05,06

Инверсный мультимодовый магнитоэлектрический эффект в пьезомагнитострикционных кольцах

© Д.А. Филиппов[1], Г.С. Радченко[2,3], М.Г. Радченко[4], Т.А. Галкина[1]

[1] Новгородский государственный университет им. Ярослава Мудрого,
Великий Новгород, Россия
[2] Южный федеральный университет,
Ростов-на-Дону, Россия
[3] Научно-исследовательский институт физики Южного федерального университета,
Ростов-на-Дону, Россия
[4] Ростовский филиал Московского государственного технического университета гражданской авиации,
Ростов-на-Дону, Россия

E-mail: Dmitry.Filippov@novsu.ru

(Поступила в Редакцию 3 октября 2014 г.)

Представлено теоретическое исследование частотной зависимости инверсного магнитоэлектрического эффекта в пьезомагнитострикционных кольцах в области радиальных резонансов. Получено аналитическое выражение для коэффициента инверсного магнитоэлектрического преобразования для кольцеобразных образцов с аксиальной поляризацией. Показано, что в зависимости от геометрии структуры происходит перераспределение энергии между модами, в результате чего образуются области, где одни моды отсутствуют, а амплитуда других возрастает. Теоретически предсказано получение коэффициента передачи по напряжению, которое может значительно превышать данный параметр в образцах в форме сплошного диска.

Работа выполнена при частичной поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках государственного задания высшим учебным заведениям и гранта РФФИ № 14-42-06007.

1. Введение

Пьезомагнитострикционные структуры интересны тем, что в них возможны перекрестные эффекты, когда воздействие одной симметрии порождает отклик, относящийся к другой симметрии. К таким эффектам, в частности, относится магнитоэлектрический (МЭ) эффект, заключающийся в том, что в некоторых кристаллах приложение магнитного поля вызывает изменение поляризации (прямой МЭ-эффект) и, наоборот, приложение электрического поля вызывает изменение намагниченности. Впервые возможность существования таких эффектов предсказали Ландау и Лифшиц [1]. Дзялошинский [2] показал, что кристалл Cr_2O_3 обладает структурой, в которой этот эффект может наблюдаться, а Астров и Радо впервые обнаружили указанный эффект экспериментально [3,4]. В монокристаллах величина МЭ-эффекта незначительна, поэтому он не нашел широкого практического применения. В пьезомагнитострикционных композитах величина эффекта на несколько порядков больше, что открывает возможности создания на его основе датчиков магнитного поля, фазовращателей и других электронных устройств [5]. На основе инверсного МЭ-эффекта возможно создание трансформаторов, имеющих в отличие от классических всего одну обмотку [6,7]. Особенностью частотной зависимости МЭ-эффекта в пьезомагнитострикционных структурах является наличие электромеханического резонанса [8], при котором величина эффекта на порядки превосходит его значение в области, далекой от резонансной частоты. Условие резонанса определяется в первую очередь геометрическими размерами структуры и ее механическими свойствами.

Ранее в работах [9–12] исследовался инверсный МЭ-эффект в структурах типа пластинки и диска. В данной работе проведено исследование частотной зависимости инверсного МЭ-эффекта в кольцевых пьезомагнитострикционных структурах. Показано, что в зависимости от геометрических параметров колец происходит перераспределение энергии между модами. Это явление происходит за счет отбора энергии у мод более низкого порядка и запрещенных мод.

В работах [13,14] получены решения для тонкого пьезоэлектрического кольца на основе функций Бесселя и определены разрешенные и запрещенные моды при различных отношениях внешнего и внутреннего радиусов кольца. В этих работах рассмотрены чисто пьезоэлектрические колебания без учета влияния МЭ-эффекта. Между тем очевидно, что отклик при МЭ-эффекте вследствие наличия механической связи между магнитострикционной и пьезоэлектрической подсистемами будет иметь свои особенности. Как показано далее, перераспределение энергии между модами колебаний при МЭ-эффекте носит качественно иной характер, чем в чисто пьезоэлектрическом случае. В настоящей работе мы применим теорию для описания инверсного МЭ-эффекта в тонкой кольцевой МЭ-структуре, развитую ранее в [10]. В ее основе лежит совместное решение

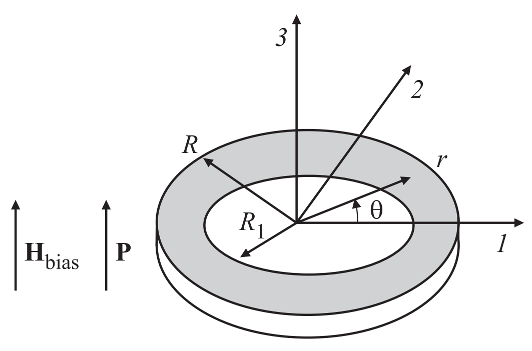

Рис. 1. Схема пьезомагнитострикционного кольца, поляризованного и намагниченного в продольном (аксиальном) направлении. $\mathbf{H}_{\text{bias}}$ — подмагничивающее поле, $\mathbf{P}$ — поляризация образца.

уравнения движения среды и уравнений эластодинамики и электростатики.

2. Теория инверсного эффекта в тонких МЭ-кольцах с аксиальной намагниченностью и поляризацией

Рассмотрим пьезоэлектрическое плоскопараллельное кольцо из объемного пьезомагнитострикционного композита толщиной d, внешним радиусом R и внутренним радиусом R_1 (рис. 1). На верхнюю и нижнюю поверхности кольца нанесены металлические контакты, толщину которых будем считать пренебрежимо малой. Кольцо предварительно поляризовано в направлении, перпендикулярном контактам (ось *3*). Будем считать кольцо тонким, т.е. $d \ll R, R_1$. Это значит, что механическими напряжениями в продольном направлении можно пренебречь. В случае объемного композита, когда размеры зерен много меньше длин распространяющихся в нем акустических волн, композиционный материал можно рассматривать как однородный и описывать объект так называемыми эффективными параметрами, методика определения которых представлена в работах [15,16]. Ограничимся рассмотрением продольного эффекта, когда направления переменного магнитного поля и поля подмагничивания совпадают с направлением поляризации. В этом случае уравнения для тензора деформаций и проекции вектора магнитной индукции имеют вид

$$S_1 = s_{11}T_1 + s_{12}T_2 + d_{31}E_3 + q_{31}H_3,$$
$$S_2 = s_{12}T_1 + s_{11}T_2 + d_{31}E_3 + q_{31}H_3,$$
$$B_3 = \mu_{33}H_3 + q_{31}(T_1 + T_2). \tag{1}$$

Здесь S, T — компоненты тензоров деформации и напряжений; $E_3 = E_m \exp(i\omega t)$ — приложенное переменное электрическое поле с частотой ω; s, d, q, μ — эффективные упругая податливость, пьезомодуль, пьезомагнитный коэффициент и магнитная проницаемость соответственно, H_3 — напряженность переменного магнитного поля. При экспериментальном исследовании инверсного МЭ-эффекта исследуемый образец помещают внутрь катушки, содержащей N витков. При продольной ориентации ось катушки параллельна направлению поляризации. Эту же катушку можно использовать и для создания поля подмагничивания, если в цепь включить конденсатор, позволяющий разделить постоянную (поле подмагничивания) и переменную (выходной сигнал) составляющие. При подаче на электроды переменного электрического поля в пьезоэлектрической фазе композита возникают механические напряжения. Далее они посредством механического взаимодействия передаются в магнитострикционную фазу. Это приводит к изменению намагниченности и, следовательно, к изменению магнитного потока, пронизывающего катушку. Вследствие явления электромагнитной индукции изменение магнитного потока приводит к возникновению ЭДС, которая и измеряется в условиях разомкнутой цепи.

Для упрощения вычислений перейдем к цилиндрической системе координат с помощью стандартных преобразований. Вследствие осевой симметрии задачи отличными от нуля компонентами тензора напряжений и деформаций будут $T_m, T_{\theta\theta}, S_m, S_{\theta\theta}$. Остальные компоненты тензоров напряжений и деформаций будут равными нулю. С учетом этого уравнения (1) примут следующий вид:

$$S_{rr} = s_{11}T_{rr} + s_{12}T_{\theta\theta} + d_{31}E_3 + q_{31}H_3,$$
$$S_{\theta\theta} = s_{12}T_{rr} + s_{11}T_{\theta\theta} + d_{31}E_3 + q_{31}H_3,$$
$$B_3 = \mu_{33}H_3 + q_{31}(T_{rr} + T_{\theta\theta}). \tag{2}$$

Компоненты тензора деформаций в цилиндрической системе координат, обладающей осевой симметрией, связаны с компонентами вектора смещений следующим образом:

$$S_{rr} = \frac{du_r}{dr}, \quad S_{\theta\theta} = \frac{u_r}{r}. \tag{3}$$

Здесь u_r — есть единственная отличная от нуля радиальная компонента вектора смещения среды.

Выражая компоненты тензора напряжений через компоненты тензора деформаций, получим для них выражения

$$T_{rr} = \frac{1}{s_{11}(1-\nu^2)}\Big(S_{rr} + \nu S_{\theta\theta} - (1+\nu)(d_{31}E_3 + q_{31}H_3)\Big),$$
$$T_{\theta\theta} = \frac{1}{s_{11}(1-\nu^2)}\Big(\nu S_{rr} + S_{\theta\theta} - (1+\nu)(d_{31}E_3 + q_{31}H_3)\Big), \tag{4}$$

где $\nu = -s_{12}/s_{11}$ — коэффициент Пуассона.

Для рассматриваемой задачи уравнение движения среды имеет вид

$$\rho\ddot{u}_r = \frac{\partial T_{rr}}{\partial r} + \frac{(T_{rr} - T_{\theta\theta})}{r}. \tag{5}$$

Подставляя в уравнение (5) выражения (3), (4) и учитывая гармонический характер колебаний, для уравнения движения после преобразований получим следующее выражение:

$$\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r^2} + k^2 u_r = 0, \tag{6}$$

где $k = \sqrt{\rho s_{11}(1-\nu^2)}\omega$ — волновое число, ρ — эффективная плотность композита. Уравнение (6) представляет собой уравнение Бесселя, общее решение которого записывается в виде линейной комбинации функций Бесселя первого и второго рода

$$u_r(r) = c_1 J_1(kr) + c_2 Y_1(kr), \tag{7}$$

где $J_1(kr)$, $Y_1(kr)$ — функции Бесселя первого и второго рода соответственно.

Отличительной особенностью данной задачи от задачи, рассмотренной в работе [10], являются граничные условия, с помощью которых определяются постоянные интегрирования c_1 и c_2. В случае диска граничные условия сводятся к равенству нулю радиальной компоненты механических напряжений T_{rr} на внешней поверхности и равенству нулю радиальной компоненты вектора смещений u_r в центре диска. Для кольца граничные условия выражаются в равенстве нулю радиальной компоненты механических напряжений T_{rr} на внутренней и внешней поверхности кольца. Это приводит к принципиальным отличиям в спектре колебаний. Используя данные граничные условия, для постоянных интегрирования c_1 и c_2 получаем следующие выражения:

$$c_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta_r}(1+\nu)(d_{31}E_3 + q_{31}H_3)R,$$

$$c_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta_r}(1+\nu)(d_{31}E_3 + q_{31}H_3)R, \tag{8}$$

где введены обозначения

$$\Delta_r = \left[\kappa Y_0(\kappa) - (1-\nu)Y_1(\kappa)\right]\left[\kappa_1 J_0(\kappa_1) - (1-\nu)J_1(\kappa_1)\right] - \left[\kappa_1 Y_0(\kappa_1) - (1-\nu)Y_1(\kappa_1)\right]\left[\kappa J_0(\kappa) - (1-\nu)J_1(\kappa)\right],$$

$$\Delta_1 = \left[\kappa_1 Y_0(\kappa) - \eta(1-\nu)Y_1(\kappa)\right] - \left[\kappa_1 J_0(\kappa_1) - (1-\nu)J_1(\kappa_1)\right],$$

$$\Delta_2 = \left[\kappa_1 Y_0(\kappa_1) - (1-\nu)J_1(\kappa_1)\right] - \left[\kappa_1 J_0(\kappa) - \eta(1-\nu)J_1(\kappa)\right]. \tag{9}$$

Здесь $\kappa = kR$, $\kappa_1 = kR_1$, $\eta = R_1/R$ — безразмерные параметры. Выражая компоненты тензора напряжений через радиальную деформацию по формулам (4) и учитывая третье соотношение в (2), для индукции магнитного поля в композите $B_3(r)$ получим выражение

$$B_3(r) = \mu_{33}H_3 + \frac{q_{3q}}{s_{11}(1-\nu)} \times \left(\frac{\kappa(1+\nu)}{\Delta_r}\big(\Delta_1 J_0(kr) + \Delta_2 Y_0(kr)\big) - 2\right)(d_{31}E_3 + q_{31}H_3). \tag{10}$$

Коэффициент инверсного МЭ-преобразования при продольном эффекте, характеризующий эффективность преобразования электрического поля в магнитное, определим как

$$\alpha_B = \langle B_3\rangle / \langle E_3\rangle, \tag{11}$$

где $\langle E_3\rangle = U_{\text{m}}/d$ — среднее значение напряженности электрического поля, U_{m} — приложенное переменное напряжение. Среднее значение индукции магнитного поля $\langle B_3\rangle$ определим следующим образом:

$$\langle B_3\rangle = \frac{1}{S_{\text{ring}}}\int_0^{2\pi} d\theta \int_{R_1}^{R} B_3(r)\,r\,dr, \tag{12}$$

где $S_{\text{ring}} = \pi(R^2 - R_1^2)$ — площадь кольца.

Подставляя выражение (10) в уравнение (12) и выполняя интегрирование, с учетом (11) для коэффициента инверсного МЭ-преобразования получим итоговое выражение в виде

$$\alpha_B = \frac{2d_{31}q_{31}}{s_{11}(1-\nu)}\left[\frac{(1+\nu)}{(1-\eta^2)}\frac{(\Delta_1\Delta_3 + \Delta_2\Delta_4)}{\Delta_r} - 1\right], \tag{13}$$

где $\Delta_3 = J_1(\kappa) - \eta J_1(\kappa_1)$, $\Delta_4 = Y_1(\kappa) - \eta Y_1(\kappa_1)$.

При выводе соотношения (13) был использован тот факт, что измерения проводятся при условии разомкнутой цепи, т. е. сила тока в катушке индуктивности $I = 0$. Тогда из теоремы о циркуляции напряженности магнитного поля следует, что и $H_3 = 0$.

Можно показать, что в предельном переходе при $R_1 \to 0$ выражение (13) совпадает с выражением для коэффициента инверсного МЭ-преобразования, полученным в работе [10] для диска.

Выражение для коэффициента трансформации напряжения $k = U_{\text{out}}/U_{\text{m}}$ (где $U_{\text{out}} = \left|-\frac{\partial\Phi}{\partial t}\right| = N|i\omega\langle B_3\rangle S_{\text{ring}}|$ — выходное напряжение, $U_{\text{m}} = E_3 d$ — входное напряжение) получим, используя (13), в следующей форме:

$$k = N\omega\frac{\pi(R^2 - R_1^2)}{d}\alpha_B. \tag{14}$$

Выражения (13) и (14) позволяют рассчитать частотные зависимости коэффициента инверсного МЭ-преобразования и коэффициента трансформации напряжения, используя геометрические размеры образца и физические параметры структуры. При распространении волн в таких структурах всегда присутствуют потери. Они определяют ширину резонансной линии и ограничивают пиковое значение магнитоэлектрического коэффициента. В настоящей работе, как и в [10], потери учитываются представлением круговой частоты ω в виде $\omega = \omega' + i\chi$, где χ — коэффициент затухания. При этом под величиной α_B мы будем подразумевать ее абсолютное значение.

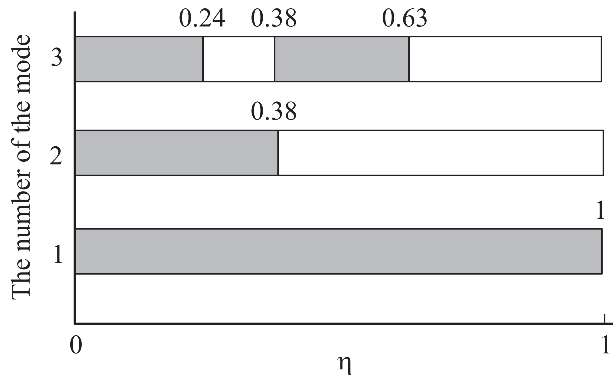

Рис. 2. Диаграммная зависимость областей существования первых трех мод колебаний кольцевой МЭ-структуры от отношения внутреннего радиуса кольца к внешнему. Белым цветом показаны области, где моды запрещены.

3. Результаты расчетов и их обсуждение

Как видно из (8), (10), (13), условием существования мод колебаний кольца при инверсном эффекте является наличие корней следующего уравнения $\Delta_r = 0$ или

$$\left[\kappa Y_0(\kappa) - (1-\nu)Y_1(\kappa)\right] / \left[\kappa J_0(\kappa) - (1-\nu)J_1(\kappa)\right]$$
$$= \left[\kappa_1 Y_0(\kappa_1) - (1-\nu)Y_1(\kappa_1)\right] / \left[\kappa_1 J_0(\kappa_1) - (1-\nu)J_1(\kappa_1)\right]. \quad (15)$$

Соотношение (15) выполняется при условии пересечения аргументов у функции

$$f(\kappa) = [\kappa Y_0(\kappa) - (1-\nu)Y_1(\kappa)]/[\kappa J_0(\kappa) - (1-\nu)J_1(\kappa)]$$

и функции

$$f(\kappa_1) = [\kappa_1 Y_0(\kappa_1) - (1-\nu)Y_1(\kappa_1)]/[\kappa_1 J_0(\kappa_1) - (1-\nu)J_1(\kappa_1)].$$

Учитывая соотношение между κ и κ_1, а также условия отсутствия наложения аргументов функции $f(\kappa)$ между дисковыми резонансами для разрешенных мод [14] получаем диаграмму, представленную на рис. 2. Она иллюстрирует существование первых трех мод в зависимости от параметра η, равного отношению внутреннего радиуса кольца к внешнему, т.е. $\eta = R_1/R$. Первая мода существует при всех значениях параметра, вторая мода имеет один запрещенный интервал, третья мода запрещена на двух интервалах изменения η и т.д.

На рис. 3 представлены результаты расчетов коэффициента инверсного МЭ-преобразования для диска (a) и для кольца (b) при значении параметра $\eta = 1/3$. При расчетах, представленных на рис. 3, использовались параметры $s_{11} = 10 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{m^2/N}$, $d_{31} = -1.75 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{pC/N}$, $q_{31} = 60 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{m/A}$, $\nu = 0.3$, $\rho = 6890\,\mathrm{kg/m^3}$, $R_1 = 1.5\,\mathrm{mm}$, $R = 4.5\,\mathrm{mm}$, $\omega = 2\pi f + i \cdot 15\,000\,\mathrm{rad/s}$.

Как видно из анализа диаграммы существования мод, представленной на рис. 2, третья мода для кольца при значении параметра $\eta = 1/3$ отсутствует.

Зависимость резонансной частоты от отношения радиусов η для первых трех мод иллюстрируется таблицей. Частота основной моды с ростом внутреннего диаметра кольца монотонно уменьшается. Частоты второй и третьей мод сначала уменьшаются, а затем увеличиваются, т.е., например, для второй моды при $0.05 < \eta < 0.38$, а для третьей при $0.05 < \eta < 0.65$ существует минимум. Расположение резонансных частот для мод более высокого порядка аналогично обоим рассмотренным обертонам.

Из рис. 3 видно, что происходит перераспределение энергии между модами. Это проявляется в выраженном отклике высших мод за счет некоторых низших и запрещенных. Перераспределение энергии колебаний происходит за счет ее перехода от первой и запрещенной третьей мод ко второй и пятой. Как следует из рис. 3, амплитуда пятой моды кольца в 5 раз больше, чем амплитуда аналогичной моды у диска.

Физическая причина перераспределения энергии между модами состоит в более выраженном росте амплитуды низкочастотной части радиальных смещений некоторых мод при $R_1 \to 0$ и их резком убывании при $R_1 \to R$. Поэтому при различных параметрах геометрии коль-

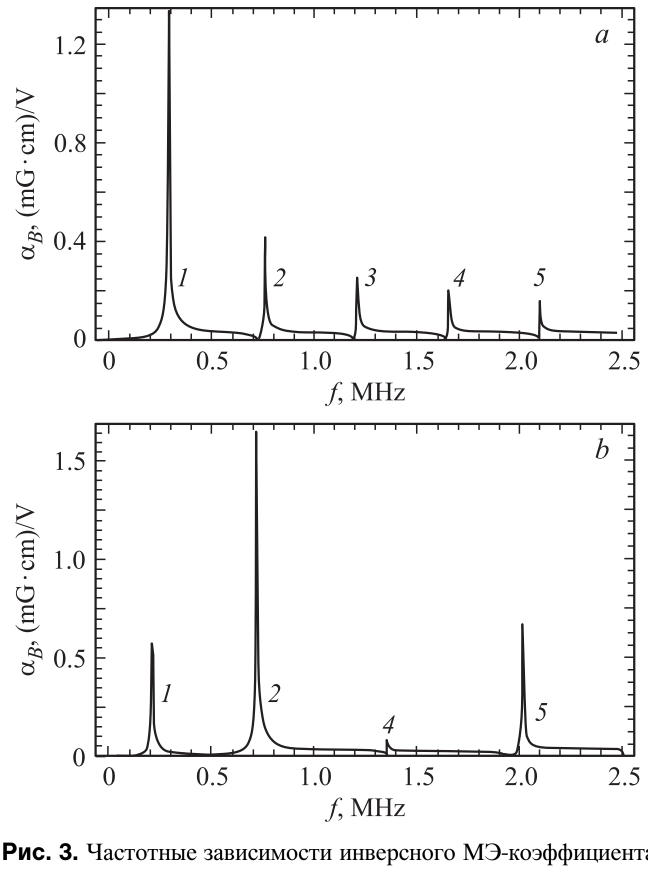

Рис. 3. Частотные зависимости инверсного МЭ-коэффициента для диска (a) и кольца (b). Цифрами обозначены соответствующие моды колебаний.

Зависимость резонансных частот от отношения внутреннего и внешнего радиусов η

η	Резонансная частота первой моды f^1_{res}, kHz	Резонансная частота второй моды f^2_{res}, kHz	Резонансная частота третьей моды f^3_{res}, kHz
0	290	760	1225
0.1	278	720	1150
0.15	265	680	1120
0.2	260	675	1190
0.25	240	670	–
0.3	230	700	–
0.35	220	740	–
0.4	205	–	780
0.45	190	–	845
0.5	180	–	920
0.55	175	–	1000
0.6	165	–	1125
0.65	160	–	–

ца колебания его разных участков перераспределяются между модами. Частотное расположение резонансов различных мод обусловлено тем, что расстояние между нулями радиальных смещений неодинаково.

Результаты расчета коэффициента усиления по напряжению представлены на рис. 4 для диска (a) и кольца (b). Он рассчитан при тех же значениях параметров.

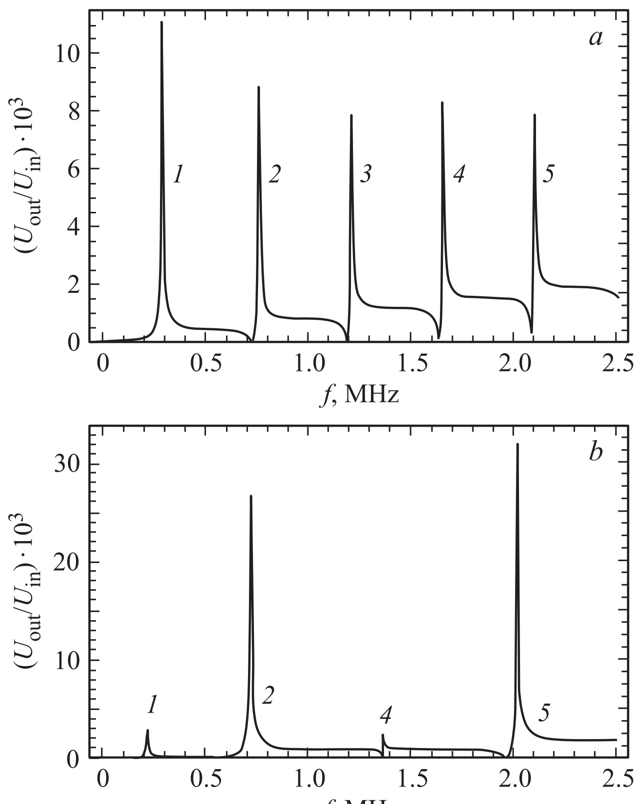

Рис. 4. Частотные зависимости коэффициента передачи напряжения для диска (a) и кольца (b). Цифрами обозначены соответствующие моды колебаний.

Число витков измерительной катушки N предполагалось равным 20, толщина кольца $d = 0.3$ mm. Как видно из рис. 4, коэффициент передачи напряжения у второй и пятой мод кольца значительно выше, чем у диска. Это объясняется тем, что коэффициент передачи пропорционален произведению частоты ω на коэффициент инверсного преобразования α_B. У диска с ростом моды коэффициент α_B убывает быстрее, чем возрастает частота моды, поэтому с ростом номера моды коэффициент передачи напряжения уменьшается. У кольца, наоборот, значение α_B для некоторых мод (в зависимости от параметра η) возрастает, в результате чего с ростом номера моды происходит увеличение значения коэффициента передачи напряжения. В данном случае при значении параметра $\eta = 1/3$ происходит увеличение α_B для второй и пятой мод (по сравнению с первой), в результате чего коэффициент передачи для пятой моды значительно больше, чем для диска.

4. Заключение

В работе рассмотрен инверсный МЭ-эффект в кольцевых структурах на частотах радиальных резонансов. Показано, что в зависимости от отношения внешнего и внутреннего радиусов кольца существуют области, при которых существование некоторых мод запрещено. Представлены области существования первых трех мод колебаний для кольца. Показано, что с ростом внутреннего радиуса кольца частоты высших мод сначала уменьшаются, а затем увеличиваются. Построена частотная зависимость коэффициента передачи по напряжению. Показано, что в зависимости от отношений внутреннего и внешнего радиусов кольца происходит увеличение (по сравнению со случаем диска) коэффициента передачи по напряжению на более высоких частотах, связанное с перераспределением энергии колебаний между модами.

Список литературы

[1] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред. ГИФМЛ, М. (1959). 532 с.
[2] И.Е. Дзялошинский. ЖЭТФ **37**, 881 (1959).
[3] Д.Н. Астров. ЖЭТФ **40**, 1035 (1961).
[4] V.J. Folen, G.T. Rado, E.M. Stalder. Phys. Rev. Lett. **6**, 607 (1961).
[5] А.П. Пятаков, А.К. Звездин. УФН **182**, 593 (2012).
[6] S. Dong, J-F. Li, D. Viehland. Appl. Phys. Lett. **85**, 2307 (2004).
[7] Д.А. Филиппов, Т.А. Галкина, В.М. Лалетин, G. Srinivasan. Письма в ЖТФ **38**, *2*, 82 (2012).
[8] M.I. Bichurin, D.A. Filippov, V.M. Petrov, V.M. Laletsin, N.M. Paddubnaya, G. Srinivasan. Phys. Rev. B **68**, 132 408 (2003).
[9] Д.А. Филиппов, Т.А. Галкина, G. Srinivasan. Письма в ЖТФ **36**, *21*, 23 (2010).
[10] Д.А. Филиппов, Т.А. Галкина, В.М. Лалетин, G. Srinivasan. ФТТ **53**, 1737 (2011).
[11] Г.С. Радченко. Письма в ЖТФ **34**, *22*, 14 (2008).
[12] G.S. Radchenko. Appl. Phys. A **109**, 449 (2012).
[13] C.V. Stephenson. J. Acoust. Soc. Am. **28**, 51 (1956).
[14] C.V. Stephenson. J. Acoust. Soc. Am. **28**, 928 (1956).
[15] G. Harshe, J.P. Dougherty, R.E. Newnham. Int. J. Appl. Electromagn. Mater. **4**, 161 (1993).
[16] M.I. Bichurin, V.M. Petrov, G. Srinivasan. Phys. Rev. B **68**, 054 402 (2003).