

10

## Скорости акустических волн в двумерных композитных структурах на основе акустооптических кристаллов

© П.В. Мальнева, А.С. Трушин

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова  
E-mail: malneva@physics.msu.ru

Поступило в Редакцию 4 декабря 2014 г.

Методом численного моделирования получены значения скоростей звука в двумерных акустических композитных структурах, состоящих из изотропных и анизотропных акустооптических материалов. Рассмотрены изотропные материалы плавный кварц ( $\text{SiO}_2$ ) и флинт, а также анизотропные тетрагональные кристаллы: парателлуриит ( $\text{TeO}_2$ ), рутил ( $\text{TiO}_2$ ) и тригональный кристалл теллура (Te). Показано, что акустическая анизотропия периодических структур сильно зависит не только от химического состава, но и от геометрических параметров, составляющих структуру материалов.

В последние годы особый интерес для исследований представляют искусственные структурированные среды, например, фотонные и фоннные кристаллы, композиты, метаматериалы и др., в которых не совпадают направления фазовой и групповой скорости плоских объемных электромагнитных и упругих волн. Эта особенность распространения волн в акустических и оптических средах в настоящее время активно изучается, в частности, с целью создания новых акустооптических и акустоэлектронных устройств управления оптическими сигналами и обработки информации. В работе [1] было высказано предположение, что в кристаллических, периодических и композитных структурах, а также метаматериалах углы между фазовой и групповой скоростью электромагнитной или акустической волны могут принимать практически любые значения. В связи с этим весьма интересными для изучения представляются композитные структуры, например, акустические композиты и метаматериалы, состоящие из периодически расположенных субволновых включений одного кристаллического материала в матрице из другого материала. Оказалось, что эффективными характеристиками

подобной среды можно управлять, изменяя ее геометрические параметры и химический состав. Это открывает новые возможности для соответствующих применений новых периодических структур, в том числе метаматериалов.

Известно, что значительная угловая зависимость акустических фазовых скоростей в кристаллах приводит к большим значениям углов акустического сноса, т.е. углов между волновым вектором и вектором Умова–Пойнтинга. Рекордное значение угла акустического сноса наблюдается в кристалле парателлуриата ( $\text{TeO}_2$ ), где он составляет  $\psi = 74^\circ$  [2,3]. Эта особенность кристалла используется в акустических приборах, например в перестраиваемых акустооптических фильтрах [4]. В связи с этим представляется актуальным исследование законов распространения упругих волн в периодических акустических средах и метаматериалах, например, таких, в состав которых входит двуокись теллура.

В представленной работе проведен численный расчет фазовых скоростей звука в двумерных акустических композитах, состоящих из изотропных стекол — плавленого кварца ( $\text{SiO}_2$ ) и флинта, а также широко использующихся в акустооптике анизотропных тетрагональных кристаллов парателлуриата ( $\text{TeO}_2$ ) и рутила ( $\text{TiO}_2$ ) и тригонального кристалла теллура ( $\text{Te}$ ).

При анализе использован метод расчета материальных параметров упругих волн, предложенный в работе [5]. Используя модель композита из указанной работы, в случае неоднородной анизотропной двумерной акустической среды уравнение движения для компонент вектора смещения  $\mathbf{U}$  может быть записано следующим образом [5]:

$$\rho(\mathbf{r})\ddot{U}_i(\mathbf{r}, t) = \partial_j [c_{ijkl}(\mathbf{r})\partial_k U_l(\mathbf{r}, t)], \quad (1)$$

где  $\mathbf{r} = (\mathbf{x}, y) = (x, y, z)$  — координаты данного вектора,  $\rho(\mathbf{r})$  и  $c_{ijkl}(\mathbf{r})$  — зависящие от координаты объемная плотность и компоненты тензора упругости соответственно,  $t$  — время. В данной работе рассматривается  $XOY$ -срез композита, состоящего из двумерного массива одного материала (бесконечные по оси  $Z$  цилиндры), включенного периодически в матрицу из другого материала. Материальные параметры  $\rho(\mathbf{x})$  и  $c_{ijkl}(\mathbf{x})$ , благодаря периодичности пространственной неоднородности, могут быть представлены в виде разложения в ряд Фурье по

отношению к двумерным векторам обратной решетки  $\mathbf{G} = (G_1, G_2)$ :

$$\rho(\mathbf{x}) = \sum_G \exp(i\mathbf{G}\mathbf{x})\rho_G, \quad c_{ijkl} = \sum_G \exp(i\mathbf{G}\mathbf{x})c_G^{ijkl}, \quad (2)$$

где  $\rho_G, c_G^{ijkl}$  — коэффициенты Фурье. Эти коэффициенты соответственно равны [5]:

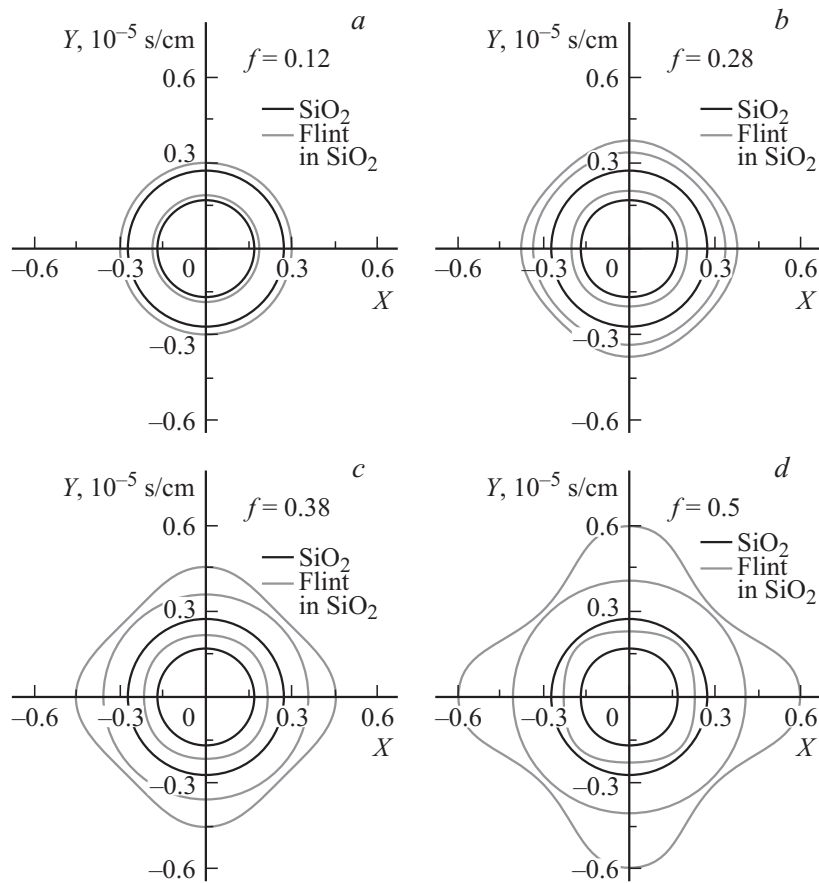
$$\rho_G = A_c^{-1} \int d^2x \rho(\mathbf{x}) \exp(-i\mathbf{G}\mathbf{x}), \quad c_G^{ijkl} = A_c^{-1} \int d^2x c_{ijkl}(\mathbf{x}) \exp(-i\mathbf{G}\mathbf{x}), \quad (3)$$

где  $A_c$  — площадь элементарной ячейки двумерной композитной структуры.

На основе значений материальных параметров тяжелого флинта, плавленого кварца ( $\text{SiO}_2$ ), парателлурифта ( $\text{TeO}_2$ ), рутила ( $\text{TiO}_2$ ) и теллура ( $\text{Te}$ ), приведенных в [3], были рассчитаны фазовые скорости для различных направлений распространения упругих волн в композите. На рис. 1 и 2 представлены кривые, иллюстрирующие зависимости обратных акустических скоростей ( $1/V$ ) от направления волнового вектора в композитных кристаллах в плоскости  $XOY$ . Анализ проведен для всех волн, распространяющихся в материале. В частности, в изотропном случае существуют две волны (быстрая продольная и медленная сдвиговая), а при наличии акустической анизотропии возникает и третья мода.

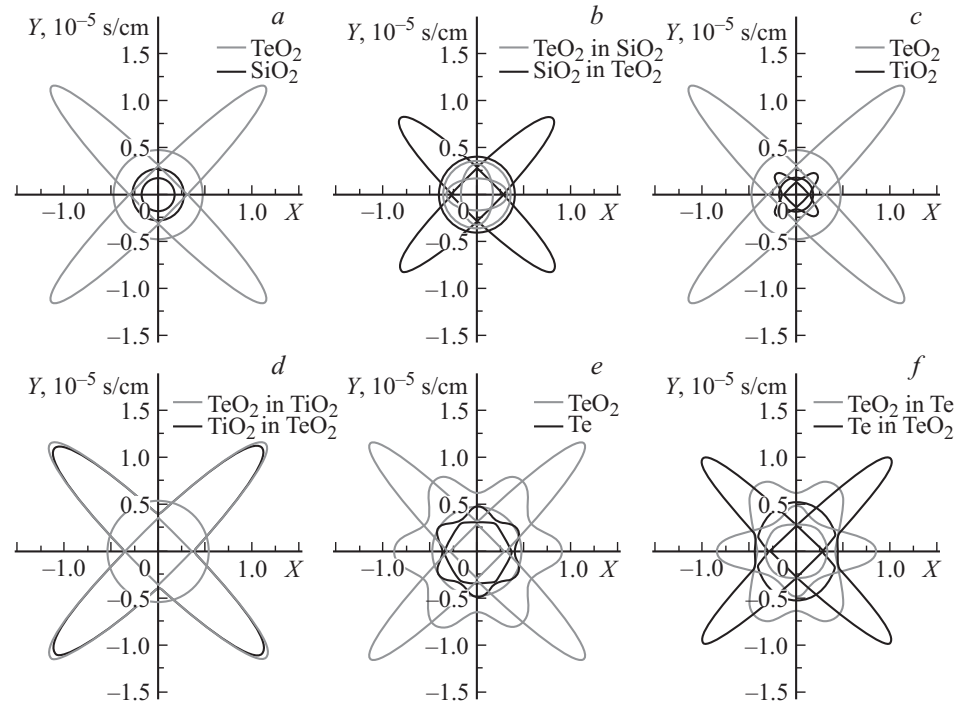
На рис. 1 представлен результат расчета, проведенного для композитных материалов, состоящих из матрицы  $\text{SiO}_2$ , в которую включены бесконечные по оси  $Z$  стержни из флинта — стекла с добавлением свинца. Расчет произведен для различных значений коэффициента заполнения элементарной ячейки композитного материала:  $f = \pi r^2/a^2$ , где  $a$  — период решетки, а  $r$  — радиус включенного цилиндра. На рис. 1 черным цветом обозначены две поверхности обратных акустических скоростей для изотропного плавленого кварца, а серым — медленности композитных структур.

Скорости звука в метаматериалах были рассчитаны для четырех значений радиуса флинтовых включений, однако расстояние между цилиндрами (период решетки композита) не изменялось. Таким образом, на фактор заполнения элементарной ячейки  $f$  влиял только параметр  $r$ , т.е. радиус цилиндра. На рис. 1, а серым цветом обозначены поверхности медленности композитного материала с неболь-



**Рис. 1.** Поверхности обратной акустической скорости для композитных материалов, состоящих из тяжелого флинта и плавяного кварца, при различных значениях коэффициента заполнения.

шим радиусом включений (соответствующим коэффициенту заполнения  $f = 0.12$ ), а на рис. 1, *b* радиус увеличивается ( $f = 0.28$ ), и анизотропия распространения звука становится более заметной. Это объясняет появление третьей моды и отличие от единицы отношения максимальной и минимальной скорости медленной волны, обладающей



**Рис. 2.** Поверхности обратной акустической скорости для: *a* — кристаллов парателлуриита и плавленого кварца; *b* — композитных материалов из парателлуриита и плавленого кварца; *c* — кристаллов парателлуриита и рутила; *d* — композитов из парателлуриита и рутила; *e* — кристаллов парателлуриита и теллура; *f* — композитов из парателлуриита и теллура.

наибольшей анизотропией:  $V_{\max}/V_{\min} = 1.1$ . Серые линии на рис. 1, *c* ( $f = 0.38$ ) показывают, что значения обратных скоростей определенных мод в различных направлениях распространения звука отличаются еще сильнее, а отношение максимальной и минимальной скорости медленной волны возросло до  $V_{\max}/V_{\min} = 1.2$ . Наконец, наибольшая анизотропия наблюдается для акустического материала на рис. 1, *d*, где фактор заполнения элементарной ячейки максимален ( $f = 0.5$ ), а диаметр флинтных включений приближается к периоду решетки. В последнем из рассмотренных случаев максимальная и минимальная скорости медленной волны различаются в 1.4 раза.

Таким образом, можно заключить, что увеличение радиуса цилиндров из флинта, включенных в матрицу из  $\text{SiO}_2$ , сильно влияет на скорость распространения звука в зависимости от направления в структуре. Другими словами, в композите, составленном из двух изотропных материалов, появляется заметная акустическая анизотропия, которой можно управлять, изменяя геометрические параметры структуры.

На рис. 2 представлены результаты моделирования акустических материалов, имеющих анизотропные составляющие. Графики иллюстрируют значения обратных скоростей для тетрагонального кристалла парателлурифта и изотропного кристалла плавленого кварца (рис. 2, *a*); а также акустических метаматериалов, состоящих из матрицы  $\text{TeO}_2$  с неоднородностями  $\text{SiO}_2$  и матрицы  $\text{SiO}_2$  с неоднородностями  $\text{TeO}_2$  (рис. 2, *b*). Рассмотрены тетрагональные кристаллы парателлурифта и рутила (рис. 2, *c*), а также композиты, составленные из матрицы  $\text{TeO}_2$  с неоднородностями  $\text{TiO}_2$  и матрицы  $\text{TiO}_2$  с неоднородностями  $\text{TeO}_2$  (рис. 2, *d*). Проанализированы тетрагональный кристалл парателлурифта и тригональный кристалл теллура (рис. 2, *e*), а также композиты, составленные из матрицы  $\text{TeO}_2$  с неоднородностями  $\text{Te}$  и, наоборот, матрицы  $\text{Te}$  с неоднородностями  $\text{TeO}_2$  (рис. 2, *f*). Зависимости акустических медленностей от направления распространения волны на рис. 2 *b*, *d* и *f* рассчитаны для композитных материалов с фактором заполнения элементарной ячейки  $f = 0.5$ . Анализ графиков на рис. 2, *b* показал, что акустические материалы, состоящие из анизотропного и изотропного включений, обладают заметной анизотропией. В этих материалах отношения максимальной скорости к минимальной для наиболее анизотропных мод композитов двух конфигураций равны  $V_{\max}/V_{\min} = 3.9$  (медленная волна, распространяющаяся в материале, состоящем из матрицы  $\text{SiO}_2$  с неоднородностями  $\text{TeO}_2$ ) и  $V_{\max}/V_{\min} = 1.2$  (мода,

обладающая средней скоростью, в матрице  $\text{TeO}_2$  с неоднородностями  $\text{SiO}_2$ ). Однако, значительно большее влияние на скорость звука и ее зависимость от направления распространения в материале оказывает материал включений (при различии плотности кристаллов в 3 раза).

Данные на рис. 2, *d* иллюстрируют случай акустических композитов, состоящих из анизотропных кристаллов одного класса симметрии — тетрагональных кристаллов парателлуриита и рутила. Видно, что поверхности обратных скоростей имеют несущественные отличия (не более 4% от значения скорости медленной волны) и близкие значения анизотропии:  $V_{\max}/V_{\min} = 3.1$  (матрица  $\text{TeO}_2$  с неоднородностями  $\text{TiO}_2$ ) и  $V_{\max}/V_{\min} = 2.9$  (матрица  $\text{TiO}_2$  с неоднородностями  $\text{TeO}_2$ ). Тем не менее можно заключить, что кристалл парателлуриита оказывает большее влияние на значение скорости звука в рассмотренных композитах: на всех графиках рис. 2, *d* значения медленностей близки к значениям в монокристаллическом парателлуриите, несмотря на то, что плотности составляющих композит кристаллов различаются в 1.5 раза.

На рис. 2, *f* представлены графики, иллюстрирующие поверхности обратных скоростей композитных материалов, состоящих из кристаллов двух разных классов симметрии — тетрагонального парателлуриита и тригонального теллура. Анализ зависимостей показал, что наибольшее влияние на скорость звука оказывает материал включений, так как вид сечений поверхностей медленности для композитов одинаков по форме и симметричности с поверхностями медленности кристалла, цилиндры которого включены в композит. Отношение максимальной и минимальной скоростей медленной волны в композитном материале, состоящем из матрицы  $\text{TeO}_2$  с неоднородностями  $\text{Te}$ , имеет значение  $V_{\max}/V_{\min} = 1.5$ , в то время как аналогичное отношение для теллура равно:  $V_{\max}/V_{\min} = 1.4$ . Для материала, представляющего собой матрицу  $\text{Te}$  с неоднородностями  $\text{TeO}_2$ , рассматриваемое соотношение принимает значение  $V_{\max}/V_{\min} = 3.2$ , а в кристалле парателлуриита максимальная скорость медленной волны превышает минимальную в 5 раз. Это означает, что в случаях, рассмотренных на рис. 2, *f*, наибольшей анизотропией обладает композит, составленный из теллура с включенными в него цилиндрами из парателлуриита.

В результате проведенного анализа можно сделать вывод о том, что распространение звука в структурированном материале существенно зависит от класса симметрии составляющих его кристаллов. Проведенное моделирование также показало, что на скорость распространения звука

в акустическом композите оказывает влияние отношение материальных параметров составляющих его кристаллов, таких как плотность и значение упругих коэффициентов. Оказалось, что наиболее анизотропными метаматериалами являются композиты, в состав которых входит кристалл парателлуриата ( $\text{TeO}_2$ ). Показано, что существенное влияние на угловую зависимость скорости звука оказывают геометрические параметры акустического материала, определяющиеся коэффициентом заполнения элементарной ячейки композита.

Данные исследования позволяют определить основные характеристики упругих волн в зависимости от состава и конфигурации акустического композитного материала. Можно ожидать, что обнаруженные закономерности будут использованы при разработке новых акустооптических модуляторов, дефлекторов и фильтров на основе периодических композитных структур.

Авторы выражают благодарность В.Б. Волошинову за интерес к работе и ценные комментарии.

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда 14-12-00380.

## Список литературы

- [1] Буров В.А., Волошинов В.Б., Дмитриев К.В., Поликарпов Н.В. // УФН. 2011. Т. 181. № 11. С. 1205–1211.
- [2] Дьелесан Э., Руайе Д. Упругие волны в твердых телах. Применение для обработки сигналов. М.: Наука, 1982. 424 с.
- [3] Auld B.A. Acoustic Fields and Waves in Solids. Vol. 1. Malabar, Florida: Robert E. Krieger Publ. Company, 1990. 423 p.
- [4] Молчанов В.Я., Волошинов В.Б., Макаров О.Ю. // Квантовая электроника. 2009. Т. 39. № 4. С. 353–360.
- [5] Wu T.-T., Huang Z.-G., Lin S. // Phys. Rev. B. 2004. V. 69. N 9. P. 094 301.