

09,12

Фотогальванический эффект в квантовом кольце с присоединенными проводниками

© А.А. Григорькин¹, С.М. Дунаевский^{1,3}, М.А. Пятаев²

¹ Петербургский институт ядерной физики им. Б.П. Константинова, НИЦ „Курчатовский институт“, Гатчина, Россия

² Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарёва, Саранск, Россия

³ Национальный исследовательский университет СПбГПУ, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: smd2000@mail.ru

(Поступила в Редакцию 26 мая 2014 г.

В окончательной редакции 6 октября 2014 г.)

Исследован электрический ток, индуцированный циркулярно поляризованным излучением в квантовом кольце с двумя присоединенными произвольным образом одномерными проводниками. Контакты между кольцом и проводниками моделируются с помощью теории потенциалов нулевого радиуса. Получено выражение для коэффициента прохождения электронов с учетом неупругого взаимодействия с излучением. Показано, что в такой системе существуют два механизма генерации фототока. Первый обусловлен разницей в амплитудах потенциалов нулевого радиуса в точках контактов, а второй вызван асимметрией в расположении контактов на кольце. Изучена зависимость фототока от химического потенциала электронов, частоты излучения, положения контактов, амплитуд потенциалов нулевого радиуса и от магнитного потока через кольцо.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ (проект 2.2665.2014).

1. Введение

Научный интерес к исследованию электронного транспорта в кольцевых наноструктурах не ослабевает уже на протяжении нескольких десятков лет, что связано с возможностью наблюдения в таких структурах различных эффектов, связанных с квантовой интерференцией электронных волновых функций, например, таких как осцилляции Ааронова–Бома [1–7], незатухающий ток [8–10], резонансы Фано [11–19]. В последние годы возрос интерес к влиянию переменных электромагнитных полей на электронный транспорт в квантовых кольцах [20,21]. Отметим, в частности, осцилляции сопротивления в квантовом кольце, пронизываемом переменным магнитным потоком [22–24].

Как хорошо известно, необходимым условием возникновения постоянного тока под действием периодического внешнего воздействия является отсутствие центра инверсии у системы [25]. В отличие от объемных образцов, в наноструктурах нарушение пространственной симметрии может быть связано с геометрической формой самой структуры, а не с особенностями строения кристаллической решетки.

Среди подобных структур можно упомянуть искривленные одномерные проводники [26–28], квантовые каналы и проволоки с одиночным точечным рассеивающим центром [29–30], квантовые кольца, имеющие точечный контакт с одномерным проводником [23,31], нанотрубки со спиральной симметрией [32].

Следует отметить, что интерференция электронных волн в квантовом кольце может существенно усилить

отклик системы, что может быть использовано для создания чувствительного детектора излучения, работающего при сравнительно малых интенсивностях.

В настоящей работе исследован постоянный ток, возникающий в квантовом кольце с асимметрично присоединенными проводниками, при падении на него циркулярно поляризованного электромагнитного излучения. Кольцо и проводники считаются одномерными, а контакты моделируются с помощью потенциалов нулевого радиуса [18,19]. Система находится в постоянном магнитном поле, перпендикулярном плоскости кольца. Для нахождения тока используется обобщение формулы Ландауэра–Бюттикера, учитывающее взаимодействие электронов с излучением [28–30].

Для нахождения коэффициентов прохождения электрона применен метод, основанный на приближенном решении нестационарного уравнения Шредингера с помощью квазиэнергетических состояний [33].

2. Модель системы и гамильтониан

Рассматриваемая система представляет собой кольцо радиуса ρ , соединенное с электронными резервуарами двумя одномерными проводниками, присоединенными в точках с угловыми координатами φ_1 и φ_2 (рис. 1). Кольцо находится в постоянном магнитном поле B , направленном перпендикулярно к его плоскости, а также в переменном поле циркулярно поляризованной электромагнитной волны.

Для нахождения фототока в системе необходимо получить коэффициенты прохождения электрона через

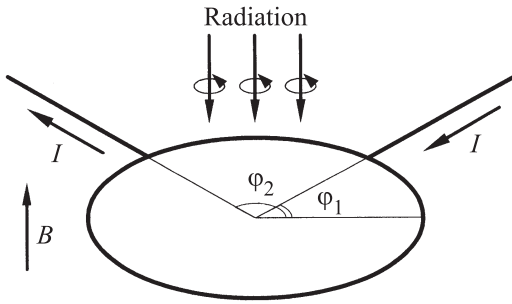


Рис. 1. Схематическое изображение изучаемой системы.

кольцо с учетом неупругого взаимодействия электронов с падающим излучением. Для нахождения этих коэффициентов требуется построить гамильтониан электрона в системе, а затем найти решение нестационарного уравнения Шредингера.

При отсутствии возмущений электронный гамильтониан H_0 на кольце может быть записан в виде:

$$H_0 = \frac{\hbar^2}{2m^*\rho^2} \left(\frac{\partial}{i\partial\varphi} + \frac{\Phi}{\Phi_0} \right)^2, \quad (1)$$

где m^* — эффективная масса электрона, $\Phi = \pi\rho^2B$ — магнитный поток, проходящий сквозь кольцо, $\Phi_0 = \pi\hbar c/e$ — квант магнитного потока. Спектр оператора H_0 хорошо известен:

$$\varepsilon_m = \varepsilon \left(m + \frac{\Phi}{\Phi_0} \right)^2, \quad (2)$$

где $\varepsilon = \frac{\hbar^2}{2m^*\rho^2}$ — характерная энергия системы, а $m = 0, \pm 1, \dots$. Отметим, что например, для кольца радиусом $\rho = 30$ нм, при эффективной массе электронов $m^* = 0.067m_e$ величина ε равна 0.63 meV.

Одноэлектронные гамильтонианы в каждом из проводников имеют вид:

$$H_W = \frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2}{\partial x^2}. \quad (3)$$

Оси координат в каждом из проводников будем считать направленными от кольца, точка контакта соответствует $x = 0$.

Присоединение проводников к кольцу будем описывать с помощью линейных граничных условий для волновых функций. В таком случае свойства контактов определяются параметрами α_1 и α_2 , имеющими размерность обратной длины и пропорциональными амплитуде соответствующего точечного потенциала. Условия сшивки волновых функций в a -м контакте ($a = 1, 2$) имеют вид:

$$\psi(\varphi_a) = g_a(0), \quad (4)$$

$$\rho^{-1} [\psi'(\varphi_a + 0) - \psi'(\varphi_a - 0)] + g'_a(0) = \alpha_a g_a(0), \quad (5)$$

где $\psi(\varphi)$ — волновая функция электрона на кольце, $\psi'(\varphi)$ — ее производная по φ , $g_a(x)$ — волновая

функция в a -м проводнике, а $g'_a(x)$ — ее производная по x .

Взаимодействие электронов с электромагнитной волной можно описать оператором возмущения следующего вида

$$V_\omega = V_\sigma^+ e^{-i\omega t} + V_\sigma^- e^{i\omega t}, \quad (6)$$

где ω — частота падающего излучения, $\sigma = \pm 1$ — определяет направление циркулярной поляризации, а операторы V_σ^\pm имеют вид

$$V_\sigma^\pm = \varepsilon \frac{eF_0\rho}{\hbar\omega} \sigma \left\{ \frac{\partial}{i\partial\varphi} + \frac{\Phi}{\Phi_0}, e^{\pm i\sigma\varphi} \right\}. \quad (7)$$

Здесь F_0 — амплитуда электрического поля в падающей волне, а $\{ \dots \}$ — антикоммутатор.

Так как возмущение является периодической функцией времени, то решение нестационарного уравнения Шредингера для гамильтониана

$$H_\omega = H_0 + V_\omega, \quad (8)$$

удовлетворяющее граничным условиям (4) и (5), может быть записано в виде суперпозиции квазиэнергетических состояний [33]

$$\psi(\varphi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \psi_n(\varphi) e^{-i(E+n\hbar\omega)t/\hbar}, \quad (9)$$

$$g_a(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_n^{(a)}(x) e^{-i(E+n\hbar\omega)t/\hbar}. \quad (10)$$

Для нахождения коэффициентов прохождения нам потребуются решения уравнения Шредингера, которые в проводниках представляют собой суперпозицию падающей волны единичной амплитуды с энергией E и рассеянных волн с энергиями $E_n = E + n\hbar\omega$. Обозначим $g_n^{(a,b)}(x)$ волновые функции в проводнике a , соответствующие случаю падения электрона из проводника b . Тогда для них можно записать следующие выражения:

$$g_n^{(a,b)}(x) = \begin{cases} e^{-ik_0x} \delta_{n,0} + r_n^{(a,a)} e^{ik_nx}, & b = a, \\ t_n^{(a,b)} e^{ik_nx}, & b \neq a, \end{cases} \quad (11)$$

где $k_n = \sqrt{2m^*E_n}/\hbar$, а $r_n^{(a,a)}$ и $t_n^{(a,b)}$ — амплитудные коэффициенты отражения и прохождения.

Заметим, что граничные условия (4) и (5) могут быть описаны с помощью сингулярных слагаемых в уравнении Шредингера для волновой функции на кольце. Подставив волновые функции (9) и (10) в нестационарное уравнение Шредингера для гамильтониана H и исключив при помощи (4) и (11) волновые функции проводников из сингулярных членов, получим бесконечную систему уравнений для $\psi_n(\varphi)$

$$(H_0 - E_n)\psi_n(\varphi) + \sum_{a=1}^2 (\tilde{\alpha}_{n,a}\psi_n(\varphi_a) + 2ik_0\rho\delta_{n,0}\delta_{a,b})\delta(\varphi - \varphi_a) + V_\sigma^+\psi_{n-1}(\varphi) + V_\sigma^-\psi_{n+1}(\varphi) = 0, \quad (12)$$

где $\delta_{i,j}$ — символ Кронекера, $b = 1$ соответствует паде-нию волны из левого проводника, а $b = 2$ — из правого. Безразмерные величины $\tilde{\alpha}_{n,a}$ имеют вид:

$$\tilde{\alpha}_{n,a} = \rho(\alpha_a - ik_n). \tag{13}$$

В данной работе мы ограничимся однофотонным при-ближением, что позволяет свести задачу к решению системы трех уравнений вида (12) при $n = 0, \pm 1$

$$\left\{ \begin{aligned} &(H_0 - E_{-1})\psi_{-1}(\varphi) + \sum_{a=1}^2 \tilde{\alpha}_{-1,a}\psi_{-1}(\varphi_a)\delta(\varphi - \varphi_a) \\ &\quad + V_{\sigma^-}\psi_0(\varphi) = 0 \\ &(H_0 - E_0)\psi_0(\varphi) + \sum_{a=1}^2 \tilde{\alpha}_{0,a}\psi_0(\varphi_a)\delta(\varphi - \varphi_a) \\ &\quad + V_{\sigma^+}\psi_{-1}(\varphi) + V_{\sigma^-}\psi_1(\varphi) = -2ik_0\rho\delta(\varphi - \varphi_b) \\ &(H_0 - E_1)\psi_1(\varphi) + \sum_{a=1}^2 \tilde{\alpha}_{1,a}\psi_1(\varphi_a)\delta(\varphi - \varphi_a) \\ &\quad + V_{\sigma^+}\psi_0(\varphi) = 0. \end{aligned} \right. \tag{14}$$

3. Волновые функции и коэффициенты прохождения

Разложим $\delta(\varphi - \varphi_a)$ в ряд по собственным функциям гамильтониана H_0

$$\delta(\varphi - \varphi_a) = \frac{1}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\varphi} e^{-im\varphi_a}. \tag{15}$$

В аналогичном виде будем искать решение системы (14)

$$\psi_n(\varphi) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_n^m e^{im\varphi}. \tag{16}$$

При подстановке рядов (15) и (16) в систему (14), полу-чаются уравнения, связывающие $c_{-1}^{m-\sigma}$, $c_1^{m+\sigma}$ с коэффи-циентом c_0^m , и позволяющие выразить коэффициенты c_n^m через значения функций $\psi_n(\varphi)$ в точках контактов φ_1 и φ_2 . Определив все c_n^m , мы можем представить $\psi_n(\varphi)$ в следующем виде:

$$\begin{aligned} \psi_n(\varphi) = &\sum_{a=1}^2 \sum_{n'=-1}^1 (\tilde{\alpha}_{n',a}\psi_{n'}(\varphi_a) \\ &+ 2ik_0\rho\delta_{n',0}\delta_{a,b})G_{n,n'}(\varphi, \varphi_a). \end{aligned} \tag{17}$$

Явный вид функций $G_{n,n'}(\varphi, \varphi_a)$ приведен в Прило-жении А. Подставив в каждую из трех функций (17) значения углов $\varphi = \varphi_1$ и $\varphi = \varphi_2$, получим систему из 6 линейных неоднородных уравнений относительно 6 неизвестных $\psi_n(\varphi_a)$ ($n = -1, 0, 1; a = 1, 2$).

$$\sum_{n'=-1}^1 \sum_{a=1}^2 M_{nn'}^{ab}\psi_{n'}(\varphi_a) = f_n^b, \tag{18}$$

где матрица $M_{nn'}^{ab}$ имеет вид

$$M_{nn'}^{ab} = \delta_{ab}\delta_{nn'} - \tilde{\alpha}_{nb}G_{nn'}(\varphi_a, \varphi_b), \tag{19}$$

а столбец свободных членов для случая электрона, пада-ющего на кольцо из проводника b , задается формулой

$$f_n^{a(b)} = -2ik_0\rho G_{n,0}(\varphi_a, \varphi_b). \tag{20}$$

Значения $\psi_n(\varphi_a)$ определяются как отношение детерми-нантов

$$\psi_n(\varphi_a) = \frac{\Delta_{(n,a)}}{\Delta_M}. \tag{21}$$

Здесь Δ_M — детерминант матрицы $M_{nn'}^{ab}$, а $\Delta_{(n,a)}$ — детерминант матрицы, получаемой подстановкой столб-ца свободных членов вместо соответствующего столб-ца матрицы $M_{nn'}^{ab}$. Используя формулы (4) и (11), по известным значениям $\psi_n(\varphi_a)$ определяем амплитудные коэффициенты прохождения $t_n^{(a,b)}$.

4. Обсуждение результатов

В случае отсутствия у системы центра инверсии ко-эффициенты прохождения электрона из „левого“ в „пра-вый“ проводник не равны коэффициентам прохождения из „правого“ в „левый“, что обеспечивает существование отличного от нуля тока. Нарушение центральной сим-метрии в рассматриваемой системе может быть обуслов-лено двумя факторами: различием амплитуд точечных потенциалов в контактах и несимметричным расположе-нием контактов на кольце. Соответственно, существуют два механизма возникновения фототока, которые можно охарактеризовать как линейный (ЛФГЭ) и циркуляр-ный (ЦФГЭ) фотогальванические эффекты [25]. ЛФГЭ обусловлен различием амплитуд δ -потенциалов в кон-тактах. При диаметрально противоположном положении контактов только этот механизм дает вклад в фототок. ЦФГЭ наблюдается при положении контактов, отличном от диаметрально противоположного. Если потенциалы в контактах имеют одинаковую величину, то фототок определяется только этим механизмом. В общем же случае вклад в фототок дают оба механизма. Отметим, что при нулевом (либо целом) магнитном потоке ЛФГЭ не зависит от направления циркулярной поляризации падающего излучения, в то время как ток, обуслов-ленный ЦФГЭ, меняет знак при смене направления поляризации.

Фотоиндуцированный ток будем искать по следующей формуле [28–30]:

$$I = \frac{e}{\pi\hbar} \int_0^{\infty} \sum_{n=-1}^1 \Delta T_n(E) f_{\mu}(E) dE, \tag{22}$$

где $f_{\mu}(E)$ — функция распределения Ферми, а $\Delta T_n(E)$ имеет вид

$$\Delta T_n(E) = \frac{k_n}{k_0} (|t_n^{(1,2)}|^2 - |t_n^{(2,1)}|^2). \tag{23}$$

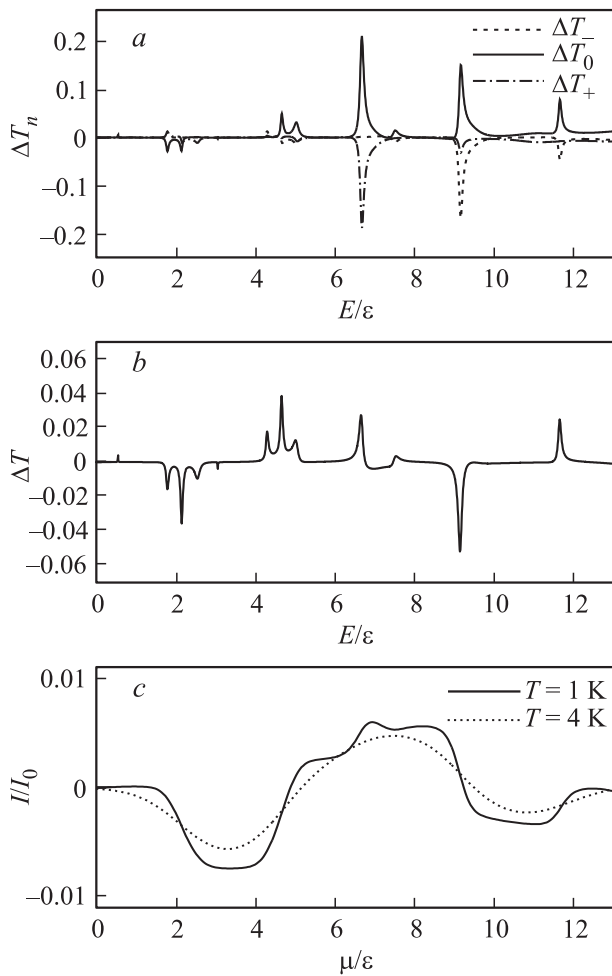


Рис. 2. Коэффициенты прохождения и фототок в случае несимметричного подключения контактов. Интенсивность падающего излучения $J = 5 \text{ W/cm}^2$, $\rho = 30 \text{ nm}$, чему соответствует $\varepsilon = 0.63 \text{ meV}$, $I_0 = 50 \text{ nA}$, $\Phi = 0$. *a* — Зависимость разностей коэффициентов прохождения ΔT_n , определяемых формулой (23), от энергии электрона при $\varphi_2 - \varphi_1 = 0.7\pi$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 10/\rho$, $\hbar\omega = 2.5\varepsilon$. *b* — Зависимость величины $\Delta T = \sum_n \Delta T_n$ от энергии электрона. *c* — Фототок как функция химического потенциала при различных температурах.

Заметим, что хотя формулы (21) и (23) позволяют находить величину $\Delta T = \sum_{n=-1}^1 \Delta T_n$ (а вместе с ней и фототок) при любых параметрах контактов и величине магнитного поля, зависимость $\Delta T(E)$ в общем случае трудно поддается анализу. Это связано с тем обстоятельством, что при произвольных параметрах системы зависимость невозмущенного коэффициента прохождения от энергии электрона имеет достаточно сложный вид [18].

При несимметричном положении контактов наиболее удобным для анализа является случай, когда, по крайней мере, в одном из контактов связь между кольцом и проводниками является слабой, что соответствует большой величине амплитуды δ - потенциала. При таких условиях

зависимость невозмущенного коэффициента прохождения электрона от энергии представляет собой серию узких резонансных дублетных пиков, расположенных в окрестности резонансных энергий ε_{mR} , которые близки к энергиям ε_m энергетических уровней изолированного квантового кольца [18]. Зависимость величины ΔT от энергии электрона для такого случая представлена на рис. 2, *b*. Как видно из рисунка, зависимость $\Delta T(E)$ состоит из узких пиков, которые могут быть ориентированы как в положительном, так и в отрицательном направлении, и расположены в окрестностях энергий E_{mn} , определяемых формулой

$$E_{mn} = \varepsilon_{mR} + n\hbar\omega, \quad (24)$$

где $n = -1, 0, 1$.

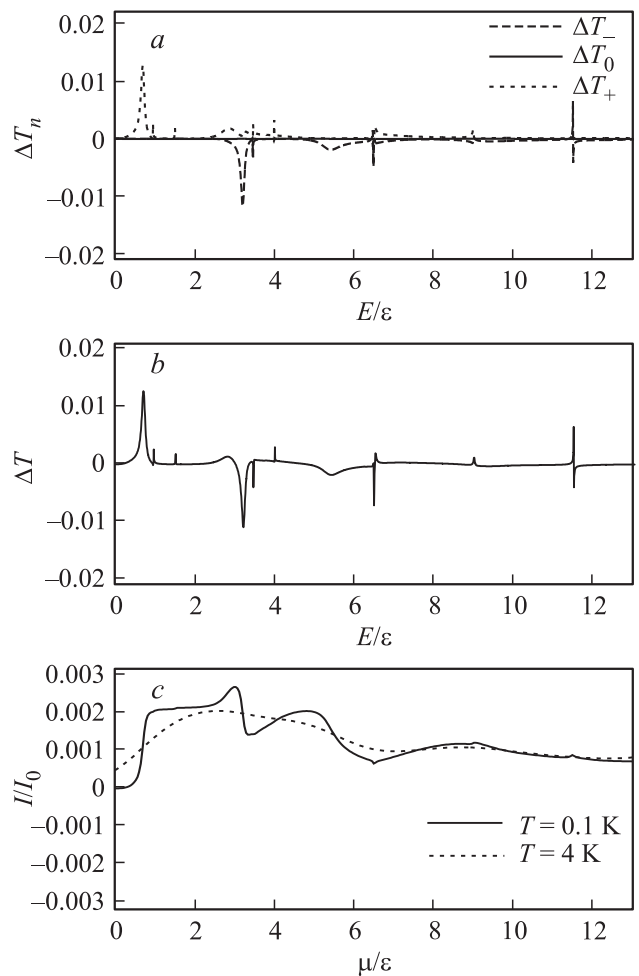


Рис. 3. Коэффициенты прохождения и фототок в случае симметричного подключения контактов. *a* — Зависимость разностей коэффициентов прохождения ΔT_n , определяемых формулой (23), от энергии электрона при $\varphi_2 - \varphi_1 = \pi$, $\alpha_1 = 5/\rho$, $\alpha_2 = 6/\rho$. Остальные параметры такие же, как на рис. 2. *b* — зависимость величины $\Delta T = \sum_n \Delta T_n$ от энергии электрона. *c* — фототок как функция химического потенциала при различных температурах.

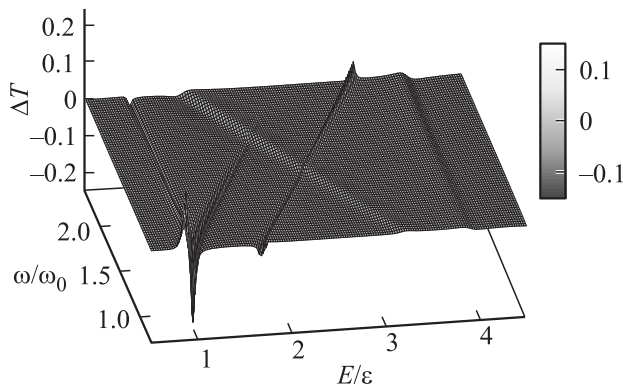


Рис. 4. Зависимость величины ΔT от энергии электрона и частоты падающего электромагнитного излучения при $\varphi_2 - \varphi_1 = 0.1\pi$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 1/\rho$. Здесь $\omega_0 = \varepsilon/\hbar$. Радиусу кольца $\rho = 30 \text{ nm}$ соответствует $\omega_0 = 9.6 \cdot 10^{11} \text{ s}^{-1}$. Здесь и далее интенсивность падающего излучения $J = 0.3 \text{ W/cm}^2$.

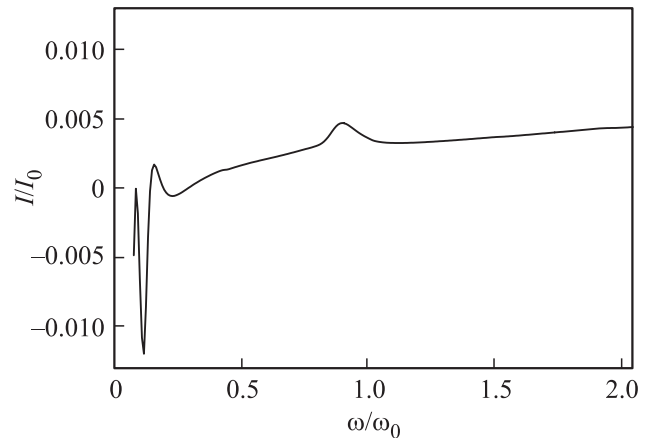


Рис. 5. Зависимость фототока от частоты падающего электромагнитного излучения при $\mu = 5.2\varepsilon$ и нулевой температуре. Остальные параметры такие же, как на рис. 4.

Зависимость фототока в системе от химического потенциала электронов показана на рис. 2, с. Как видно из рис. 2, b и 2, с, пики величины ΔT соответствуют резкому изменению фототока как функции химического потенциала, при этом положительные пики соответствуют возрастанию, а отрицательные убыванию.

При симметричном подключении пики $\Delta T_n(E)$ находятся вблизи E_{min} при любых значениях амплитуд δ -потенциалов. Отметим, что компонента $\Delta T_0(E)$ всегда равна нулю при симметричной геометрии подключения, когда $\varphi_2 - \varphi_1 = \pi$. При несимметричном подключении все $\Delta T_n(E)$ одного порядка (рис. 2, a, 3, a).

Зависимость величины ΔT от энергии электрона и частоты падающего электромагнитного излучения показана на рис. 4, где на плоскости (E, ω) видны пики и провалы около прямых, отвечающих формуле (24). Соответствующая зависимость фототока (22) от частоты излучения приведена на рис. 5.

Зависимость фототока от магнитного поля при различных значениях химического потенциала показана на рис. 6. Как видно из рисунка, фототок является периодической функцией магнитного потока. При этом в зависимости от значения μ фототок может, как убывать, так и возрастать с увеличением магнитного поля.

Зависимость фототока от углового расстояния между контактами при различных параметрах контактов показана на рис. 7. Как видно из рисунка при одинаковых потенциалах в контактах ($\alpha_1 = \alpha_2$) фототок антисимметричен относительно замены $\Delta\varphi$ на $2\pi - \Delta\varphi$, то есть $I(\Delta\varphi) = -I(2\pi - \Delta\varphi)$. Из графиков видно, что для каждого набора параметров системы существует $\Delta\varphi_{max}$, при котором амплитуда тока максимальна.

Как показывает численный анализ, при малых интенсивностях падающего излучения, для которых $eF_0\rho \ll \varepsilon$, при условии постоянного химического потенциала фототок линейно зависит от интенсивности. При этом

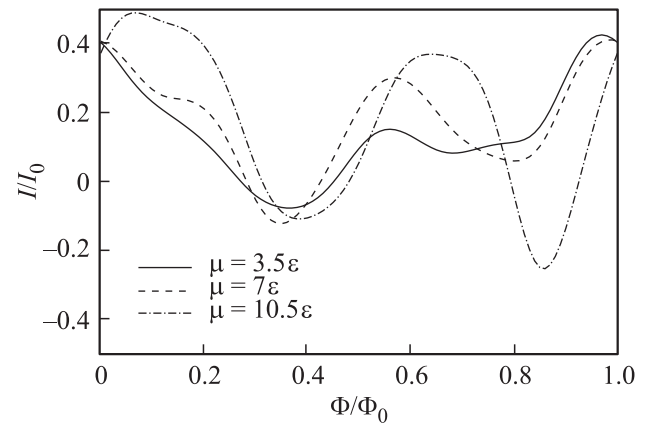


Рис. 6. Зависимость фототока от магнитного поля при $\hbar\omega = 5\varepsilon$ и различных значениях химического потенциала. Остальные параметры такие же, как на рис. 4.

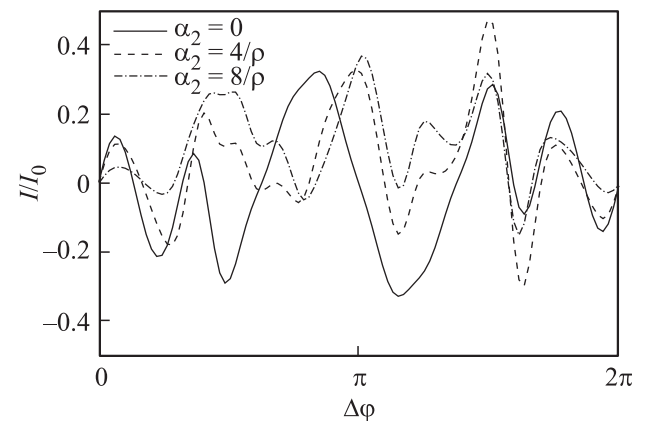


Рис. 7. Зависимость фототока от углового расстояния $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ между контактами при $\mu = 5\varepsilon$, $\hbar\omega = 2.5\varepsilon$, $\alpha_1 = 0$ и различных значениях параметра α_2 . Остальные параметры такие же, как на рис. 4.

отношение величины фототока к мощности, проходящей через площадь кольца, имеет порядок 10^2 А/Вт. Учитывая, что минимальное сопротивление одномерного проводника равно обратному кванту кондактанса $R_{\min} = \pi \hbar / e^2 = 12.9 \text{ k}\Omega$, получим, что чувствительность устройства в режиме генератора напряжения по порядку величины составляет не менее, чем 10^6 В/Вт.

5. Заключение

Проведено исследование фотогальванического эффекта в квантовом кольце с присоединенными проводниками, помещенном в магнитное поле при циркулярной поляризации падающего излучения. Получено выражение для коэффициентов прохождения электронов с учетом неупругого взаимодействия с электромагнитным излучением. Нарушение пространственной симметрии системы приводит к различию в коэффициентах прохождения для электронов, движущихся в противоположных направлениях, что в свою очередь является причиной возникновения фототока. Показано, что в рассматриваемой системе возможны два механизма возникновения фототока, один из которых связан с различием точечных потенциалов в контактах, а другой — с асимметричным расположением контактов на кольце. Найдено, что в случае слабой связи между проводниками и кольцом, когда проводимость системы носит резонансный характер, основной вклад в фототок вносят электроны, энергия которых близка к резонансной или отличается от нее на энергию фотона. Разность коэффициентов прохождения ΔT для электронов, движущихся в противоположных направлениях, в этом случае имеет вид пиков, которые могут быть ориентированы, как в положительном, так и в отрицательном направлении. Пикам величины ΔT соответствует резкое возрастание или убывание фототока. Найдено, что фототок периодически зависит от магнитного потока через кольцо.

Приложение А

Функции $G_{n,n'}(\varphi, \varphi_a)$ представляются следующими выражениями:

$$G_{0,0}(\varphi, \varphi_a) = - \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{e^{im(\varphi-\varphi_a)}}{\tilde{\varepsilon}_m^\sigma - E_0}, \quad (A1)$$

где

$$\tilde{\varepsilon}_m^\sigma = \varepsilon_m - \frac{v_{\sigma,-1}^m v_{\sigma,-1}^m}{\varepsilon_{m-\sigma} - E_{-1}} - \frac{v_{\sigma,+1}^m v_{\sigma,+1}^m}{\varepsilon_{m+\sigma} - E_{+1}}, \quad (A2)$$

$$v_{\sigma,\pm 1}^m = \varepsilon \frac{eE_0 \rho}{\hbar \omega} \sigma \left(2 \left(m + \frac{\Phi}{\Phi_0} \right) \pm \sigma \right). \quad (A3)$$

Для $n = \pm 1$:

$$G_{0,n}(\varphi, \varphi_a) = \frac{e^{-in\sigma\varphi_a}}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{v_{\sigma,n}^m e^{im(\varphi-\varphi_a)}}{(\tilde{\varepsilon}_m^\sigma - E_0)(\varepsilon_{m+n\sigma} - E_n)}, \quad (A4)$$

$$G_{n,0}(\varphi, \varphi_a) = \frac{e^{in\sigma\varphi_a}}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{v_{\sigma,-n}^m e^{im(\varphi-\varphi_a)}}{(\tilde{\varepsilon}_{m-n\sigma}^\sigma - E_0)(\varepsilon_m - E_n)}, \quad (A5)$$

$$G_{-n,n}(\varphi, \varphi_a) = - \frac{e^{2in\sigma\varphi_a}}{2\pi} \times \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{v_{\sigma,-n}^{m-n\sigma} v_{\sigma,n}^{m-n\sigma} e^{im(\varphi-\varphi_a)}}{(\tilde{\varepsilon}_{m-n\sigma}^\sigma - E_0)(\varepsilon_m - E_n)(\varepsilon_{m-2n\sigma} - E_{-n})}, \quad (A6)$$

$$G_{n,n}(\varphi, \varphi_a) = - \frac{1}{2\pi} \times \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left[1 + \frac{v_{\sigma,-n}^m v_{\sigma,-n}^m}{(\tilde{\varepsilon}_{m-n\sigma}^\sigma - E_0)(\varepsilon_m - E_n)} \right] \frac{e^{im(\varphi-\varphi_a)}}{\varepsilon_m - E_n}. \quad (A7)$$

Список литературы

- [1] Y. Gefen, Y. Imry, M. Ya. Azbel. Phys. Rev. Lett. **52**, 129 (1984).
- [2] M. Büttiker, Y. Imry, M. Ya. Azbel. Phys. Rev. A **30**, 1982 (1984).
- [3] J.-B. Xia. Phys. Rev. B **45**, 3593 (1992).
- [4] J. Liu, W.X. Gao, K. Ismail, K.Y. Lee, J.M. Hong, S. Washburn. Phys. Rev. B **48**, 15 148 (1993).
- [5] K.N. Pichugin, A.F. Sadreev. Phys. Rev. B **56**, 9662 (1997).
- [6] S. Pedersen, A.E. Hansen, A. Kristensen, C.B. Sorensen, P.E. Lindelof. Phys. Rev. B **61**, 5457 (2000).
- [7] P.M. Shmakov, A.P. Dmitriev, V.Yu. Kachorovskii. Phys. Rev. B **87**, 235 417 (2013).
- [8] D. Mailly, C. Chapelier, A. Benoit. Phys. Rev. Lett. **70**, 2020 (1993).
- [9] V. Chandrasekhar, R.A. Webb, M.J. Brady, M.B. Ketchen, W.J. Gallagher, A. Kleinsasser. Phys. Rev. Lett. **67**, 3578 (1991).
- [10] O.V. Kibis, O. Kyriienko, I.A. Shelykh. Phys. Rev. B **87**, 245 437 (2013).
- [11] C. Ryu, S.Y. Cho. Phys. Rev. B **58**, 3572 (1998).
- [12] K. Kobayashi, H. Aikawa, S. Katsumoto, Y. Iye. Phys. Rev. Lett. **88**, 256 806 (2002).
- [13] K. Kobayashi, H. Aikawa, A. Sano, S. Katsumoto, Y. Iye. Phys. Rev. B **70**, 035 319 (2004).
- [14] T. Nakanishi, K. Terakura, T. Ando. Phys. Rev. B **69**, 115 307 (2004).
- [15] Y.S. Joe, A.M. Satanin, G. Klimeck. Phys. Rev. B **72**, 115 310 (2005).
- [16] K.-K. Voo, C.S. Chu. Phys. Rev. B **72**, 165 307 (2005).
- [17] V. Vargiamidis, H.M. Polatoglou. Phys. Rev. B **74**, 235 323 (2006).
- [18] В.А. Гейлер, В.В. Демидов, В.А. Маргулис. ЖТФ **73**, 6, 1 (2003).
- [19] M.A. Kokoreva, V.A. Margulis, M.A. Pyataev. Physica E **43**, 1610 (2011).
- [20] F. Romeo, R. Citro, M. Marinaro. Phys. Rev. B **78**, 245 309 (2008).
- [21] T. Arnold, C.-S. Tang, A. Manolescu, V. Gudmundsson. Phys. Rev. B **87**, 035 314 (2013).

- [22] C.H. Yan, L.F. Wei. *Physica B* **405**, 5 (2010).
- [23] C.H. Yan, L.F. Wei. *Physica B* **407**, 4545 (2012).
- [24] M.F. Ludovico, L. Arrachea. *Physica B* **407**, 3256 (2012).
- [25] В.И. Белинчер, Б.И. Стурман. *УФН* **130**, 415 (1980).
- [26] M.V. Entin, L.I. Magarill. *Phys. Rev. B* **79**, 075 434 (2009).
- [27] Л.И. Магарилл, М.В. Энтин. *Письма в ЖЭТФ* **78**, 249 (2003)
- [28] Y.V. Pershin, C. Piermarocchi. *Phys. Rev. B* **72**, 195 340 (2005).
- [29] М.А. Руатаев, S.N. Ulyanov. *Phys. Rev. B* **79**, 235 428 (2009).
- [30] В.А. Маргулис, М.А. Пятаев, С.Н. Ульянов. *ФТП* **47**, 1221 (2013).
- [31] Y.V. Pershin, C. Piermarocchi. *Phys. Rev. B* **75**, 035 326 (2007).
- [32] А.А. Григорькин, С.М. Дунаевский. *ФТТ* **51**, 403 (2009).
- [33] Я.Б. Зельдович. *УФН* **110**, 139 (1973).