

01;04

## **Роль амбиполярного поля и неприменимость локального приближения при определении функции распределения электронов при высоких давлениях**

© К.Д. Капустин<sup>2</sup>, М.Б. Красильников<sup>1</sup>, А.А. Кудрявцев<sup>1</sup><sup>1</sup> Санкт-Петербургский государственный университет

E-mail: akud@ak2138.spb.edu

<sup>2</sup> Санкт-Петербургский университет информационных технологий,  
механики и оптики*Поступило в Редакцию 12 сентября 2014 г.*

Показано, что условием применимости локального приближения для решения кинетического уравнения для электронов являются не только малость длины энергетической релаксации электронов по сравнению с характерным размером плазменного объема, но и малость амбиполярного поля по сравнению с токовым (греющим) полем. Поэтому на периферии разряда, где амбиполярное поле превышает продольное, использовать локальное приближение для расчета функции распределения электронов неправомерно даже при высоких давлениях газа.

Для нахождения функции распределения электронов в плазме (ФРЭ) обычно используется локальное приближение, когда при решении кинетического уравнения в нем отбрасываются члены с пространственными переменными, а сама она факторизуется в виде произведения концентрации электронов, зависящей от пространственных координат и времени, и собственно ФРЭ, зависящей от кинетической энергии электрона

$$f(w, r, t) = n_e(r, t)f_0(w, E/p). \quad (1)$$

В таком приближении распределение электронов по кинетической энергии  $w$  в данной точке пространства  $r$  зависит от локальных значений приведенного поля  $E/p$  и других параметров (температуры газа, концентрации возбужденных частиц и т.п.). Привлекательность и

широкое распространение локального приближения во многом связаны со значительным упрощением вычислительной процедуры при решении кинетического уравнения Больцмана, которое в этом случае зависит только лишь от одной переменной — кинетической энергии  $w$ .

Критерии применимости локального приближения получают стандартным образом из условия малости членов с производными по координате по сравнению с членами с производными по энергии в кинетическом уравнении для электронов. Это дает оценку в виде условия

$$L \gg \lambda_\epsilon = \sqrt{2D_r \tau_\epsilon}, \quad (2)$$

т.е. чтобы характерная диффузионная длина плазменного объема  $L$  превышала длину релаксации электронов по энергии  $\lambda_\epsilon$  (см., например, [1,2]). В (2)  $D_r = V\lambda/3$  — коэффициент свободной диффузии электронов, а соответствующее время энергетической релаксации

$$\tau_\epsilon^{-1} = \delta\nu + \nu^* \quad (3)$$

определяется потерями энергии при упругих и неупругих столкновениях (соответствующие частоты  $\nu$  и  $\nu^*$ ).

Поскольку при упругом рассеянии релаксация по энергии происходит лишь за много столкновений (соответствующий фактор энергообмена  $\delta = \sqrt{2m/M} < 10^{-4}$ ), то в упругой области энергий  $\epsilon < \epsilon_1$  ( $\epsilon_1$  — первый порог неупругих процессов) длина

$$\lambda_\nu \cong \sqrt{D_r/(\delta\lambda)} \cong \lambda/\sqrt{\delta} > 100\lambda \quad (4)$$

значительна — более чем на два порядка превышает длину свободного пробега электрона. Для атомарных газов условия (2), (4) требуют сравнительно больших значений параметра  $pL > 5-10 \text{ cm} \cdot \text{Torr}$  ( $p$  — давление газа).

Следует отметить, что при использовании локального приближения неявно полагается, что условие  $L > \lambda_\epsilon$  также является и условием пренебрежения амбиполярного поля  $E_{amb}$  по сравнению с токовым полем  $E_{heat}$ , греющим электроны. Действительно, простые оценки

$$E_{heat} \cong T_e/\lambda_\epsilon, \quad E_{amb} = -T_e \nabla n_e/n_e \cong T_e/L \quad (5)$$

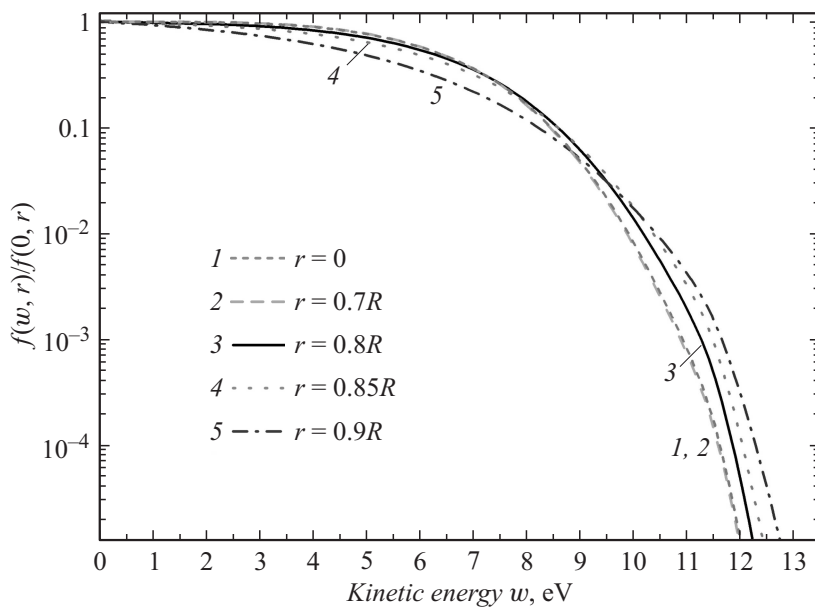
показывают, что из неравенства  $L \gg \lambda_\epsilon$  следует и условие  $E_{heat} \gg E_{amb}$ .

Как видно из (5), в реальной ситуации амбиполярное поле мало в центральных областях плазмы, где ее концентрация максимальна, и растет к периферии, где оно превышает продольное (греющее) поле. Поскольку электроны реагируют на суммарное электрическое поле, которое есть в данной точке пространства, то при  $E_{amb} > E_{heat}$  правомочность использования локального приближения для расчета ФРЭ вызывает сомнение.

В тех же случаях, когда в кинетическом уравнении нельзя пренебречь членами с пространственными градиентами, такую ФРЭ называют нелокальной, поскольку она уже не факторизуется в виде произведения типа (1). Использование результатов расчетов ФРЭ в локальном приближении здесь физически не обосновано и, как неоднократно продемонстрировано во многих исследованиях (см., например, [1,2]), может приводить к грубым ошибкам. Для нахождения нелокальной ФРЭ надо знать пространственный профиль потенциала  $\varphi(r)$  и решать кинетическое уравнение, зависящее уже не только от энергии, но и от пространственных переменных (подробнее см., например, в [1,2]). При этом важным является то обстоятельство, что для нелокальной ФРЭ использование наиболее широко применяемого на практике гидродинамического приближения (fluid model) [3,4] для определения параметров электронного газа, строго говоря, неправомерно [1,2].

В работе показано, что традиционное условие  $L \gg \lambda_e$  применимости локального приближения (2) для решения кинетического уравнения для электронов является недостаточным, поскольку должно также выполняться условие малости амбиполярного поля по сравнению с токовым (греющим) полем. Поэтому на периферии разряда, где амбиполярное поле превышает продольное, использовать локальное приближение для расчета ФРЭ неправомерно даже при высоких давлениях газа.

Симуляции параметров положительного столба тлеющего разряда проводились в среде Comsol Multiphysics software (version 4.4) по методикам, используемым ранее в [5], где описаны подробная формулировка модели плазмы разряда, и итерационная численная схема, и методы решения системы уравнений. Самосогласованное электрическое поле во всем объеме находилось из уравнения Пуассона. Описание тяжелых частиц проводилось в диффузионно-дрейфовом приближении в рамках гидродинамической модели (fluid model). Для нахождения нелокальной ФРЭ решалось кинетическое уравнение в однородном



**Рис. 1.** Сравнение энергетических зависимостей ФРЭ для различных радиусов при давлении 50 Торг.

продольном и неоднородном поперечном полях с учетом радиальной неоднородности.

На практике проверкой применимости локального приближения (1) является совпадение друг с другом нормированных зависимостей  $f_0(w, r)$  при различных радиусах  $r$  [1,2]. Для примера, на рис. 1 представлены ФРЭ в положительном столбе разряда в аргоне (давление 50 Торг, разрядный ток 3 мА), когда заведомо выполняется условие  $R \gg \lambda_e$ . Видно, что в центральных областях разряда  $r = (0.0-0.7R)$  ФРЭ  $f_0(w, r)$  для различных радиусов  $r$  действительно близки друг к другу, т.е. ФРЭ здесь можно считать локальной. В то же время при больших радиусах они различаются, т.е. на периферии плазмы ФРЭ является нелокальной.

Для объяснения полученных результатов рассмотрим кинетическое уравнение для изотропной ФРЭ, которое представляет собой уравнение

двумерной диффузии [1,2]

$$\frac{\partial}{\partial r} \Phi_r + \frac{\partial}{\partial w} \Gamma_w = \sum_k (v_k(w) \sqrt{w} f_0(w)). \quad (6)$$

Правая часть в (6) соответствует и источникам, и стокам за счет всевозможных неупругих процессов возбуждения различных состояний ( $v_k$  — частота возбуждения на уровень  $k$  с энергией  $\varepsilon_k$ ). Левая часть в (6) представляет собой дивергенцию дифференциальных потоков электронов соответственно по координате ( $\Phi_r$ ) и по энергии ( $\Gamma_\varepsilon$ )

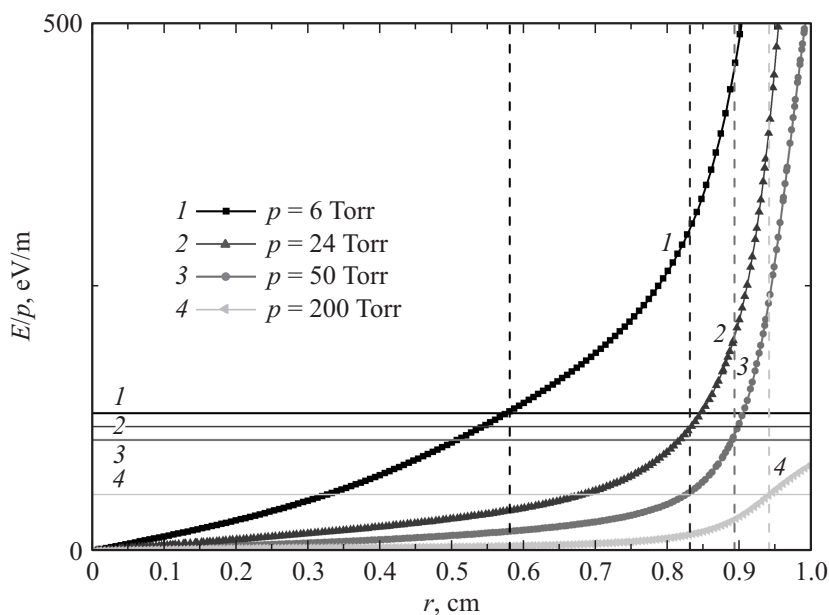
$$\Phi_r = -D_r \left( \frac{\partial f_0}{\partial r} - E_{amb} \frac{\partial f_0}{\partial w} \right), \quad \Gamma_w = -E_{amb} \Phi_r - D_E \frac{\partial f_0}{\partial w} + V_w f_0. \quad (7)$$

В (7)  $D_E = (eE_{heat})^2 D_r$  — коэффициент диффузии по энергии, а  $V_\varepsilon(w) = \delta v w$  — потери энергии при упругих столкновениях.

Так как для представленных на рис. 1 высоких давлений газа в балансе энергий электронов доминируют потери энергии при упругих столкновениях, то главными членами в кинетическом уравнении (6) являются диффузия по энергии в электрическом поле ( $D_E \partial f_0 / \partial w$ ) и потери энергии при упругих столкновениях ( $V_w f_0$ ). Приравнивание их друг другу дает хорошо известное распределение Дрювестейна–Давыдова (см., например, [3,4])

$$f(w, r) = C n_e(r) \exp \left( - \int_0^w (V_w(w') dw' / D_E(w')) \right). \quad (8)$$

Расчеты по (8) показывают их хорошее соответствие с результатами моделирования для  $r = (0.0-0.7R)$  и расхождения для больших значений радиуса (рис. 1). В свою очередь, представленные на рис. 2 радиальные зависимости аксиального  $E_{heat}$  и амбиполярного  $E_{amb}$  полей указывают, что на периферии разряда амбиполярное поле  $E_{amb}$  резко возрастает и при  $r > (0.6-0.95R)$  оно значительно превышает аксиальное поле  $E_{heat}$ . В такой ситуации соответствующими членами с амбиполярным полем в кинетическом уравнении (6), (7) уже пренебрегать нельзя. Локальное приближение для ФРЭ здесь становится неприменимым, что и показывают результаты моделирования и проведенного анализа.



**Рис. 2.** Радиальные зависимости амбиполярного поля  $E_{amb}$  при различных давлениях представлены кривыми (1–4), соответствующие значения греющего поля  $E_{heat}$  изображены горизонтальными линиями, вертикальные пунктирные линии соответствуют  $E_{heat} = E_{amb}$ .

Таким образом, результаты выполненных исследований показывают, что традиционное условие малости длины энергетической релаксации электронов по сравнению с характерным размером плазменного объема для применимости использования локального приближения при решении кинетического уравнения для электронов является недостаточным, поскольку должно также выполняться условие малости амбиполярного поля по сравнению с токовым (греющим) полем. Поэтому на периферии разряда, где амбиполярное поле превышает продольное, использовать локальное приближение для расчета ФРЭ неправомерно даже при высоких давлениях газа.

Работа поддержана СПбГУ (проект 11.38.658.2013) и РНФ (проект 14-19-00311).

## Список литературы

- [1] *Tsendin L.D.* // Plasma Source Sci.Technol. 1995. V. 4. P. 200–211.
- [2] *Кудрявцев А.А., Смирнов А.С., Цендин Л.Д.* Физика тлеющего разряда. СПб.: Изд-во Лань, 2010. 512 с.
- [3] *Райзер Ю.П.* // Физика газового разряда. М.: Интеллект, 2009. 736 с.
- [4] *Rozhansky V., Tsendin L.D.* // Transport phenomena in partially ionized plasma. London and New York: Taylor& Francis, 2001. 469 p.
- [5] *Chirtsov A., Kapustin K., Kudryavtsev A., Bogdanov E.* // IEEE Transactions on Plasma Science. 2011. V. 39. P. 2580.