05

Возможное описание развития литосферной трещины

© В.К. Балханов, Ю.Б. Башкуев

Институт физического материаловедения СО РАН,
670047 Улан-Удэ, Россия
e-mail: ballar@yandex.ru

(Поступило в Редакцию 9 июля 2014 г.)

Предложено уравнение динамики роста трещинного канала, полученное в предположении медленности раскрытия трещины. Уравнение содержит всего один феноменологический параметр — время τ свободного течения расплава в трещинном канале, не испытывая гидродинамического сопротивления. Получена оценка $\tau \approx 10\,\mathrm{s}$. Решение предложенного уравнения проверено для Большого трещинного Толбачинского извержения 1975–1976 г. Получено удовлетворительное согласие вычисленных и наблюдаемых величин для скорости извержения магмы ($V = 0.15\,\mathrm{m/s}$) и времени ($T = 8.4\,\mathrm{day}$) раскрытия трещин.

Введение

Рассмотрим динамику развития трещинного канала, по которым, собственно, и доставляется магма к поверхности земли. Эта задача имеет давнюю историю [1–5], и в настоящее время нельзя сказать, что она имеет полное решение. Действительно, если ударить по стеклу, то оно практически мгновенно рассыплется. Однако если стекло одеть в резиновую рубашку, то оно не рассыплется, и можно предположить, что трескаться оно будет более медленно. Такая же ситуация имеет место и в литосфере. Здесь любая окрестность литосферного массива всегда окружена твердым скелетом — трансмагматическими породами при высоком давлении и высокой температуре. При таких условиях физические параметры горных пород, такие как упругие постоянные, теплопроводность и вязкость, будут иметь значения, существенно отличающиеся от условий на поверхности земли. Об этих параметрах известно только, что они имеют широкий интервал значений [6]. Если какая-либо порода находилась бы на поверхности земли, то при внешнем напряжении она практически мгновенно, как и стекло, рассыпалось бы. Однако, находясь на глубине в окружении других материалов, порода будет только медленно растрескиваться. А растрескивание, собственно, и приводит к тому, что в материале развивается или раскрывается система трещинных каналов.

Выбор модели

Предположим, что скорость раскрытия трещинного канала V достаточно мала (по сравнению со скоростью звука как в жидком расплаве, так и в твердом скелете), поэтому канал в каждый момент времени заполняется магматическим расплавом. Ввиду большой величины вязкости расплава ($\eta = 100\,\mathrm{Pa \cdot s}$ [7]) его скорость раскрытия представляет достаточно медленное событие. Поэтому испытываемое расплавом гидродинамическое сопротивление будет пропорционально скорости течения магмы и в силу вышесказанного пропорционально скорости раскрытия трещины, т. е. гидродинамическое сопротивление пропорционально $\sim V$. Кроме того, если на глубине плотности породы ρ и магмы ρ_M совпадают, то никакого раскрытия трещины не будет, поэтому гидродинамическое сопротивление пропорционально $\sim (\rho - \rho_M)$. Собирая все данные и вводя коэффициент пропорциональности, находим, что динамика роста трещинного канала будет описываться следующим уравнением:

$$\frac{\partial \Delta P}{\partial z} = -(\rho - \rho_M)\,\frac{V}{\tau}. \tag{1}$$

Из анализа размерности следует, что введенный параметр τ имеет размерность времени и простой физический смысл. Он показывает сколько времени расплав свободно течет в трещинном канале, не испытывая гидродинамического сопротивления. Здесь ΔP — избыточное давление. Такое гидродинамическое уравнение с сопротивлением, пропорциональным скорости, было введено Бринкманом [8]. Оно было применено для описания течения магмы в процессе Большого трещинного Толбачинского извержения 1975–1976 г. [9]. Здесь нами введен только множитель $(\rho - \rho_M)$. Численное значение параметра τ оценим следующим образом. Примем, что средний поперечный размер трещинного канала на большей его части есть $1.5\,\mathrm{m}$. Тогда проницаемость (способность горных пород пропускать магму) трещины k, согласно [10], будет $k = (2 \cdot 1.5)^2/12 = 0.75\,\mathrm{m}^2$. Приняв $\rho_M = 2300\,\mathrm{kg/m^3}$, из размерных соображений находим $\tau \approx k\rho_M/\eta \approx 10\,\mathrm{s}$.

Далее примем, что избыточное давление ΔP и плотность литосферы $\rho(z)$ линейно зависят от длины трещины z

$$\Delta P(z) = P_0\,\frac{H - z}{H}, \quad \rho(z) = \rho_H - kz, \tag{2}$$

где

$$k = \frac{\rho_H - \rho_0}{H}. \tag{3}$$

Здесь ρ_H — плотность литосферы на глубине H, ρ_0 — плотность литосферы на поверхности земли, P_0 —

давление на поверхности земли, т.е. 0.1 MPa. Полученная модель является достаточно приближенной к действительности, но качественно верно будет передавать основные черты рассматриваемого процесса. Она позволит получить аналитические выражения, которые, как покажем ниже, поддаются анализу.

Теоретический анализ

Подставляя (2) в (1), находим скорость раскрытия трещины

$$V = \frac{\tau P_0}{H} \frac{1}{\rho_H - \rho_M - kz}. \quad (4)$$

Отсюда при $z = H$ с учетом (3) находим скорость раскрытия трещины на поверхности

$$V = \frac{\tau P_0}{(\rho_0 - \rho_M)H}. \quad (5)$$

Согласно сделанному выше предположению, с такой же скоростью изливается и магма на поверхности земли.

Используя соотношение $V = \frac{dz}{dt}$, после элементарного интегрирования выражения (4) находим зависимость длины раскрытия трещины z от времени t этого процесса

$$\frac{\tau P_o}{H} t = (\rho_H - \rho_M) z - \frac{\rho_H - \rho_0}{2H} z^2. \quad (6)$$

Постоянная интегрирования выбиралась из условия, что в начальный момент $t = 0$ раскрытие трещины $z = 0$. Из (6) находим время T достижения трещинным каналом поверхности змели, т.е. когда при $t = T$ будет $z = H$

$$T = \frac{(\rho_H + \rho_0 - 2\rho_M)H^2}{2\tau P_0}. \quad (7)$$

Отметим, что формулу (7) можно переписать в следующем виде:

$$H = \sqrt{2DT}. \quad (8)$$

Оно означает, что раскрытие трещин происходит „диффузионным“ способом с коэффициентом диффузии

$$D = \frac{\tau P_0}{\rho_H + \rho_0 - 2\rho_M}. \quad (9)$$

Если использовать нижеприведенные численные значения величин, входящих в формулу (9), то можно найти $D = 270\,\text{m}^2/\text{s}$.

Сравнение с натуральным измерением

Проверим полученные формулы (5) и (7) для Большого трещинного Толбачинского извержения (1975–1976 г.). Для этого извержения известно, что с глубины очага $H = 20\,\text{km}$ магма достигла поверхности земли за 10 day [2,9]. Мы примем, что плотность пород на поверхности земли есть $\rho_0 = 2700\,\text{kg/m}^3$. Плотность пород ρ_H на глубине $H = 20\,\text{km}$ равна средней плотности Земли и равна $\rho_E = 5520\,\text{kg/m}^3$. Для плотности магмы примем значение $\rho_M = 2300\,\text{kg/m}^3$. Ранее мы приняли, что $\tau = 10\,\text{s}$ и $P_0 = 10^5\,\text{Pa}$.

Теперь по формуле (5) можно найти скорость раскрытия трещины на поверхности

$$V = \frac{10 \cdot 10^5}{(2700 - 2300) \cdot 20 \cdot 10^3} = 0.15\,\text{m/s}.$$

А по формуле (7) также время движения трещины от очага до поверхности

$$T = \frac{(5520 - 2700) \cdot \left(20 \cdot 10^3\right)^2}{2 \cdot 10 \cdot 10^5} = 8.4\,\text{day}.$$

Видим, что время 8.4 day удовлетворительно совпадает с наблюдаемыми 10 days. Однако скорость раскрытия трещины оказалась на порядок больше скорости подъема лавы. Последнее связано с тем, что наши расчеты являются оценочными, и расхождение на порядок не должно удивлять.

Величины V и T можно уточнить. Например, если взять $\rho_0 = 3400\,\text{kg/m}^3$, то получим $V = 0.045\,\text{m/s}$, $T = 10\,\text{day}$. Эти значения практически совпадают с результатами, приведенными в [2,9].

Полученные решения (5) и (7) фактически являются двумя уравнениями для трех величин: плотности породы на глубине ρ_H, плотности магмы ρ_M и параметра τ, выраженные через скорость извержения магмы на поверхность и времени подъема магмы до поверхности. Если две последние величины (скорость извержения магмы на поверхность и время подъема магмы до поверхности) можно определить из натурных измерений, то плотности ρ_H и ρ_M фактически определены недостаточно. В противном случае легко можно было бы найти параметр τ, а отсюда недалеко и до определения размера раскрытия трещины в литосфере.

Заключение

Предложена модель раскрытия трещинных каналов, основанная на предположении, что магматическая жидкость мгновенно заполняет раскрывающуюся трещину. Предложенная модель являетя приближенной. В ней не учтено множество факторов, но она позволяет оценивать порядок некоторых физических величин, важных для анализа развития трещинных каналов в твердом скелете Земли. Установлены соотношения, связывающие между собой скорость развития трещины, длину трещины и время достижения каналом поверхности Земли. Соотношения проверены для Большого Толбачинского трещинного изверeжения в 1975–1976 г.

Список литературы

[1] *Бьюи Х.Д.* Механика разрушения: обратные задачи и решения. М.: Физматлит, 2011. 412 с.

[2] *Федотов С.А.* Большое трещинное Толбачинское извержение. Камчатка 1975–1976. М.: Наука, 1984. 638 с.
[3] *Федотов С.А.* // Вулканология и сейсмология. 1993. № 3. С. 23–45.
[4] *Федоров С.А.* // Вулканология и сейсмология. 1979. № 1. С. 5–15.
[5] *Черепанов Г.П.* Механика разрушения. М.: Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2012. 872 с.
[6] *Бялко А.В.* // Природа. 1998. № 6. С. 23–26.
[7] *Персиков Э.С.* Вязкость магматических расплавов. М.: Наука, 1984. 160 с.
[8] *Шейдеггер А.Э.* Физика течения жидкостей через пористые среды. М.: Гостоптехиздат, 1960. 250 с.
[9] *Балханов В.К., Башкуев Ю.Б., Жатнуев Н.С.* // ЖТФ. 2011. Т. 81. Вып. 9. С. 147–149.
[10] *Артемьев Е.Л., Санчес К.* // Сб. трудов „Инженерно-физические условия гидрорзрыва горных пород“. Л. 1987. С. 12–22.