01

О влиянии адсорбции на статическую проводимость эпитаксиального графена

© С.Ю. Давыдов

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики E-mail: Sergei_Davydov@mail.ru

Поступило в Редакцию 28 апреля 2014 г.

С учетом диполь-дипольного отталкивания в адсорбированном слое в рамках формализма Кубо—Гринвуда получено аналитическое выражение для наведенного адсорбцией изменения статической проводимости системы "адсорбированный слой—однолистный графен—субстрат". Рассматривалась как металлическая, так и полупроводниковая подложка. Полученные результаты применены к системе "слой атомов водорода—однослойный графен—вольфрам". Численные оценки показали, что эффект воздействия монослоя атомарного водорода на статическую проводимость σ_{eg} эпитаксиального графена на вольфраме того же порядка, что и σ_{eg} .

Одним из характерных свойств графена является высокая подвижность электронов, что находит свое применение в резистивных газовых сенсорах [1-3]. В работах [4,5] для металлических оксидов было показано, что главный эффект адсорбции заключается в изменении поверхностной концентрации носителей. Логично предположить, что и в случае эпитаксиального графена $(Э\Gamma)$ имеет место тот же самый эффект. Цель данной работы состоит в том, чтобы в рамках одной теоретической схемы учесть влияние как подложки, так и адсорбированного слоя на проводимость однолистного графена.

Как известно [6], существуют три основных канала взаимодействия адатомов: диполь-дипольное отталкивание, прямой и косвенный обмены. Здесь мы учтем лишь первый канал.

Начнем с рассмотрения одиночного атома, адсорбированного на однолистном графене, сформированном на твердотельной подложке. Предполагаем далее, что на переход заряда между адатомом и $Э\Gamma$ работает только один квазиуровень, характеризующийся энергией ε_a .

Затем рассмотрим слой таких адатомов с безразмерной концентрацией $\Theta=N_a/N_{ML}$, где $N_a(N_{ML})$ — число адатомов в слое (в монослое), и включим между ними диполь-дипольное отталкивание, сдвигающее энергию квазиуровня ε_a в положение $\varepsilon_a(\Theta)$ [7,8]. Используя результаты [7,8], мы можем записать функцию Грина ЭГ, покрытого слоем адатомов, $\tilde{G}_{ag}(\varepsilon_{\pm},\omega)$ в виде

$$\tilde{G}_{ag}^{\pm}(\omega,\Theta) = G_{eg}^{\pm}(\omega) + \delta G_{ag}^{\pm}(\omega,\Theta), \quad G_{eg}^{\pm}(\omega) = \frac{1}{\omega - \varepsilon_{\pm} + i\gamma(\omega)},$$

$$\delta G_{ag}^{\pm}(\omega,\Theta) = \frac{V^{2}}{(\omega - \varepsilon_{\pm} + i\gamma(\omega))^{2}} G_{adlayer}(\omega,\Theta),$$

$$G_{adlayer}(\omega;\Theta) = \Theta G_{a}(\omega,\Theta),$$

$$G_{a}(\omega,\Theta) = \frac{1}{\omega - \varepsilon_{a}(\Theta) - \Lambda(\omega) + i\Gamma(\omega)}.$$
(1)

Здесь $G_{eg}^{\pm}(\omega)$ — функция Грина $(\Phi\Gamma)$ невозмущенного $\delta G_{ag}^{\pm}(\omega,\Theta)$ — изменение этой $\Phi\Gamma$ под влиянием адсорбции, описываемой матричным элементом V, связывающим адатом с $\Im \Gamma$; $G_{adlayer}(\omega,\Theta)$ — $\Phi\Gamma$ адслоя; $G_a(\omega,\Theta)$ — $\Phi\Gamma$ адатома в адслое; ω — энергетическая переменная; $\Lambda(\omega)$ и $\Gamma(\omega)$ представляют собой соответственно функции сдвига и уширения квазиуровня адатома [7,8]; $arepsilon_{\pm}=arepsilon_D+\lambda(\omega)\pmarepsilon_q,\ arepsilon_q=(3ta/2)|\mathbf{q}|,$ где $arepsilon_D$ — энергия точки Дирака, совпадающая с энергией $|p_z\rangle$ уровня атома углерода; $\lambda(\omega)$ и $\gamma(\omega)$ функции сдвига и уширения квазиуровня атома углерода ЭГ; t энергия перехода электрона между состояниями $|p_{\tau}\rangle$ соседних атомов свободного графена; К — волновой вектор точки Дирака, знаки плюс и минус относятся соответственно к зоне проводимости и валентной зоне ЭГ; $\varepsilon_a(\Theta)=\varepsilon_a-\xi\,\Theta^{3/2}Z_a(\Theta)$ — энергия квазиуровня адатома при учете диполь-дипольного отталкивания, ε_a — энергия квазиуровня изолированного адатома, ξ — константа дипольного взаимодействия, $Z_a(\Theta)$ — заряд адатома в слое.

Для вычисления статической проводимости ЭГ в присутствии адсорбированного слоя $\tilde{\sigma}_{eg}$ будем использовать формализм Кубо—Гринвуда

для нулевой температуры [9,10], откуда, согласно [10], получим

$$\tilde{\sigma}_{eg} = \sigma_{eg} + \delta \sigma_{eg}$$

$$\begin{split} \sigma_{eg} &= \frac{e^2}{\pi \hbar} \int_0^{\xi} \left\{ \left[\operatorname{Im} G_{eg}^+(\Omega_{\mathrm{F}}) \right]^2 + \left[\operatorname{Im} G_{eg}^-(\Omega_{\mathrm{F}}) \right]^2 \right\} \varepsilon_q d\varepsilon_q, \\ \delta\sigma_{eg} &= \frac{e^2}{\pi \hbar} \int_0^{\xi} \Psi(\Omega_{\mathrm{F}}, \Theta) \varepsilon_q d\varepsilon_q, \end{split} \tag{2}$$

$$\begin{split} &\Psi(\Omega_{\mathrm{F}},\Theta) = \left\{ \mathrm{Im}\, \delta G_{ag}^+(\Omega_{\mathrm{F}},\Theta) + \mathrm{Im}\, \delta G_{ag}^-(\Omega_{\mathrm{F}},\Theta) \right\}^2 \\ &+ 2 \big[\mathrm{Im}\, G_{eg}^+(\Omega_{\mathrm{F}}) + \mathrm{Im}\, G_{eg}^-(\Omega_{\mathrm{F}}) \big] \big[\mathrm{Im}\, \delta G_{ag}^+(\Omega_{\mathrm{F}},\Theta) + \mathrm{Im}\, \delta G_{ag}^-(\Omega_{\mathrm{F}},\Theta) \big], \end{split}$$

где σ_{eg} — проводимость невозмущенного ЭГ, сформированного на металлической подложке [11]; $\delta\sigma_{eg}$ — изменение проводимости ЭГ, вызванное адсорбированным слоем; $\Omega_{\rm F}=\varepsilon_{\rm F}-\varepsilon_{D}-\lambda_{\rm F},\ \varepsilon_{\rm F}$ — энергия Ферми, $\lambda_{\rm F}=\lambda(\varepsilon_{\rm F}),\ \xi=3$ $taq_c/2$ — энергия обрезания, соответствующая волновому вектору обрезания q_c . Из (1) получим

$$\begin{split} &\operatorname{Im} G_{eg}^{\pm}(\Omega_{\mathrm{F}}) = -\frac{\gamma_{\mathrm{F}}}{(\Omega_{\mathrm{F}} \mp \varepsilon_{q})^{2} + \gamma_{\mathrm{F}}^{2}}, \\ &\operatorname{Im} \delta G_{ag}^{\pm}(\Omega_{\mathrm{F}}, \Theta) = -\Theta V^{2} \Gamma_{\mathrm{F}} \frac{(\Omega_{\mathrm{F}} \mp \varepsilon_{q})^{2} - \gamma_{\mathrm{F}}^{2}}{[(\Omega_{\mathrm{F}} \mp \varepsilon_{q})^{2} + \gamma_{\mathrm{F}}^{2}]^{2}} \frac{1}{B_{\mathrm{F}}^{2}(\Theta) + \Gamma_{\mathrm{F}}^{2}} \\ &- 2\Theta V^{2} \gamma_{\mathrm{F}} \frac{\Omega_{\mathrm{F}} \mp \varepsilon_{q}}{[(\Omega_{\mathrm{F}} \mp \varepsilon_{q})^{2} + \gamma_{\mathrm{F}}^{2}]^{2}} \frac{B_{\mathrm{F}}(\Theta)}{B_{\mathrm{F}}^{2}(\Theta) + \Gamma_{\mathrm{F}}^{2}}. \end{split} \tag{3}$$

Здесь $\gamma_{\rm F}=\gamma(\varepsilon_{\rm F}),\ B_{\rm F}(\Theta)=\varepsilon_{\rm F}-\varepsilon_a(\Theta)-\Lambda_{\rm F},\ \Lambda_{\rm F}=\Lambda(\varepsilon_{\rm F}),\ \Gamma_{\rm F}=\Gamma(\varepsilon_{\rm F}).$ Цель данной работы состоит в оценке $\delta\sigma_{eg}$, так как проводимость ЭГ σ_{eg} уже обсуждалась в [10].

Рассмотрим для иллюстрации некоторые частные случаи. Пусть, $\Omega_{\rm F}=0$, что означает отсутствие перехода заряда между однослойным

графеном и подложкой. Тогда выражения (3) приобретают вид

$$\operatorname{Im} G_{eg}^{\pm}(0) = -\frac{\gamma_{F}}{\varepsilon_{q}^{2} + \gamma_{F}^{2}},
\operatorname{Im} \delta G_{eg}^{\pm}(0) = -\Theta \frac{V^{2}}{(\varepsilon_{q}^{2} + \gamma_{F}^{2})^{2} (B_{F}^{2}(\Theta) + \Gamma_{F}^{2})} [(\varepsilon_{q}^{2} - \gamma_{F}^{2}) \mp 2\gamma_{F} B_{F}(\Theta)].$$
(4)

Легко показать, что функция $\Psi(0,\Theta)$ принимает при этом вид

$$\begin{aligned}
\left\{ \operatorname{Im} \delta G_{eg}^{+}(0,\Theta) + \operatorname{Im} \delta G_{eg}^{-}(0,\Theta) \right\}^{2} &= 4\Theta^{2} \left(\pi V^{2} \rho_{a}(\varepsilon_{F},\Theta) \right)^{2} \frac{(\varepsilon_{q}^{2} - \gamma_{F}^{2})^{2}}{(\varepsilon_{q}^{2} + \gamma_{F}^{2})^{4}}, \\
2 \left[\operatorname{Im} G_{eg}^{+}(0) + \operatorname{Im} G_{eg}^{-}(0) \right] \left[\operatorname{Im} \delta G_{eg}^{+}(0,\Theta) + \operatorname{Im} \delta G_{eg}^{-}(0,\Theta) \right] \\
&= 8\Theta \pi V^{2} \rho_{a}(\varepsilon_{F},\Theta) \frac{\gamma_{F}(\varepsilon_{q}^{2} - \gamma_{F}^{2})}{(\varepsilon_{q}^{2} + \gamma_{F}^{2})^{3}}, \quad (6)
\end{aligned}$$

где

$$\rho_a(\varepsilon_{\rm F},\Theta) = \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma_{\rm F}}{B_{\rm F}^2(\Theta) + \Gamma_{\rm F}^2} \tag{7}$$

есть плотность состояний адатома на уровне Ферми при покрытии О.

Для дальнейших оценок необходимо конкретизировать природу субстрата. Выбирая в качестве подложки металл и описывая его в рамках гамильтониана Андерсона в приближении бесконечно широкой зоны [9], т.е., полагая плотность состояний металла $\rho_m(\omega) \equiv \text{const}$, получаем $\lambda(\omega) \equiv 0$, $\gamma(\omega) \equiv \text{const} = \gamma_F$. Тогда, подставляя (5) и (6) в (2), находим

$$\delta\sigma_{eg} = \Theta \frac{2e^2}{\hbar} V^2 \rho_a(\varepsilon_F, \Theta) \left[\Theta \pi V^2 \rho_a(\varepsilon_F, \Theta) I_1 + 2\gamma_F I_2 \right], \tag{8}$$

где

$$I_1 = \frac{\xi^2(\xi^4 + 3\gamma_F^4)}{3\gamma_F^2(\xi^2 + \gamma_F^2)^3}, \qquad I_2 = -\frac{\xi^2}{(\xi^2 + \gamma_F^2)^2}.$$
 (9)

Ясно, что в области малых покрытий $(\Theta \ll 1)$ статическая проводимость ЭГ убывает, так как $\delta\sigma_{eg} \propto I_2$ и $I_2 < 0$. Для покрытий $\Theta > \Theta^*$, где

$$\Theta^* = -\frac{2\gamma_{\rm F}}{\pi V^2 \rho_a(\varepsilon_{\rm F}, \, \Theta^*)} \frac{I_2}{I_1},\tag{10}$$

статическая проводимость растет при условии, что уравнение (10) дает разумное значение $\Theta^* < 1$. Подчеркнем, что точный (для случая $\Omega_F = 0$) результат (8) может рассматриваться как оценочный для случая $|\Omega_F| \ll \xi$.

Пусть теперь $|\Omega_{\rm F}| \gg \xi$. Тогда вместо (3) имеем

$$\mathrm{Im}\,G_{eg}^{\pm}(\Omega_{\mathrm{F}})pprox-rac{\gamma_{\mathrm{F}}}{\Omega_{\mathrm{F}}^{2}+\gamma_{\mathrm{F}}^{2}},$$

$$\operatorname{Im} \delta G_{eg}^{\times}(\Omega_{\mathrm{F}}, \Theta) = -\Theta \left(\pi \rho_{a}(\varepsilon_{\mathrm{F}}, \Theta)(\Omega_{\mathrm{F}}^{2} - \gamma_{\mathrm{F}}^{2}) + \gamma_{\mathrm{F}} \Omega_{\mathrm{F}} \frac{B_{\mathrm{F}}(\Theta)}{B_{\mathrm{F}}^{2}(\Theta) + \Gamma_{\mathrm{F}}^{2}} \right). \tag{11}$$

Легко видеть, что добавка $\delta\sigma_{eg}$ будет всегда положительной при условии $|\Omega_{\rm F}| > \gamma_{\rm F}$. Можно показать, что энергия обрезания $\xi \sim t$. Оценка значения $\gamma_{\rm F}$ должна проводиться для конкретной адсорбционной системы.

Перейдем теперь к полупроводниковой подложке, плотность состояний которой $\rho_{sc}(\omega)$ будем описывать моделью Халдейна—Андерсона [9]: $\rho_{sc}(\omega)=\overline{\rho}_{sc}=$ const при $|\omega|>E_g/2$ и $\rho_{sc}(\omega)=0$ при $|\omega|< E_g/2$, где E_g — ширина запрещенной зоны. Считая полупроводник невырожденным, т.е. предполагая, что уровень Ферми $\varepsilon_{\rm F}$ лежит в области запрещенной зоны $(-E_g/2<\varepsilon_{\rm F}< E_g/2)$, получим для данной области энергий $\gamma_{\rm F}\equiv 0$ и

$$\lambda_{\rm F} = \overline{\rho}_{sc} V^2 \ln \left| \frac{\Omega_{\rm F} - E_g/2}{\Omega_{\rm F} + E_g/2} \right|. \tag{12}$$

Рассмотрим для определенности адсорбцию атомарного водорода, а в качестве металла подложки выберем вольфрам. Принимая работу выхода W(111) равной $\phi_m=4.47\,\mathrm{eV}$ [11], а работу выхода однослойного графена (single-layer graphene — SLG) равной $\phi_g=4.26\,\mathrm{eV}$, получим $\Omega_F=\varepsilon_F-\varepsilon_D=\phi_g-\phi_m=-0.21\,\mathrm{eV}$. Здесь и далее считаем, что положение уровня Ферми системы диктуется вольфрамом. Полагая для простоты $\xi\sim t$ и используя метод связывающих орбиталей (МСО) Харрисона [12,13], получим для ковалентного матричного элемента π -связи $|V_{pp\pi}|=t=0.63(\hbar^2/ma^2)$, где $a=1.42\,\mathrm{Å}$, m — масса свободного электрона, откуда получаем $\xi=2.38\,\mathrm{eV}$. Имеем, таким образом, ситуацию, когда $|\Omega_F|\ll \xi$. Упрощая выражения (3), получим из (2) следующее приближенное выражение:

$$\delta\sigma_{eg} \approx \Theta \frac{2e^2}{\hbar} V^2 \rho_a(\varepsilon_F, \Theta) \left[\Theta \pi V^2 \rho_a(\varepsilon_F, \Theta) I_1 + 2\Delta I_2 \right], \tag{13}$$

где

$$I_1 = \frac{\xi^2(\xi^4 + 3\Delta^4)}{3\Delta^2(\xi^2 + \Delta^2)^3}, \qquad I_2 = -\frac{\xi^2}{(\xi^2 + \Delta^2)^2}.$$
 (14)

Используя МСО, найдем матричный элемент взаимодействия водород-графен $V=V_{sp\sigma}=1.42(\hbar^2/md^2)=6.40~{\rm eV}~(d=r_a(C)+r_{\rm B},$ где атомный радиус углерода $r_a(C)=0.77~{\rm Å}~[11]$ и радиус Бора $r_{\rm B}=0.53~{\rm Å}).$ Так как $\Gamma_{\rm F}=\pi V^2 \rho_{eg}(\varepsilon_{\rm F})$ и $\rho_{eg}(\varepsilon_{\rm F})=\pi^{-1}\Delta/(\Omega_{\rm F}^2+\Delta^2),$ максимальное значение плотности состояний (ПС) ЭГ есть $(\pi\Delta)^{-1},$ откуда $\Gamma_{\rm F}/\Delta\sim V^2/\Delta^2.$

Для оценки $\Delta=\pi V_{gm}^2 \rho_m$, где ρ_m есть ПС металла, учтем, во-первых, что $V_{gm}=V_{pd\sigma}=2.95(\hbar^2 r_d^{3/2}/md'^{7/2})$, где r_d — радиус состояния $|d\rangle$ и $d'=r_a({\rm W})+r_a({\rm C})$. Принимая $r_a=1.41$ Å [11] и $r_d=1.27$ Å [12,13], получим $V_{gm}\approx 2.10\,{\rm eV}$. Полагая ПС вольфрама $\rho_m=10/W_b$ и ширину d-зоны $W_b\approx 10\,{\rm eV}$ [14], получаем $\rho_m\approx 1\,{\rm eV}^{-1}$ и $\Delta\approx 13.85\,{\rm eV}$. Таким образом, максимальная величина отношения $\Gamma_{\rm F}/\Delta\approx 0.21$, откуда $\Gamma_{\rm F}\approx 2.96\,{\rm eV}$ и $\rho_{eg}(\varepsilon_{\rm F})\approx 2.3\cdot 10^{-2}\,{\rm eV}^{-1}$. Так как $\xi^2/\Delta^2\approx 0.03$, мы можем упростить выражения для I_1 и I_2 , получив $I_1\approx -I_2\approx \approx \xi^2/\Delta^4$.

Перейдем теперь к конечным покрытиям и оценим значения $\varepsilon_a(\Theta)$ и $\rho_a(\varepsilon_{\rm F},\Theta)$. Было показано (см., например, [15]), что в присутствии диполь-дипольного отталкивания квазиуровень адатома ε_a смещается в положение $\varepsilon_a(\Theta)=\varepsilon_a-\xi\Theta^{3/2}Z_a(\Theta)$, где константа дипольного взаимодействия $\xi=2e^2l^2N_{ML}^{3/2}\overline{A}$ ($\overline{A}\sim 10$ — коэффициент, l — длина адсорбционной связи), $Z_a(\Theta)=1-n_a(\Theta)$ — заряд адатома водорода. Так как $Z_a>0$ для всех покрытий, увеличение Θ ведет к сдвигу $\varepsilon_a(\Theta)$ квазиуровня вниз по энергии. Оценим значение ε_a при нулевом покрытии. Для свободного атома положим $\varepsilon_a^0=-I$, где $I=13.6\,{\rm eV}$ есть энергия ионизации. Теперь примем во внимание кулоновский сдвиг $\Delta_{\rm C}=e^2/4r_{\rm B}=6.79\,{\rm eV}$, где мы положили $l=r_{\rm B}$ [16]. Тогда $\varepsilon_a=\Delta_{\rm C}-I=-6.81\,{\rm eV}$. Полагая $N_{ML}=S^{-1}$, где $S=3\sqrt{3}a^2/4$ есть площадь, приходящаяся на один атом углерода, получим $\xi\approx 18.55\,{\rm eV}$.

Далее, можно показать, что $\Lambda(\Omega)=V^2\Omega/(\Omega^2+\Delta^2)$. Так как $\Omega_{\rm F}=-0.21\,{\rm eV},$ получаем $\Lambda_{\rm F}\approx-0.04\,{\rm eV},$ $B_{\rm F}(0)=I-\Delta_{\rm C}-\phi-\Lambda_{\rm F}\approx$ $\approx 2.38\,{\rm eV}.$

Так как

$$n_{a}(\Theta) \approx \int_{-\infty}^{-\phi} \rho_{a}(\omega, \Theta) d\omega,$$

$$\rho_{a}(\omega, \Theta) = \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma(\omega)}{(\omega - \varepsilon_{a}(\Theta) - \Lambda(\omega))^{2} + \Gamma^{2}(\omega)}.$$
(15)

Упростим вычисления, заменив $\Gamma(\omega)$ и $\Lambda(\omega)$ их значениями на уровне Ферми. Тогда получим

$$n_a(\Theta) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan\left(\frac{B_F(\Theta)}{\Gamma_F}\right).$$
 (16)

Для $\Theta=0$ имеем $n_a(0)\approx 0.72$ и $Z_a(0)\approx 0.28$. Так как с ростом Θ заряд адатома убывает, положим для высоких покрытий $Z_a(\Theta)\ll 1$, что дает

$$Z_a(\Theta) \approx \frac{-B_F(0) + \sqrt{B_F^2(0) + 4\Theta^{3/2}\xi(\Gamma_F/\pi)}}{2\Theta^{3/2}\xi}.$$
 (17)

Для монослоя адатомов получаем $Z_a(1)\approx 0.17$. Так как $B_F(\Theta)=B_F(0)+\Theta^{3/2}\xi Z_a(\Theta)$, имеем $B_F(1)\approx 5.53$ eV. Таким образом, ПС на адатоме при нулевом и монослойном покрытиях есть $\rho_a(\varepsilon_F,0)\approx 6.53\cdot 10^{-2}\,\mathrm{eV}^{-1}$, $\rho_a(\varepsilon_F,1)\approx 2.39\cdot 10^{-2}\,\mathrm{eV}^{-1}$. Учитывая, что $\pi V^2\rho_a(\varepsilon_F,1)\approx 3.07\,\mathrm{eV}$ и $2\Delta\approx 27.70\,\mathrm{eV}$, можем упростить выражение (4):

$$\delta \sigma_{eg} \approx -\frac{2e^2}{\hbar} 2\Theta V^2 \rho_a(\varepsilon_{\rm F}, 1) \frac{\xi^2}{\Delta^3}.$$
 (18)

В работе [10] было получено значение $\sigma_{eg} \approx (2e^2/\hbar)(\xi/\Delta)^2$, откуда находим

$$\frac{\delta \sigma_{eg}}{\sigma_{eg}} \approx -\Theta \frac{2V^2 \rho_a(\varepsilon_{\rm F}, 1)}{\Delta}.$$
 (19)

Для монослоя адатомов водорода получаем $|\delta\sigma_{eg}/\sigma_{eg}|\approx 0.44$. Таким образом, оценки показывают, что изменение статической проводимости ЭГ $\delta\sigma_{eg}$ по порядку величины совпадает с самим значением σ_{eg} .

Работа поддержана грантом РФФИ (проект № 12-02-00165а) и программой финансовой поддержки ведущих университетов Российской Федерации (субсидия 074-U01).

С.Ю. Давыдов

Список литературы

- [1] Schedin F., Geim A.K., Morozov S.V., Hill E.H., Blake P., Katsnelson M.I., Novoselov K.S. // Nature Mater. 2007. V. 6. P. 652–655.
- [2] Basu S., Bhattacharya P. // Sensors and Actuators. B. 2013. V. 173. P. 1–21.
- [3] Llobet E. // Sensors and Actuators. B. 2013. V. 179. P. 32–45.
- [4] Давыдов С.Ю., Мошников В.А., Федотов А.А. // ЖТФ. 2006. Т. 51. В. 1. С.141–142.
- [5] Аньчков Д.Г., Давыдов С.Ю. // ФТТ. 2011. Т. 53. В. 4. С. 820–823.
- [6] Браун О.М., Медведев В.К. // УФН. 1989. Т. 32. В. 4. С. 631-666.
- [7] Давыдов С.Ю. // ФТП. 2013. Т. 47. В. 1. С. 97–106.
- [8] Давыдов С.Ю. // ФТТ. 2011. Т. 53. В. 12. С. 2414–2423.
- [9] Алисултанов З.З. // Письма в ЖТФ. 2013. Т. 39. В. 17. С. 8–15.
- [10] Давыдов С.Ю. // ФТТ. 2014. Т. 56. В. 4. С. 816-820.
- [11] Физические величины: Справочник / Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. М.: Энергоатомиздат, 1991. С. 568 и таблица на форзаце.
- [12] Харрисон У. Электронная структура и свойства твердых тел. М.: Мир, 1983, таблица на форзаце
- [13] Harrison W.A. // Phys. Rev. B. 1983. V. 27. N 6. P. 3592–3604.
- [14] Einstein T.L., Schrieffer J.R. // Phys. Rev. B. 1973. V. 7. N 6. P. 3592-3648.
- [15] Давыдов С.Ю., Трошин С.В. // ФТТ. 2007. Т. 49. В. 8. С. 1508–1513.
- [16] Gadzuk J.W. // Phys. Rev. B. 1970. V. 1. N 3. P. 2110-2129.