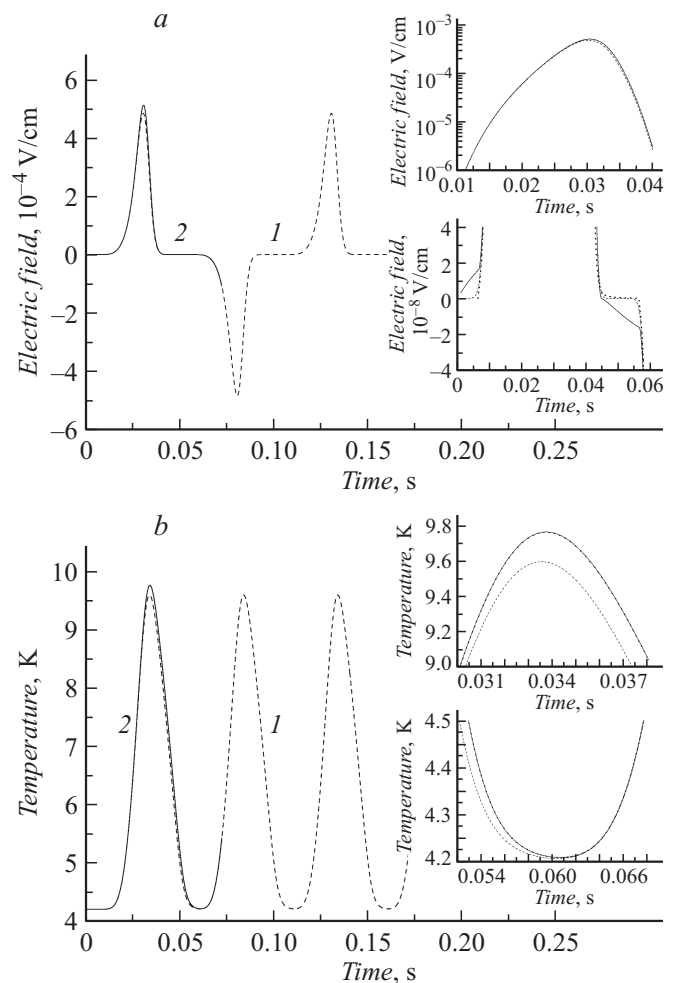


Рис. 11. Сравнительный анализ расчета напряженности электрического поля (a) и температуры (b) по нуль-мерной и одномерной моделям: 1 — нуль-мерное приближение, 2 — одномерное приближение, $x = 0$; 3 — одномерное приближение, $x = a$.

верхности имеет место конвективный теплообмен с постоянным коэффициентом теплоотдачи,

— электрическое поле, индуцированное в сверхпроводнике вводимым током, первоначально отсутствует и при вводе-выводе тока имеет симметричное распределение.

Результаты расчетов, полученных в одномерном приближении, сравнивались с соответствующими расчетами, выполненными в нуль-мерном приближении.

Рис. 11 показывает начальную стадию стабильного изменения напряженности электрического поля и температуры сверхпроводника при его неинтенсивном охлаждении ($h = 10^{-3} \text{ W}/(\text{cm}^2\text{K})$). На вставках соответствующие значения показаны более детально. Представленные результаты были получены при $a = 10^{-3} \text{ cm}$, $b = 10^{-2} \text{ cm}$, $f = 10 \text{ Hz}$, $I_m = 0.935 \text{ A}$, $T_0 = 4.2 \text{ K}$. Также полагалось, что параметры сверхпроводника равны $E_c = 10^{-6} \text{ V/cm}$, $J_{c0} = 1.52 \cdot 10^4 \text{ A/cm}^2$, $T_{cB} = 26.12 \text{ K}$ и $n = 10$, как это было сделано выше. Видно, что распределение электрического поля и температуры в сверхпроводнике в течение всего рассматриваемого процесса ввода тока практически однородно. Поэтому характерные времена $t_{E \text{ max}}$, $t_{T \text{ max}}$ и $t_{T \text{ min}}$, определенные в нуль-мерном приближении и в одномерном приближении, будут иметь практически те же значения. Соответственно данное сравнение доказывает правомерность общих физических выводов, сформулированных выше в рамках нуль-мерного приближения, которое было выполнено без большого объема вычислений.

Список литературы

- [1] Bird M.D., Bole S., Eyssa Y.M. // IEEE Trans Appl Supercond. 2000. Vol. 10. P. 439–442.
- [2] Newson M.S., Ryan D.T., Wilson M.N. et al. // IEEE Trans Appl Supercon. 2002. Vol. 12. P. 725–728.
- [3] Watanabe K., Nishijima G., Awaji S. et al. // Appl. Phys. Express. 2008. Vol. 1. P. 101703.
- [4] Watanabe K., Awaji S., Nishijima G. et al. // Appl. Phys. Express. 2009. Vol. 2. P. 113001.
- [5] Kalsi S.S., Aized D., Connor B. et al. // IEEE Trans Appl Supercond. 1997. Vol. 7. P. 971–975.
- [6] Kumara H., Kitaguchi H., Togano K. et al. // Cryogenics. 1998. Vol. 38. P. 163–167.
- [7] Rakhmanov A.L., Vysotsky V.S., Ilyin Yu. et al. // Cryogenics. 2000. Vol. 40. P. 19–27.
- [8] Romanovskii V.R., Watanabe K. Superconducting Magnets and Superconductivity / Ed. by H. Tovar, J. Fortier, Nova Science Publishers Inc., New York, USA. 2009. P. 293–399.
- [9] Romanovskii V.R. Superconductivity: Theory, Materials and Applications / Ed. by V.R. Romanovskii, Nova Science Publishers Inc., New York, USA. 2012. P. 111–198.
- [10] Seong-Woo Yim, Hyo-Sang Choi, Ok-Bae Hyun et al. // IEEE Trans Appl Supercond. 2003. Vol. 13. P. 2968–2971.
- [11] Cha Y.S., Evans D.J., Hull J.R. // IEEE Trans. Appl. Supercond. 1999. Vol. 9. P. 1320–1323.
- [12] Stavrev S., Dutoit B., Friend C. // Physica C. 2000. Vol. 339. P. 69–74.
- [13] Tasaki K., Kuriyama T., Sumiyoshi Y. et al. // IEEE Trans. Appl. Supercond. 2004. Vol. 14. P. 731–734.
- [14] Ishiyama A., Yanai M., Morisaki T. et al. // IEEE Trans. Appl. Supercond. 2005. Vol. 15. P. 1879–1882.
- [15] Vysotsky V.S., Sytnikov V.E., Repnikov V.V. et al. // IEEE Trans. Appl. Supercond. 2005. Vol. 15. P. 1655–1658.
- [16] Lue J.W., Gouge M.J., Duckworth R.C. // IEEE Trans. Appl. Supercond. 2005. Vol. 15. P. 1835–1838.
- [17] Miyazaki H., Chigusa S., Tanaka I. et al. // IEEE Trans. Appl. Supercond. 2006. Vol. 16. P. 1749–1752.
- [18] Ahn M.C., Yang S.E., Park D.K. // Cryogenics. 2007. Vol. 47. P. 425–430.
- [19] Fetisov S.S., Vysotsky V.S., Sytnikov V.E. // IEEE Trans Appl Supercond 2009. Vol. 19. P. 2411–2414.
- [20] Dresner L. // Cryogenics. 1993. Vol. 33. P. 900–909.
- [21] Lim H., Iwasa Y. // Cryogenics. 1997. Vol. 37. P. 789–799.
- [22] Herrmann P.F., Albrecht C., Bock J. et al. // IEEE Trans Appl Supercon. 1993. Vol. 3. P. 876–879.