Физика твердого тела, 2015, том 57, вып. 6

12,03

Тонкая структура электрон-дырочных комплексов в тригональных квантовых точках

© М.В. Дурнев

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
Санкт-Петербург, Россия

E-mail: durnev@mail.ioffe.ru

(Поступила в Редакцию 24 декабря 2014 г.)

Представлена теория эффекта Зеемана и тонкой структуры энергетического спектра электрон-дырочных комплексов в высокосимметричных квантовых точках, выращенных вдоль направления [111] из материалов с решеткой цинковой обманки. В исследуемых квантовых точках, обладающих точечной симметрией C_{3v}, эффект Зеемана для тяжелой дырки в магнитном поле $\mathbf{B} \parallel [111]$ имеет необычный вид: помимо диагональной компоненты (g_{h1}), эффективный тензор g-факторов содержит и недиагональный элемент (g_{h2}). Наличие $g_{h2} \neq 0$ приводит к магнитоиндуцированному смешиванию состояний тяжелой дырки, которое позволяет объяснить две дополнительные линии, наблюдаемые в экспериментальных спектрах фотолюминесценции экситонов и трионов. Обсуждается микроскопическая теория эффективных g-факторов g_{h1} и g_{h2} в рамках гамильтониана Латтинжера в сферическом приближении, а также дополнительные вклады в g_{h2}, связанные с гофрировкой спектра дырок. Приводится сравнение результатов теоретических расчетов g_{h1} и g_{h2} для точек на основе GaAs с данными экспериментов.

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда 14-12-01067 и фонда „Династия“.

1. Введение

Полупроводниковые квантовые точки являются в последнее время объектом активных исследований в связи с их возможным использованием в приборах квантовой оптики и спинтроники [1,2]. В частности, одно из применений — это генерация поляризационно-запутанных пар фотонов, излучаемых в процессе рекомбинации биэкситонного каскада [3,4]. Большинство систем на основе самоорганизующихся квантовых точек выращиваются вдоль кристаллографического направления [001] и характеризуются эллиптической или прямоугольной формой основания точки. Такая асимметричная форма описывается точечной группой симметрии C_{2v} и приводит к анизотропному расщеплению радиационного дублета экситона (см., например, [5,6]), разрушающему квантовомеханическую запутанность пар фотонов, генерируемых в процессе релаксации каскада.

Альтернативным экспериментальным подходом к генерации поляризационно-запутанных пар фотонов является использование образцов с квантовыми точками на основе арсенидов третьей группы, выращенных вдоль оси [111] (так называемые тригональные точки). Преимуществом структур, выращенных вдоль этой оси, является реализация микроскопически идентичных интерфейсов, что приводит к формированию системы, характеризуемой точечной группой симметрии C_{3v}. В отличие от структур с симметрией C_{2v} в таких квантовых точках расщепление анизотропного дублета запрещено [7,8]. В ряде работ наблюдалось очень малое ($\lesssim 10\,\mu$eV) анизотропное расщепление в квантовых точках [111] непосредственно после роста (без дополнительной обработки) [9–12], а также генерация пар запутанных фотонов [13,14].

В последнее время в корреляционных измерениях одиночных фотонов стали использоваться каскады, в исходном состоянии которых находится заряженный или возбужденный биэкситон [15–17]. Промежуточные электрон-дырочные комплексы, которые возникают в процессе релаксации такого каскада — так называемые „горячие“ (или возбужденные) экситоны и трионы — интересны тем, что носители заряда (электрон или дырка) занимают в них возбужденные состояния P-симметрии. „Горячие“ экситоны и трионы, а также электрон-дырочные комплексы с высоким суммарным зарядом активно исследуются в последние годы в квантовых точках на основе InAs и GaAs, выращенных вдоль направления [001] [18–21]. Многократно заряженные электрон-дырочные комплексы, а также возбужденные состояния отрицательно заряженных трионов экспериментально наблюдались в тригональных квантовых точках GaAs/AlGaAs, выращенных вдоль оси [111], в работе [22].

Основная сложность, возникающая при анализе спектров фотолюминесценции (ФЛ) одиночной квантовой точки, заключается в идентификации наблюдаемых в эксперименте линий. В связи с этим эффективным методом, позволяющим детально исследовать тонкую структуру электрон-дырочных комплексов, является анализ зеемановского расщепления спектральных линий ФЛ во внешнем магнитном поле. Влияние магнитного поля на спектры излучения электрон-дырочных комплексов в высокосимметричных точках, выращенных вдоль направления [111], оказывается существенно иным в сравнении с точками [001], обладающими более низкой симметрией.

В частности, направленное вдоль оси роста магнитное поле приводит к смешиванию состояний тяжелой дырки с противоположными проекциями углового момента на эту ось, что позволяет наблюдать дополнительные линии в спектрах ФЛ экситонов и трионов [10,23].

В настоящей работе представлена теория эффекта Зеемана и тонкой структуры энергетического спектра электрон-дырочных комплексов в тригональных квантовых точках. В разделе 2 приводится краткое описание параметров тригональных квантовых точек, исследуемых в эксперименте, а также особенностей спектров ФЛ одиночной точки в магнитном поле. Раздел 3 посвящен симметрийному анализу дырочного эффекта Зеемана в квантовых точках, обладающих точечной симметрией C_{3v}, а также описанию особенностей тонкой структуры энергетического спектра экситонов и трионов. В частности, высокая симметрия точечной группы C_{3v} приводит к тому, что эффект Зеемана для тяжелой дырки в магнитном поле $\mathbf{B} \parallel [111]$ описывается тензором эффективных g-факторов, содержащим как диагональную, так и недиагональную компоненты. В разделе 4 представлена микроскопическая теория тензора g-факторов тяжелой дырки, основанная на сферическом приближении гамильтониана Латтинжера; в разделе 5 обсуждаются вклады в константу смешивания тяжелых дырок, связанные с гофрировкой валентной зоны. В разделе 6 приводится сравнение результатов теоретических расчетов эффективных g-факторов тяжелой дырки с экспериментальными данными. Основные результаты теоретических исследований тонкой структуры электрон-дырочных комплексов в тригональных квантовых точках, а также дальнейшие направления развития этой области обсуждаются в разделе 7.

2. Квантовые точки, выращенные вдоль направления [111]

Представленная в статье теория мотивирована необычными экспериментальными данными по магнитофотолюминесценции квантовых точек, выращенных вдоль направления [111]. Ниже дано краткое описание исследуемых в эксперименте образцов и полученных спектров ФЛ одиночных точек в магнитном поле.

Экспериментально исследуемые образцы выращены методом капельной эпитаксии с использованием стандартной молекулярно-пучковой установки [9,24,25] на подложке GaAs(111)A с преобладанием атомов Ga на поверхности. Точки из GaAs помещены между двумя барьерными слоями из $Al_{0.3}Ga_{0.7}As$ толщиной 100 и 50 nm соответственно, — такой выбор материалов позволяет избежать в этой структуре упругих напряжений [26]. Отметим также, что исследуемые точки высотой $\simeq 3$ nm и линейным размером в плоскости $\simeq 15$ nm выращены без смачивающего слоя (см. [9]). Изображения точек, полученные методами атомно-силовой микроскопии (рис. 1), свидетельствуют о тригональной симметрии C_{3v} основания квантовой точки.

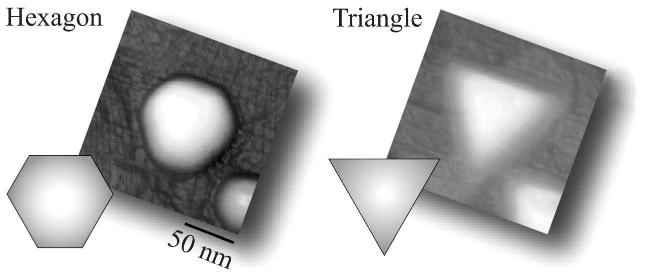

Рис. 1. Изображения квантовых точек GaAs, выращенных на подложке (111)A, полученные методом атомной силовой микроскопии, демонстрируют тригональную симметрию точек (C_{3v}). В зависимости от температуры роста форма основания точек варьируется от неправильного шестиугольника до правильного треугольника. Данные работы [9].

На рис. 2 представлены спектры фотолюминесценции (ФЛ) одиночной квантовой точки QD1 (здесь и далее используется нумерация точек из работ [10,23]). Основные линии в излучении в нулевом магнитном поле связаны с тремя экситонными комплексами: нейтральным экситоном X^0, отрицательно заряженным трионом X^-, состоящим из двух электронов в синглетном состоянии и одной дырки, и положительно заряженным трионом X^+ (один электрон и две дырки в синглете). Высокая симметрия точек [111] подтверждается малыми значениями расщепления линии X^0 в двух линейных поляризациях (δ_1 порядка нескольких μeV [9]). Тригональная симметрия точек приводит к необычным эффектам, проявляющимся в спектрах ФЛ в продольном магнитном поле $\mathbf{B} \parallel [111]$. При приложении магнитного поля вдоль оси роста [111] (геометрия Фарадея) в излучении всех трех экситонных комплексов наблюдается четыре линии: две из них активны в σ^+ поляризации, а две другие — в σ^- поляризации. Этот результат контрастирует с экспериментальными данными по ФЛ в квантовых точках [001], которые в геометрии Фарадея демонстрируют только два оптически активных перехода в противоположных циркулярных поляризациях [27,28]. На рис. 2, b (правая панель) представлены положения линий в спектрах точки QD1 в поперечном магнитном поле ($\mathbf{B} \parallel x \parallel [11\bar{2}]$): видно, что в спектрах X^+ и X^- наблюдаются две линии, а не четыре, как это имеет место в точках с ориентацией [001] [27,28].

В следующем разделе будет показано, что описанное выше необычное поведение спектров магнитолюминесценции обусловлено тригональной симметрией точек, характеризуемой точечной группой C_{3v}. В группе C_{3v} состояния тяжелой дырки смешиваются продольным магнитным полем ($\mathbf{B} \parallel [111]$), в то время как поперечный эффект Зеемана ($\mathbf{B} \perp [111]$) для этих состояний отсутствует.

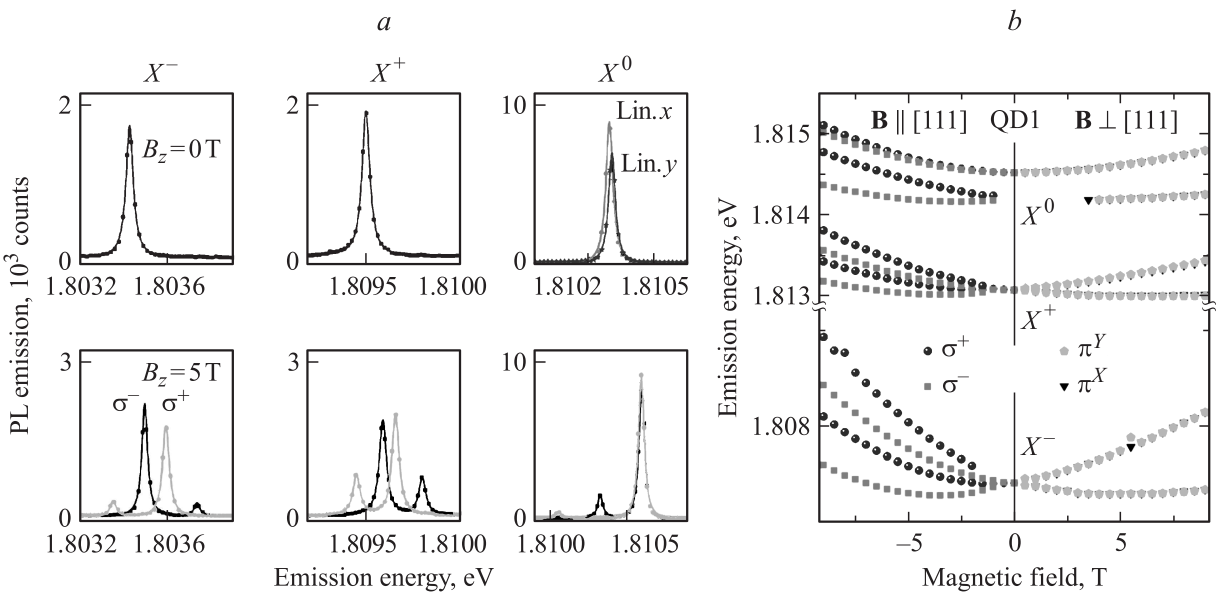

Рис. 2. Спектры ФЛ одиночной квантовой точки QD1 в магнитном поле. (*a*) Спектры излучения нейтрального экситона X^0 и трионов $X^{\pm}$. (*b*) Экспериментально измеренные энергии оптических переходов в комплексах X^0, X^+ и X^- в зависимости от магнитного поля, приложенного в геометрии Фарадея ($\mathbf{B} \parallel [111]$, левая панель) и геометрии Фойхта ($\mathbf{B} \perp [111]$, правая панель). Из работ [10,23].

3. Симметрийный анализ

Общий анализ наноразмерных структур с кристаллической решеткой цинковой обманки, выращенных вдоль направления [111], позволяет сделать вывод, что они имеют тригональную симметрию точечной группы C_{3v}. В дальнейшем будет использована система координат с осями $x \parallel [11\bar{2}]$, $y \parallel [\bar{1}10]$ и $z \parallel [111]$. Точечная группа симметрии C_{3v} включает в себя следующие элементы: единичный элемент E, поворот на 120° вокруг оси третьего порядка C_3, поворот C_3^2 на 240° и три отражения в плоскостях, содержащих ось вращения. Перечень неприводимых представлений группы C_{3v} и соответствующие базисные функции представлены в книге [29]. В согласии с [29] фазы базисных функций тяжелой дырки $|3/2\rangle$, $|-3/2\rangle$ выбраны, как у функций $-\uparrow(x+\mathrm{i}y)$ и $\downarrow(x-\mathrm{i}y)$, где $\uparrow, \downarrow$ — спиноры, отвечающие $s_z = \pm 1/2$.

Точечная симметрия C_{2v} квантовых точек, выращенных вдоль направления [001], запрещает смешивание тяжелых дырок с проекциями углового момента $|\pm 3/2\rangle$ продольным магнитным полем $\mathbf{B} \parallel [001]$. Действительно, в двойной группе C_{2v} эти два состояния формируют базис неприводимого спинорного представления Γ_5, в то время как компонента магнитного поля B_z преобразуется по представлению Γ_3. Прямое произведение $\Gamma_5^* \times \Gamma_5$ разбивается на сумму четырех неприводимых представлений $\Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3 + \Gamma_4$, которая содержит Γ_3 только один раз. Действие магнитного поля, таким образом, сводится к зеемановскому расщеплению пары $|\pm 3/2\rangle$ без смешивания состояний. Напротив, в точечной группе C_{3v} состояния $|\pm 3/2\rangle$ образуют приводимое представление, которое является прямой суммой двух неприводимых представлений Γ_5 и Γ_6, в то время как z-компонента магнитного поля преобразуется по представлению Γ_2. Прямое произведение представлений

$$(\Gamma_5 + \Gamma_6) \times (\Gamma_5^* + \Gamma_6^*) = 2\Gamma_1 + 2\Gamma_2 \qquad (1)$$

содержит представление Γ_2 два раза, следовательно существует два независимых параметра, описывающие эффект продольного поля на состояния $|\pm 3/2\rangle$ [10]. Иначе говоря, из компоненты B_z и компонент псевдовектора матриц момента 3/2 в каноническом базисе $\mathbf{J} = (J_x, J_y, J_z)$ можно составить два инварианта. Первый из них $(J_z B_z)$ представляет собой стандартное зеемановское расщепление, в то время как второй инвариант $B_z(J_x^3 - 3\{J_x J_y^2\}_s)$ имеет ненулевой матричный элемент между состояниями $|3/2\rangle$ и $|-3/2\rangle$. Наличие такого дополнительного инварианта приводит к тому, что эффект Зеемана для тяжелой дырки описывается в базисе $|3/2\rangle$, $|-3/2\rangle$ матрицей 2×2, содержащей как диагональные, так и недиагональные элементы

$$\mathcal{H}_B = \frac{1}{2}\mu_B B_z \begin{bmatrix} g_{h1} & g_{h2} \\ g_{h2} & -g_{h1} \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\mu_B B_z (g_{h1}\sigma_z + g_{h2}\sigma_x). \qquad (2)$$

Здесь μ_B — магнетон Бора, σ_z и σ_x — матрицы Паули, а вещественные параметры g_{h1} и g_{h2} — эффективные g-факторы тяжелой дырки. Смешивание состояний тяжелой дырки продольным магнитным полем имеет место также в тригональных точечных группах D_3 и $D_{3d} = D_3 \times C_i$. В группах с более низкой симметрией — C_3 и $S_6 = C_3 \times C_i$ — эффект также возможен, однако в отличие от эффекта Зеемана, описываемого выражени-

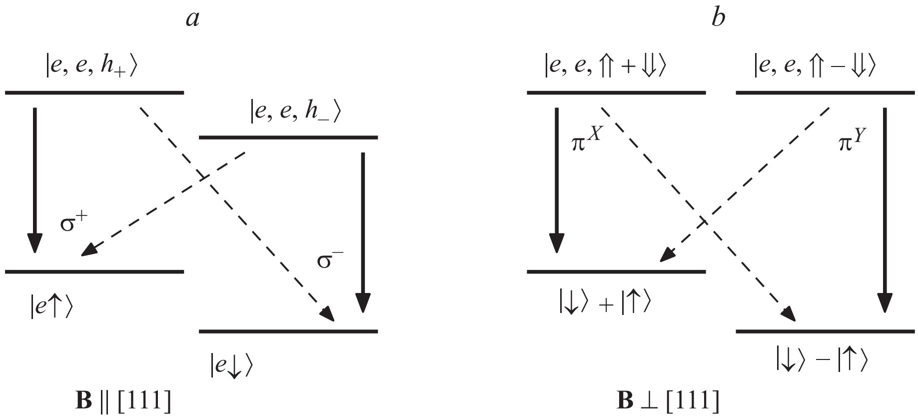

Рис. 3. Схема излучательной рекомбинации X^--триона в геометрии Фарадея (a) и Фойхта (b).

ем (2), направление оси x в плоскости, перпендикулярной полю, не фиксировано. Во всех гексагональных группах, включая C_{3h} и D_{3h}, которые содержат в качестве элемента плоскость отражения (xy), смешивание тяжелых дырок продольным полем запрещено, и $g_{h2} \equiv 0$. Как отмечалось ранее, g_{h2} равен нулю также в группах C_{2v} и D_{2d}. Подводя итог, смешивание тяжелых дырок продольным магнитным полем имеет место только в точках, геометрическая форма которых обладает осью вращения третьего порядка, а также не имеет зеркальной симметрии при отражении в плоскости, перпендикулярной этой оси.

В завершении рассмотрим эффект Зеемана в поперечном магнитном поле (приложенном в геометрии Фойхта, $\mathbf{B} \perp [111]$). Прямое произведение (1) не содержит представления Γ_3, по которому преобразуются компоненты поля B_x и B_y, таким образом, симметрия C_{3v} запрещает смешивание состояний $|\pm 3/2\rangle$ поперечным магнитным полем. Поперечный эффект Зеемана для тяжелой дырки отсутствует также в любой из 12 гексагональных и тригональных точечных групп. С другой стороны, смешивание поперечным полем возможно в группах C_{2v} и D_{2d}: расчет и измерения поперечного g-фактора тяжелой дырки в квантовых ямах [001] приведены в работе [30].

В разделах 3.1 и 3.2 будут обсуждаться особенности спектров оптических переходов в заряженных и нейтральных электрон-дырочных комплексах, обусловленные смешиванием тяжелых дырок, а в разделе 4 — микроскопическая теория эффективных g-факторов, входящих в (2).

3.1. Тонкая структура энергетического спектра трионов. Положительно (X^+) и отрицательно (X^-) заряженные трионы состоят из двух дырок (электронов) в синглетном состоянии и одного электрона (дырки) в основном состоянии. Схема излучательной рекомбинации X^- приведена для иллюстрации на рис. 3. Без магнитного поля состояния трионов двукратно вырождены по спину неспаренного носителя заряда, при приложении магнитного поля это вырождение снимается. С учетом смешивания собственные энергии тяжелой дырки в продольном магнитном поле записываются в виде $E_\pm = \pm g_h \mu_B B_z/2$, где $g_h = \sqrt{g_{h1}^2 + g_{h2}^2}$, а собственные состояния $|h, \pm\rangle$ являются линейными комбинациями базисных функций $|\pm 3/2\rangle$

$$|h, +\rangle = C_1|3/2\rangle + C_2|-3/2\rangle,$$
$$|h, -\rangle = -C_2|3/2\rangle + C_1|-3/2\rangle \tag{3}$$

с коэффициентами

$$C_1 = \sqrt{\frac{1}{2}\left(1 + \frac{g_{h1}}{\sqrt{g_{h1}^2 + g_{h2}^2}}\right)},$$
$$C_2 = \operatorname{sign}(g_{h2})\sqrt{\frac{1}{2}\left(1 - \frac{g_{h1}}{\sqrt{g_{h1}^2 + g_{h2}^2}}\right)}. \tag{4}$$

Ненулевые значения g_{h2} приводят к тому, что все четыре оптические перехода, изображенные на рис. 3, a, являются оптически активными. Условимся называть более интенсивные переходы „светлыми“, а менее интенсивные — „темными“. Энергии переходов, наряду с зеемановским вкладом, содержат общий для всех линий диамагнитный сдвиг (см. рис. 2. b), поэтому для определения g-факторов из эксперимента удобно анализировать разность энергий переходов. Расщепления между различными линиями в спектрах являются комбинациями электронных и дырочных вкладов, что позволяет извлечь пару параметров g_e (g-фактор электрона) и $g_h = \sqrt{g_{h1}^2 + g_{h2}^2}$. Интенсивности линий в циркулярных поляризациях пропорциональны C_1^2 и C_2^2 и в согласии с экспериментом [10] не зависят от магнитного поля. Из отношения интенсивностей переходов в одинаковых поляризациях

$$\eta \equiv \frac{I_1^{(\pm)}}{I_2^{(\pm)}} = \frac{C_2^2}{C_1^2} = \frac{g_h - g_{h1}}{g_h + g_{h1}}$$

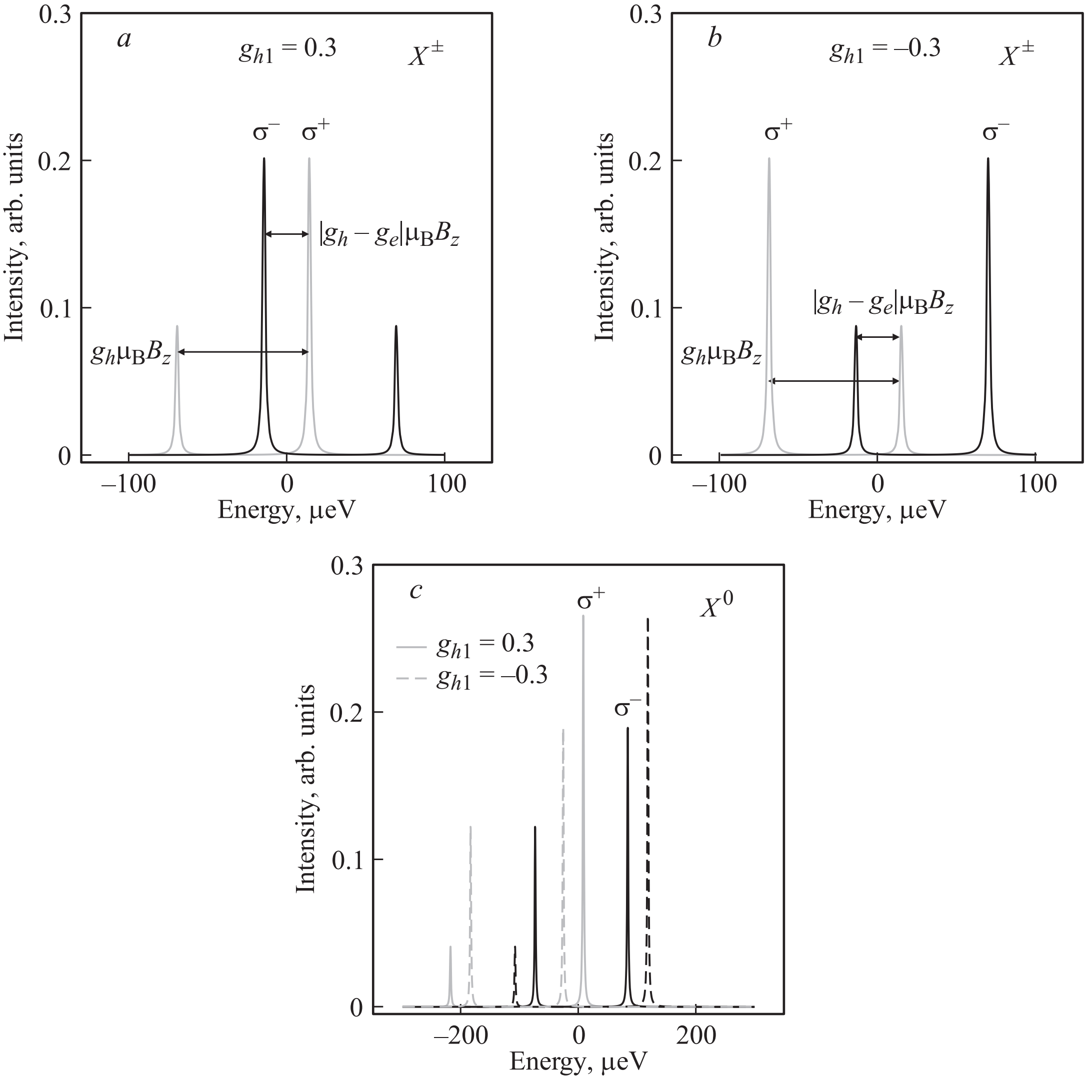

Рис. 4. Роль знака g_{h1}. Рассчитанные спектры ФЛ трионов $X^{\pm}$ в σ^+ (серые линии) и σ^- (черные линии) поляризациях для $g_{h1} = 0.3$ (*a*) и $g_{h1} = -0.3$ (*b*). (*c*) То же для экситона X^0: сплошными линиями приведены расчеты для $g_{h1} = 0.3$, пунктирными — для $g_{h1} = -0.3$. Значения других параметров: $g_e = 0.5$, $g_{h2} = 0.7$, $\delta_0 = 100\,\mu$eV, $B_z = 2$ T.

можно извлечь отношение g_{h1}/g_h следующим образом:

$$\frac{g_{h1}}{g_h} = \frac{1-\eta}{1+\eta}. \tag{5}$$

При определении параметра η нужно правильным образом выбирать линии I_1 и I_2: при $g_e > 0$ нужно брать отношение интенсивностей „внешней“ и „внутренней“ линий (в σ^- поляризации это линии с большей и меньшей энергиями соответственно), а при $g_e < 0$ — наоборот. Знак g_{h1} определяется числителем дроби (5), при этом в случае $g_e > 0$ можно выделить три возможных варианта: случай $\eta < 1$ („внешние“ линии имеют меньшую интенсивность) соответствует $g_{h1} > 0$, случай $\eta > 1$ („внешние“ линии имеют большую интенсивность) соответствует $g_{h1} < 0$ и, наконец, случай $\eta = 0$ (все линии имеют одинаковую интенсивность) соответствует $g_{h1} = 0$. Для иллюстрации на рис. 4, *a*, *b* приведены рассчитанные спектры ФЛ комплексов $X^{\pm}$ для двух противоположных значений диагонального g-фактора ($g_{h1} = \pm 0.3$). Правила отбора при оптических переходах таковы, что относительные положения линий совпадают для обоих комплексов (см. также данные эксперимента, рис. 2, *a*). Сравнение экспериментальных спектров с теоретическими расчетами показывает, что $g_{h1} > 0$ для всех исследуемых точек и комплексов (см. рис. 2, *a* для точки QD1). В завершение, используя значения g_{h1} и g_h, можно определить абсолютное значение g_{h2}.

3.2. Тонкая структура нейтрального экситона. В отличие от трионов при анализе энергий переходов и поляризационных свойств излучения нейтрального экситона X^0 нужно учитывать тонкую структуру уровней комплекса в нулевом магнитном поле, связанную с электрон-дырочным обменным взаимодействием. В отсутствии магнитного поля состояния экситона с

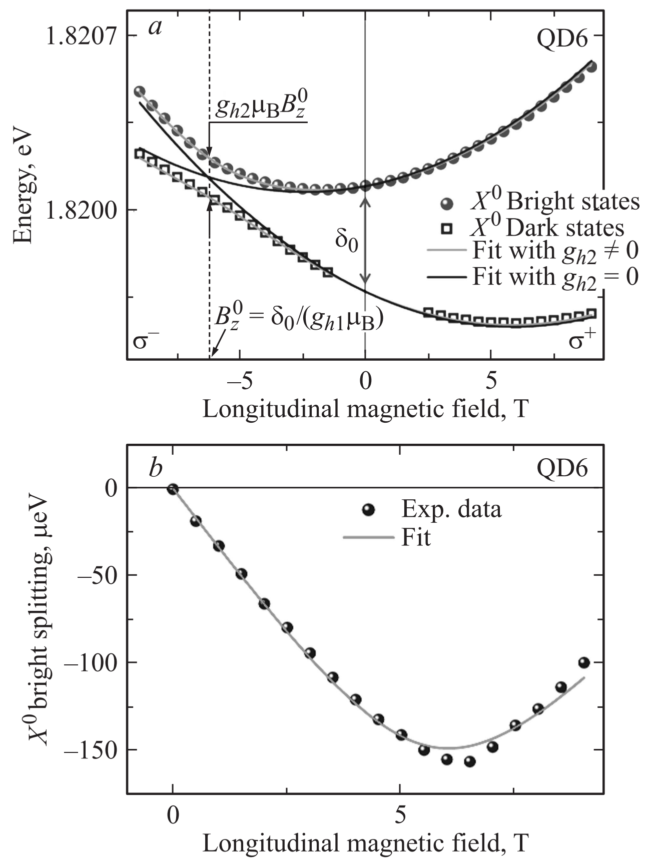

Рис. 5. (*a*) Энергии переходов номинально темных (квадраты) и светлых (круги) состояний нейтрального экситона в зависимости от магнитного поля в геометрии Фарадея. Левые и правые панели отвечают оптическим переходам, активным в σ^--поляризации ($s_z = 1/2$) и σ^+-поляризации ($s_z = -1/2$) соответственно, см. (6). Светлыми кривыми изображены результаты расчета по формуле (6) при $\delta_0 = 422\,\mu$eV, $g_h = 1.16$, $g_e = 0.49$, $g_{h1} = 1.05$ и $g_{h2} = 0.42$ с учетом диамагнитного сдвига обеих кривых $E = E_0 + \alpha B_z^2$ с параметрами $E_0 = 1.819676$ eV и $\alpha = 4.15\,\mu$eV/T^2. Темная кривая рассчитана для тех же параметров, но при $g_{h2} = 0$. (*b*) Зеемановское расщепление светлого экситона как функция магнитного поля. Сплошная кривая — подгонка формулой (6). Данные работы [23].

проекциями спинового момента $m_z = \pm 1$ отщеплены от состояний с $m_z = \pm 2$ на энергию δ_0.[1] Магнитное поле за счет $g_{h2} \neq 0$ смешивает светлые и темные экситонные состояния, энергии которых описываются формулой [10]

$$E_{s_z,\tilde{j}} = s_z g_e \mu_B B_z + \frac{1}{2}(\delta_0 + \tilde{j}\delta_{s_z}),$$

$$\delta_{s_z} = \sqrt{\delta_0^2 + (g_h \mu_B B_z)^2 - 4 s_z g_{h1} \mu_B B_z \delta_0}. \qquad (6)$$

Здесь $\tilde{j} = \pm 1$ нумерует спиновые состояния тяжелой дырки, $s_z = \pm 1/2$ — z-компонента спина электрона и $\delta_0 > 0$. Оптически активными являются все четыре состояния, однако при $B_z \lesssim \delta_0/(g_h \mu_B)$ интенсивность пары линий с $s_z = -1/2$, $\tilde{j} = 1$ и $s_z = 1/2$, $\tilde{j} = -1$ значительно превышает интенсивность другой пары, которая в этом диапазоне полей не разрешается в эксперименте [23]. Из уравнения (6) следует, что расщепление светлых состояний экситона $E_{+1/2,-1}(B_z) - E_{-1/2,+1}(B_z)$ может быть немонотонной и даже знакопеременной функцией B_z. Для сравнения в точках [001] наблюдается расщепление, монотонно возрастающее с увеличением магнитного поля [27,28].

Для определения g-факторов и обменного расщепления комплекса X^0 используется формула (6): расщепление между линиями с одинаковыми $\tilde{j}$ и разными s_z позволяет извлечь g-фактор электрона, в то время как остальные три параметра (g_h, g_{h2} и δ_0) извлекаются из подгонки расщепления между парой линий с разными $\tilde{j}$ и одинаковыми s_z как функции магнитного поля. В качестве конкретного примера рассмотрим экспериментально определенные энергии оптических переходов, наблюдаемых в ФЛ точки QD6 (рис. 5). Пунктирными стрелками на верхней панели рисунка показано антипересечение светлых и темных состояний экситона X^0, воспроизвести которое в теоретическом расчете возможно только при наличии ненулевого параметра g_{h2}. Если положить g_{h2} равным нулю, то состояния в этой точке будут вырожденными (сплошная линия на рисунке). Магнитное поле в точке вырождения $B_z^0 = \delta_0/(g_{h1}\mu_B)$. Включение смешивания тяжелых дырок приводит к расщеплению, которое в точке B_z^0 равно в точности $|g_{h2}\mu_B B_z^0|$. При этом сравнительно небольшое значение g_{h2} приводит к немонотонному поведению расщепления светлого экситона, которое падает до $-150\,\mu$eV при 6.5 T и возрастает до $-100\,\mu$eV при 9 T, см. рис. 5, *b*. Подгонка позволяет извлечь $g_e = 0.49$, $g_{h2} = 0.42$, $g_h = 1.16$ и $\delta_0 = 422\,\mu$eV для этой точки. Соответствующее значение диагонального g-фактора $g_{h1} = 1.05$, для определения его знака также, как и в случае трионов, можно использовать анализ взаимного расположения линий в спектре ФЛ,

Величины g-факторов заряженных и нейтральных комплексов, полученные с помощью подгонки экспериментальных данных (ошибка подгонки $\leq 10\%$). Данные работы [23].

Геометрия	QD1		QD5	
	Фарадей	Фойхт	Фарадей	Фойхт
X^-: g_e	0.48	0.80	0.49	0.73
g_h	0.79	0	0.83	0.07
$\lvert g_{h2}\rvert$	0.57	–	0.53	–
X^+: g_e	0.47	0.84	0.47	0.79
g_h	0.72	0.03	0.71	0.07
$\lvert g_{h2}\rvert$	0.7	–	0.62	–
X^0: $\lvert g_e\rvert$	0.47	0.80	0.47	0.77
g_h	0.72	0	0.71	0.07
$\lvert g_{h2}\rvert$	0.59	–	0.5	–

[1] Анизотропное обменное взаимодействие может смешивать светлые и темные состояния экситона уже в нулевом магнитном поле. Однако в экспериментах это смешивание не проявляется, что позволяет сделать вывод о его малости и пренебречь им.

см. рис. 4, *c*. Отклонение теоретической кривой на рис. 5, *b* в области минимума может быть связано с маленьким, но все же ненулевым значением $\delta_1 \approx 10\,\mu$eV, которое не было учтено в теоретическом расчете.

Обработка экспериментальных данных по излучению трионов и нейтрального экситона позволяет извлечь параметры g_e, g_h и $|g_{h2}|$, см. таблицу, для каждого комплекса [23]. Во всех изученных квантовых точках $g_{h2} \neq 0$, причем величины g-факторов меняются от точки к точке и отличаются для разных комплексов — последнее свидетельствует о роли прямого кулоновского взаимодействия.

В завершение этого раздела отметим, что весь набор экспериментальных данных в геометрии Фарадея, полученный в результате измерений нескольких десятков квантовых точек, как для нейтральных, так и для заряженных комплексов хорошо описывается простой теоретической моделью, в которой учитываются только линейные по магнитному полю вклады, описываемые двумя g-факторами g_{h1} и g_{h2}. Таким образом, введение всего одного дополнительного параметра g_{h2} позволяет описать все особенности экситонных переходов в квантовых точках [111] в сравнении с традиционными точками [001]. Нужно отметить при этом, что в эксперименте часто наблюдаются значения $|g_{h2}| > |g_{h1}|$, что говорит о значительности эффекта смешивания тяжелых дырок. В следующем разделе представлена микроскопическая теория этого смешивания в квантовых точках тригональной симметрии.

4. Микроскопическая модель

Два механизма смешивания тяжелых дырок в квантовых точках [111] обсуждались в работе [10]. Первый из них заключается в том, что кубический по угловому моменту **J** вклад в зеемановский гамильтониан объемной дырки (см., например, [31]) при повороте к собственным осям, связанным с направлением [111], дает слагаемые типа $B_z(J_x^3 - 3\{J_x J_y^2\}_s)$, которые приводят к смешиванию тяжелых дырок. Такое смешивание, пропорциональное зонному параметру q, имеет место и для объемной дырки в случае, когда магнитное поле направлено вдоль оси [111] (аналогичный эффект для экситона, связанного на нейтральном доноре в германии, изучался в работе [32]). В этом механизме $g_{h2} = 2\sqrt{2}q$, однако объемное значение q слишком мало, чтобы объяснить величину наблюдаемого эффекта ($q \approx 0.02$ в GaAs [30]). Второй возможный механизм смешивания тяжелых дырок, предложенный в [10], связан с кубическим по волновому вектору спин-зависимым членом $\mathcal{H}_v^{(3)}$ в гамильтониане валентной зоны Γ_{8v} (см. [33]). Оценки, выполненные в рамках модели, предложенной в [10], дают $|g_{h2}| \sim 0.1$ для реалистичных параметров структуры, что также недостаточно для описания экспериментальных данных. Отметим, что оба перечисленных выше вклада пропорциональны параметрам q и $\delta\gamma_v$, которые можно получить только в рамках многозонных моделей. Интерфейсное смешивание тяжелой и легкой дырки, играющее важную роль в тонкой структуре экситонных уровней в низкоразмерных структурах, выращенных вдоль [001] [34–36], в структурах, описываемых симметрией C_{3v}, запрещено, что исключает из рассмотрения и этот потенциально возможный механизм.

Ниже будет показано, что существенный вклад в g_{h2} можно получить в рамках гамильтониана Латтинжера, учитывая специфическую форму исследуемых квантовых точек в виде правильных треугольных пирамид [23].

4.1. Квантование движения дырки в квантовой точке формы треугольной пирамиды. Состояния тяжелой дырки в квантовой точке описываются при помощи гамильтониана Латтинжера, $\mathcal{H}_{\Gamma_8}$ [33] (здесь и далее, за исключением раздела 5, мы будем использовать сферическое приближение, $\gamma_2 = \gamma_3 \equiv \gamma$), и оператора потенциальной энергии дырки $\mathcal{V}(\mathbf{r})$, который записывается в следующем матричном виде

$$\mathcal{V}(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} V_{hh}(\mathbf{r}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & V_{lh}(\mathbf{r}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & V_{lh}(\mathbf{r}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & V_{hh}(\mathbf{r}) \end{pmatrix},$$

с различными энергиями тяжелой (V_{hh}) и легкой (V_{lh}) дырки. В самоорганизующихся квантовых точках размерное квантование вдоль оси роста z существенно сильнее, чем в плоскости точки, что позволяет отделить движение дырки вдоль оси z от движения в плоскости точки (x, y). Представим потенциал, действующий на дырку, в следующем сепарабельном виде [37,38]

$$V_n(\mathbf{r}) = V_z^n(z) + V_\parallel^n(\rho, \varphi), \tag{7}$$

где для удобства используется цилиндрическая система координат с осью цилиндра z и полярными координатами в плоскости $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ и φ (угол φ отсчитывается от $x \parallel [11\bar{2}]$). Собственные состояния и энергии являются решениями стационарного уравнения Шредингера

$$[\mathcal{H}_{\Gamma_8} + \mathcal{V}(\mathbf{r})]\hat{\Psi}(\mathbf{r}) = E\hat{\Psi}(\mathbf{r}),$$

где $\hat{\Psi}(\mathbf{r})$ — столбец, сформированный из четырех огибающих $\Psi_m(\mathbf{r})$ с $m = -3/2, -1/2, 1/2, 3/2$.

В нулевом приближении недиагональными компонентами $\mathcal{H}_{\Gamma_8}$ можно пренебречь, что приводит к независимому квантованию тяжелой и легкой дырки вдоль оси роста. При этом четырехкомпонентный столбец $\hat{\Psi}$ имеет только одну ненулевую компоненту Ψ_m^n с $m = \pm 3/2$ при $n = hh$ и $m = \pm 1/2$ при $n = lh$ [39]. Сепарабельная форма потенциала (7) позволяет разделить переменные в огибающих $\Psi_m^n(\mathbf{r})$ [37,38]:

$$\Psi_{m;lp}^n(\mathbf{r}) = F_l^n(z)\psi_p^n(\rho, \varphi). \tag{8}$$

Здесь $F_l^n(z)$ описывает размерное квантование дырки вдоль оси роста (индекс $l = 1, 2\ldots$ нумерует уровни квантования вдоль этой оси), а $\psi_p^n(\rho, \varphi)$ описывает квантование в плоскости точки (индекс $p = 1, 2\dots$ нумерует состояния в плоскости). Волновые функции F_l^n и ψ_p^n определяются из решений уравнений метода эффективной массы для легких и тяжелых дырок.

Конкретный вид потенциала (7) должен учитывать то, что рассматриваемые квантовые точки имеют форму треугольных пирамид, характеризуемых симметрией вращения третьего порядка в плоскости (xy), а также отсутствием симметрии к отражению $z \to -z$. В качестве простейшего потенциала, моделирующего асимметрию вдоль оси z, мы выбираем потенциал „треугольной“ ямы

$$V_z^n(z) = \begin{cases} |e|\mathscr{F}z, & z > 0 \\ +\infty, & z < 0 \end{cases}, \tag{9}$$

где $z = 0$ — координата основания квантовой точки, $\mathscr{F}$ — эффективное электрическое поле, нарущающее симметрию $z \to -z$ и локализующее дырку вдоль оси z. Огибающие вдоль оси z выражаются через функции Эйри

$$F_l^n(z) = C_l^n \mathrm{Ai}(Z_l^n), \tag{10}$$

где C_l^n — нормировочная постоянная,

$$Z_l^n = \frac{z}{L_n} - \mu_l, \quad L_n = \left(\frac{\hbar^2}{2m_{n,z}e\mathscr{F}}\right)^{1/3},$$

μ_l — l-ый корень уравнения $\mathrm{Ai}(-Z) = 0$, $m_{n,z} = m_0/(\gamma_1 \pm 2\overline{\gamma})$ — эффективная масса при движении дырки вдоль оси z, при этом верхний и нижний знаки выбираются для $n = lh$ и $n = hh$ соответственно.

В качестве потенциала в плоскости мы выбираем аналитическую функцию $\boldsymbol{\rho}$, состоящую из основного параболического вклада [40–42], а также кубической по $\boldsymbol{\rho}$ поправки, описывающей тригональное искажение

$$V_\parallel^n(\rho, \varphi) = \frac{\hbar^2 \rho^2}{2m_{n,\parallel} a_n^4}\left(1 + \beta\frac{\rho}{a_n}\cos 3\varphi\right). \tag{11}$$

Здесь $m_{n,\parallel} = m_0/(\gamma_1 \pm \overline{\gamma})$ — эффективные массы тяжелой (знак $+$) и легкой (знак $-$) дырок при движении в плоскости основания квантовой точки, a_n — эффективные радиусы локализации, и безразмерный параметр β описывает степень тригональности потенциала. Отметим, что при расчете эффективных масс $m_{n,\parallel}$ мы для простоты пренебрегаем вкладом, индуцированным смешиванием состояний тяжелой и легкой дырки недиагональными элементами гамильтониана Латтинжера. Изоэнергетические поверхности потенциала квантовой точки (7), (9), (11) приведены на рис. 6. На рисунке отчетливо виден переход от аксиальной ($\beta = 0$) к тригональной ($\beta = -0.35$) симметрии.

Для параметров GaAs $\gamma_1 = 6.98$ и $\overline{\gamma} = 2.58$ имеем $m_{hh,z} = 0.55m_0$, $m_{lh,z} = 0.08m_0$, $m_{hh,\parallel} = 0.1m_0$ и $m_{lh,\parallel} = 0.22m_0$. Энергии размерного квантования дырки в приближении сепарабельного потенциала представляют собой сумму энергий размерного квантования вдоль оси z и в плоскости (xy): $E_{lp}^n = \varepsilon_l^n + E_{\parallel,p}^n$. Первый вклад записывается в виде

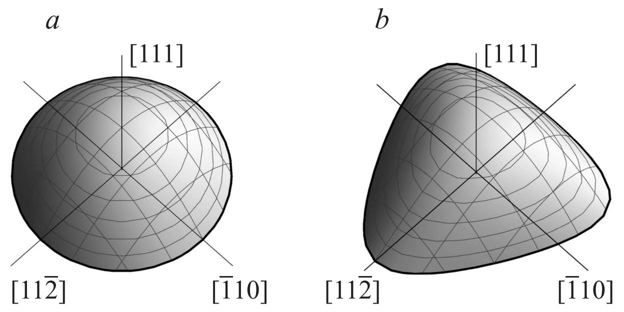

Рис. 6. Изоэнергетические поверхности потенциала квантовой точки для двух значений параметра тригональности $\beta = 0$ (a) и $\beta = -0.35$ (b). Из работы [23].

$$\varepsilon_l^n = \frac{\hbar^2 \mu_l}{2m_{n,z}L_n^2}. \tag{12}$$

Удобно ввести эффективный размер точки вдоль оси z как $L = \sqrt{L_{hh}L_{lh}}$. При $L = 30$ Å значения энергий основных состояний тяжелой и легкой дырок равны соответственно $\varepsilon_1^{hh} \approx 33$ meV и $\varepsilon_1^{lh} \approx 63$ meV. При $\beta = 0$ уровни квантования в плоскости $E_{\parallel,p}^n$ формируют эквидистантный набор с расстоянием между двумя соседними уровнями

$$\hbar\omega_n = \frac{\hbar^2}{m_{n,\parallel}a_n^2}, \tag{13}$$

а собственные состояния совпадают с собственными состояниями двумерного изотропного гармонического осциллятора. В дальнейшем будем считать, что потенциал в плоскости одинаков для тяжелой и легкой дырок. Из этого предположения следует, что $m_{hh,\parallel}a_{hh}^4 = m_{lh,\parallel}a_{lh}^4$, при этом отношение радиусов локализации для параметров GaAs $a_{hh}/a_{lh} \approx 1.21$. Выбрав 75 Å в качестве разумного значения для a_{hh}, получим $\hbar\omega_{hh} \approx 6.5$ meV и $\hbar\omega_{lh} \approx 4.4$ meV. Отметим, что эти значения малы по сравнению с разницей $\varepsilon_1^{lh} - \varepsilon_1^{hh} \approx 30$ meV энергий квантования вдоль оси z.

4.2. Магнитоиндуцированное смешивание тяжелых дырок. Как уже упоминалось, в нашей модели смешивания тяжелых дырок ключевую роль играет пирамидальная форма квантовой точки. Тригональная дисторсия параболического потенциала в плоскости, описываемая слагаемым $\propto \beta\rho^3\cos 3\varphi$ в (11), приводит к понижению симметрии основного состояния тяжелой дырки. Волновая функция в пределе $|\beta| \ll 1$ имеет тригональную поправку и записывается в виде

$$\tilde{\psi}_1^{hh} \propto \exp\left(-\frac{\rho^2}{2a^2}\right)\left[1 + \beta\cos 3\varphi\, C(\rho)\frac{\rho^3}{a^3}\right], \tag{14}$$

где функция $C(\rho)$ ограниченна при $\rho = 0$, и приведены только линейные по β члены. Вариационный расчет с постоянной $C(\rho) \equiv C_0$ дает для C_0 значение $-1/6$.

Магнитоиндуцированное смешивание состояний $3/2$ и $-3/2$ возникает в рамках второго порядка теории возмущений по недиагональным элементам гамильтониана Латтинжера $\mathscr{H}_{\Gamma_8}$

$$\mathscr{H}_{B,3/2,-3/2} \equiv \frac{1}{2} g_{h2}\mu_B B_z$$

$$= \sum_{lp\pm} \frac{\langle \Psi^{hh}_{3/2;11}|\hat{\mathscr{H}}_{\Gamma_8}|\Psi^{lh}_{\pm 1/2;lp}\rangle \langle \Psi^{lh}_{\pm 1/2;lp}|\hat{\mathscr{H}}_{\Gamma_8}|\Psi^{hh}_{-3/2;11}\rangle}{\varepsilon_1^{hh} + E^{hh}_{\parallel,1} - \varepsilon_l^{lh} - E^{lh}_{\parallel,p}}. \tag{15}$$

Здесь суммирование проводится по всем состояниям легкой дырки с индексами l и p. С использованием явного вида огибающих (8) выражение (15) может быть приведено к следующему виду

$$g_{h2} = \frac{12\hbar^2\overline{\gamma}^2}{m_0 L} \sum_{lp} \frac{\eta_l \xi_l}{\varepsilon_1^{hh} + E^{hh}_{\parallel,1} - \varepsilon_l^{lh} - E^{lh}_{\parallel,p}}$$

$$\times \left(\frac{1}{2} \langle \tilde{\psi}_1^{hh}|k_-^2|\psi_p^{lh}\rangle \langle \psi_p^{lh}|r_-|\tilde{\psi}_1^{hh}\rangle \right.$$

$$\left. + \langle \tilde{\psi}_1^{hh}|k_-|\psi_p^{lh}\rangle \langle \psi_p^{lh}|\{k_- r_-\}|\tilde{\psi}_1^{hh}\rangle \right), \tag{16}$$

где введены безразмерные параметры

$$\eta_l = L \int F_1^{hh}(z) \frac{\partial}{\partial z} F_l^{lh}(z) dz, \tag{17a}$$

$$\xi_l = \int F_1^{hh}(z) F_l^{lh}(z) dz. \tag{17b}$$

В пределе изотропной точки ($\beta = 0$) произведения матричных элементов в скобках в правой части (16) равны нулю для любого значения индекса p, и следовательно, $g_{h2} = 0$. Это следует из того, что два матричных элемента из пары не могут быть отличны от нуля одновременно. Учет тригональности приводит к появлению третьей гармоники ($\propto \cos 3\varphi$) в основном состоянии тяжелой дырки $\tilde{\psi}_1^{hh}$ и, как следствие, сумма в круглых скобках отлична от нуля для состояний легкой дырки, содержащих первую и вторую угловые гармоники (индекс $p = 2$ и $p = 3$).

Выражение (16) можно упростить в пределе $L/a \ll 1$, воспользовавшись полнотой набора ψ_p^{lh}. С точностью до членов, линейных по L/a, суммирование по индексу p выполняется аналитически:

$$g_{h2} = -\frac{18\hbar^2\overline{\gamma}^2}{m_0 L} \left\langle \tilde{\psi}_1^{hh} \middle| (x - \mathrm{i}y) \left(\frac{\partial}{\partial x} - \mathrm{i}\frac{\partial}{\partial y} \right)^2 \middle| \tilde{\psi}_1^{hh} \right\rangle$$

$$\times \sum_l \frac{\eta_l \xi_l}{\varepsilon_1^{hh} - \varepsilon_l^{lh}}. \tag{18}$$

Оператор в правой части при действии на функцию заданного углового момента меняет его значение на 3, поэтому его матричный элемент между функциями $\tilde{\psi}_1^{hh}$ не равен нулю. Из формулы (18) видно, что g_{h2} отличен от нуля только при одновременном выполнении двух условий: (i) основание точки имеет треугольную форму, т.е. $\beta \neq 0$, иначе интегрирование в плоскости дает ноль, и (ii) точка асимметрична в направлении оси z, иначе произведение $\eta_l \xi_l$ равно нулю в силу соображений четности.

Значение матричного элемента (18) для огибающей (14) равно $6C_0\beta/a$. Подставляя $C_0 = -1/6$ и энергии квантования вдоль z, получим окончательно

$$g_{h2} = 36\beta\overline{\gamma}^2 \frac{\sqrt[3]{m_{hh,z} m^2_{lh,z}}}{m_0} \frac{L}{a}$$

$$\times \sum_l \frac{\eta_l \xi_l}{\mu_1 \sqrt[3]{m_{lh,z}/m_{hh,z}} - \mu_l}. \tag{19}$$

Численное суммирование в (19) для параметров GaAs дает [2]

$$g_{h2} \approx -7.8\beta \frac{L}{a}. \tag{20}$$

Здесь мы пренебрегли малым вкладом $2\sqrt{2}q$. Разумные значения $\beta = -0.2$, $L/a = 0.3$ дают $g_{h2} \approx 0.5$, в хорошем согласии с экспериментом (см. таблицу).

4.3. Диагональная компонента тензора g-фактора. Размерное квантование и магнитоиндуцированное смешивание тяжелой и легкой дырок приводит также к перенормировке Δg_{h1} диагональной компоненты g-фактора g_{h1} по сравнению со своим объемным значением $-6\varkappa$ (ср., например, с [43])

$$\Delta g_{h1} = \frac{2}{\mu_B B_z}$$

$$\times \sum_{lp\pm} \frac{\langle \Psi^{hh}_{3/2;11}|\hat{\mathscr{H}}_{\Gamma_8}|\Psi^{lh}_{\pm 1/2;lp}\rangle \langle \Psi^{lh}_{\pm 1/2;lp}|\hat{\mathscr{H}}_{\Gamma_8}|\Psi^{hh}_{3/2;11}\rangle}{\varepsilon_1^{hh} + E^{hh}_{\parallel,1} - \varepsilon_l^{lh} - E^{lh}_{\parallel,p}}. \tag{21}$$

Преобразования, аналогичные проделанным в разделе 4, приводят в пределе $L/a \ll 1$ к следующей компактной форме для Δg_{h1}

$$\Delta g_{h1} = -6\mathrm{i} \sum_l \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1^{hh} - \varepsilon_l^{lh}} \left(\eta_l^2 \langle \psi_1^{hh}|k_- r_+ - r_- k_+|\psi_1^{hh}\rangle \right.$$

$$\left. + \frac{L^2}{2} \xi_l^2 \langle \psi_1^{hh}|k_-^2 \{k_+ r_+\} - \{k_- r_-\} k_+^2|\psi_1^{hh}\rangle \right), \tag{22}$$

где $\varepsilon_0 = \hbar^2\overline{\gamma}^2/(m_0 L^2)$ и

$$\xi_l^2 = \zeta_l^2 - \frac{2\eta_l^2}{\mu_l \sqrt{m_{lh,\parallel} m_{hh,\parallel}}/m_{lh,z} - \mu_1 m_{hh,\parallel}/m_{hh,z}}.$$

[2] В формулах (20) и (24) исправлены опечатки в численных коэффициентах, допущенные в аналогичных формулах работы [23].

С учетом коммутационных соотношений окончательное выражение для Δg_{h1} принимает вид

$$\Delta g_{h1} = -12\sum_l \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1^{hh}-\varepsilon_l^{lh}}\left(\eta_l^2+\xi_l^2\frac{L^2}{a^2}\right)$$

$$= 24\bar{\gamma}^2\,\frac{\sqrt[3]{m_{hh,z}m_{lh,z}^2}}{m_0}\sum_l \frac{\eta_l^2+\xi_l^2(L^2/a^2)}{\mu_l-\mu_1\sqrt[3]{m_{lh,z}/m_{hh,z}}}. \tag{23}$$

Выполняя численное суммирование в (23) по индексу l и подставляя значения параметров γ_1, $\bar{\gamma}$, $m_{hh,\parallel}$ и $m_{lh,\parallel}$ для GaAs, получим

$$g_{h1} \approx -6\varkappa + 4.5 + 15.1\,\frac{L^2}{a^2}. \tag{24}$$

Приведенный выше расчет g_{h1} выполнен при $\beta = 0$. Отметим, что вследствие симметрийных соображений поправка к g_{h1}, учитывающая тригональное искажение точки, квадратична по параметру β. Действительно, при повороте точки вокруг оси z на угол π параметр β меняет знак, в то время как g_{h1} очевидно не меняется. Как следует из дальнейших расчетов, разумные значения параметра β лежат в области 0.2–0.25, поэтому поправкой $\propto \beta^2$ можно пренебречь.

5. Выход за рамки сферического приближения

В представленной выше теории использовалось сферическое приближение, а общая симметрия задачи C_{3v} связывалась только с характерной тригональной формой исследуемых точек. Однако симметрия C_{3v} присуща кристаллографическому направлению [111] даже в отсутствие квантующего потенциала, ограничивающего движение дырки в плоскости, и, следовательно, смешивание тяжелых дырок имеет место не только в квантовых точках, но и в квантовых ямах. Помимо малых кубических вкладов в эффект Зеемана, описываемых параметром q, а также вкладов от кубических по k членов, дополнительный вклад в недиагональный g-фактор g_{h2} в структурах с квантовыми ямами возникает за счет поправки к гамильтониану Латтинжера

$$\delta\mathscr{H} = \frac{\hbar^2}{m_0}\delta\gamma\sum_i J_i^2 k_i^2, \tag{25}$$

где $\delta\gamma = \gamma_2 - \gamma_3$. Эта поправка обусловлена различием между кубической и изотропной симметриями. После преобразования системы координат из кристаллографического базиса [100], [010], [001] в связанный с точкой базис x, y, z получим

$$\delta\mathscr{H} = \frac{\hbar^2}{m_0}\delta\gamma\Big\{\frac{1}{3}k^2\big(J_x^2+J_y^2+J_z^2\big)$$
$$+\frac{1}{6}\Big[\big(k_x^2-k_y^2-2\sqrt{2}k_xk_z\big)\big(J_x^2-J_y^2-2\sqrt{2}\{J_x,J_z\}_s\big)$$
$$+\big(2k_xk_y+2\sqrt{2}k_yk_z\big)\big(2\{J_x,J_y\}_s+2\sqrt{2}\{J_y,J_z\}_s\big)\Big]\Big\}. \tag{26}$$

Первый член в (26) содержит диагональные компоненты, которые приводят к модификации элементов G и F гамильтониана Латтинжера в сферическом приближении, в частности к изменению эффективных масс тяжелой и легкой дырок вдоль оси роста $[m_{lh(hh),z}^{[111]} = 1/(\gamma_1 \pm 2\gamma_3)]$. Второй член дает поправки $\propto \delta\gamma$ к недиагональным элементам H и I гамильтониана. В случае $\delta\gamma \ll \bar{\gamma}$, характерном для большинства полупроводников с решеткой цинковой обманки [44], элементы H и I с учетом кубических поправок записываются в виде

$$H' = \sqrt{3}\,\frac{\hbar^2\bar{\gamma}}{m_0}\,k_zk_- - \frac{\sqrt{6}}{6}\,\frac{\hbar^2\delta\gamma}{m_0}\,k_+^2,$$
$$I' = \frac{\sqrt{3}}{2}\,\frac{\hbar^2\bar{\gamma}}{m_0}\,k_-^2 - \frac{\sqrt{6}}{3}\,\frac{\hbar^2\delta\gamma}{m_0}\,k_zk_+. \tag{27}$$

Вклад в g_{h2}, имеющий место в квантовых ямах, обусловлен слагаемыми $\propto k_z$ в H' и I' и равен

$$\Delta g_{h2}^{(0)} = 8\sqrt{2}\frac{\hbar^2}{m_0}\,\bar{\gamma}\delta\gamma\sum_l\frac{\eta_l^2}{L^2(\varepsilon_1^{hh}-\varepsilon_l^{lh})}. \tag{28}$$

Оценка для симметричной ямы GaAs с бесконечными барьерами дает $\Delta g_{h2}^{(0)} = -0.94\delta\gamma$, для треугольной ямы $\Delta g_{h2}^{(0)} = -1.66\delta\gamma$.

Учет вкладов в (27), пропорциональных вторым степеням операторов $k_\pm$, а также разложение энергетического знаменателя для вкладов $\propto k_z$ дают вклад в g_{h2}, пропорциональный $(L/a)^2$:

$$\Delta g_{h2}^{(2)} = -8\sqrt{2}\,\frac{\hbar^2}{m_0}\,\bar{\gamma}\delta\gamma\,\frac{L^2}{a^2}\sum_l\frac{\xi_l^2}{L^2(\varepsilon_1^{hh}-\varepsilon_l^{lh})}. \tag{29}$$

Отметим, что в отличие от выражения (19) для g_{h2} в тригональных точках вклад (29) отличен от нуля в точках с изотропным основанием, имеющих форму конуса и диска. Оценка для симметричного потенциала с бесконечными барьерами вдоль оси роста точки (модель диска) дает $\Delta g_{h2}^{(2)} = 0.46\delta\gamma(L/a)^2$, для треугольного потенциала (модель конуса) имеем $\Delta g_{h2}^{(2)} = 5.5\delta\gamma(L/a)^2$.

Последняя поправка возникает при учете в (27) произведений, пропорциональных $(\delta\gamma)^2$. Такой вклад существует только в тригональной точке и имеет вид

$$\Delta g_{h2}^{(1)} = 4\,\frac{\hbar^2}{m_0}\,(\delta\gamma)^2\beta\,\frac{L}{a}\sum_l\frac{\eta_l\xi_l}{L^2(\varepsilon_1^{hh}-\varepsilon_l^{lh})}. \tag{30}$$

Численный расчет дает $\Delta g_{h2}^{(1)} \approx -0.26(\delta\gamma)^2\beta L/a$. Таким образом, окончательно для недиагонального g-фактора в точках формы диска и симметричных квантовых ямах [111] имеем

$$g_{h2}^{(S)} = -0.94\delta\gamma + 0.46\delta\gamma \left(\frac{L}{a}\right)^2, \tag{31}$$

в то время как в пирамидальных точках и асимметричных ямах [111]

$$g_{h2}^{(A)} = -1.66\delta\gamma - \left[7.8 + 0.26\,(\delta\gamma)^2\right]\beta\,\frac{L}{a} + 5.5\delta\gamma\left(\frac{L}{a}\right)^2. \tag{32}$$

6. Обсуждение полученных результатов и сравнение с экспериментальными данными

На рис. 7, *a* приведены рассчитанные по формулам (20) и (24) в рамках сферического приближения зависимости g-факторов g_{h1} и g_{h2} от отношения L/a. Значения $|g_{h2}|$ изменяются в диапазоне 0.2–0.7 для разумных значений отношения $L/a \lesssim 0.5$ и $|\beta| < 0.3$, при которых профиль волновой функции (14) выпуклый, и форма потенциала аналогична наблюдаемой в экспериментах по атомно-силовой микроскопии [9]. Полученные значения $|g_{h2}|$ находятся в хорошем согласии с экспериментальными наблюдениями (см. таблицу). Отметим, что при $\beta \gtrsim 0.3$ у функции $\tilde{\psi}_1^{hh}$ появляются нефизичные нули. Систематическое отличие между недиагональными g-факторами g_{h2} в трионах X^+ и X^-, см. таблицу, указывает на заметную роль кулоновского взаимодействия. Действительно, значение g_{h2}, определенное из спектра ФЛ X^+-триона, соответствует g-фактору резидентной дырки, в то время как значение g_{h2}, найденное из спектра X^-, соответствует g-фактору дырки в трионе. Результаты расчетов константы смешивания g_{h2} вне рамок сферического приближения для значения параметра $\delta\gamma = -0.5$ приведены на рис. 7, *b*.

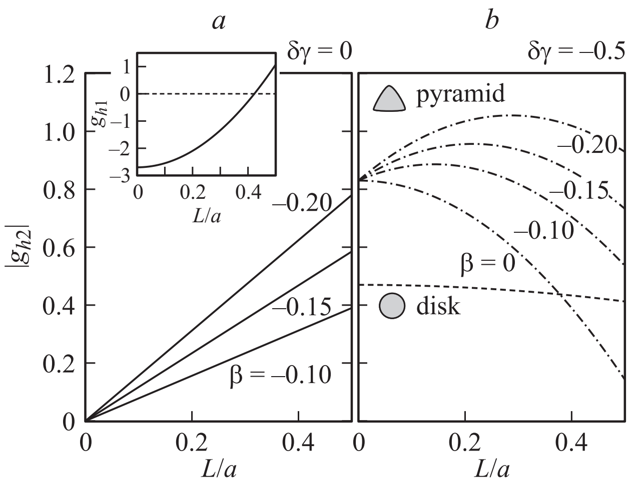

Рис. 7. Недиагональный g-фактор g_{h2} как функция L/a. (*a*) Расчет в сферическом приближении ($\delta\gamma = 0$) для трех различных значений параметра β: -0.1, -0.15 и -0.2. Вставка демонстрирует поведение g_{h1}. (*b*) Расчеты, выполненные по формулам (31) (штриховая линия) и (32) (штрих-пунктирные линии) при $\delta\gamma = -0.5$.

На вставке к рис. 7, *a* показаны результаты расчетов диагональной компоненты тензора g-фактора тяжелой дырки g_{h1}. Перенормировка диагонального g-фактора Δg_{h1} по сравнению с его объемным значением $-6\varkappa \approx -7.2$ составляет порядка 6 для $L/a = 0.3$. Расчет предсказывает смену знака g_{h1} при $L/a \approx 0.4$ для используемых параметров GaAs. Как отмечалось выше, положение линий в спектрах ФЛ свидетельствует о положительных значениях $g_{h1} \sim 0.5$, наблюдаемых в эксперименте, что соответствует перенормировке $\Delta g_{h1}^{(\mathrm{exp})} \sim 8$. Таким образом, отличие теоретической и экспериментальной перенормировок не превышает 25% для $L/a \sim 0.3$–0.4, что с учетом чувствительности точки обращения g_{h1} в нуль к используемой параметризации можно считать удовлетворительным согласием. Значения $L/a \sim 0.3$–0.4 неплохо согласуются и с экспериментальными данными по g-фактору электрона, см. таблицу. Для $L = 30$ Å оценка разности энергий квантования легкой и тяжелой дырок вдоль оси z по формуле (12) дает $\varepsilon_1^{lh} - \varepsilon_1^{hh} \approx 30$ meV. Эта же разность может быть оценена из анизотропии продольной ($g_{e,\parallel}$) и поперечной ($g_{e,\perp}$) компонент g-фактора электрона [45] и для экспериментальных значений $(g_{e,\perp} - g_{e,\parallel})/g_{e,\parallel} \sim 40\%$ лежит в диапазоне 20–30 meV.

7. Заключение

В заключение мы продемонстрировали, что продольный эффект Зеемана для тяжелой дырки в квантовых точках, обладающих точечной симметрией C_{3v}, описывается эффективным тензором g-факторов, имеющим как диагональную (g_{h1}), так и недиагональную (g_{h2}) компоненты. Наличие $g_{h2} \neq 0$ приводит к магнитоиндуцированному смешиванию состояний тяжелой дырки, которое проявляется в двух дополнительных линиях, наблюдаемых в экспериментальных спектрах фотолюминесценции. Представлена микроскопическая теория эффективных g-факторов g_{h1} и g_{h2} в рамках сферического приближения гамильтониана Латтинжера, а также проанализированы вклады в g_{h2}, связанные с гофрировкой дырочных подзон. Представленная в работе теория позволяет количественно описывать данные экспериментов по ФЛ тригональных точек на основе GaAs.

В качестве дальнейшего направления исследований тонкой структуры электрон-дырочных комплексов в наноструктурах, обладающих симметрией C_{3v}, можно указать на изучение дырочного эффекта Зеемана в квантовых ямах, выращенных на плоскости (111) из материалов с решеткой цинковой обманки, а также коллоидных квантовых точках на основе материалов с решеткой вюрцита. Представляется также интересным изучение влияния магнитоиндуцированного смешивания тяжелых дырок на тонкую структуру и спектры излучения возбужденных состояний трионов и многократно заряженных экситонов, локализованных в квантовых точках (111).

Список литературы

[1] A.K. Nowak, S.L. Portalupi, V. Giesz, O. Gazzano, C. Dal Savio, P.F. Braun, K. Karrai, C. Arnold, L. Lanco, I. Sagnes, A. Lemaitre, P. Senellart. Nature Commun. **5** (2014).
[2] I.J. Luxmoore, N.A. Wasley, A.J. Ramsay, A.C.T. Thijssen, R. Oulton, M. Hugues, S. Kasture, V.G. Achanta, A.M. Fox, M.S. Skolnick. Phys. Rev. Lett. **110**, 037 402 (2013).
[3] R.M. Stevenson, R.J. Young, P. Atkinson, K. Cooper, D.A. Ritchie, A.J. Shields. Nature **439**, 179 (2006).
[4] N. Akopian, N.H. Lindner, E. Poem, Y. Berlatzky, J. Avron, D. Gershoni, B.D. Gerardot, P.M. Petroff. Phys. Rev. Lett. **96**, 130 501 (2006).
[5] M. Bayer, A. Kuther, A. Forchel, A. Gorbunov, V.B. Timofeev, F. Schäfer, J.P. Reithmaer, T.L. Reinecke, S.N. Walck. Phys. Rev. Lett. **82**, 1748 (1999).
[6] R.M. Stevenson, R.J. Young, P. See, D.G. Gevaux, K. Cooper, P. Atkinson, I. Farrer, D.A. Ritchie, A.J. Shields. Phys. Rev. B **73**, 033 306 (2006).
[7] A. Schliwa, M. Winkelnkemper, A. Lochmann, E. Stock, D. Bimberg. Phys. Rev. B **80**, 161 307 (2009).
[8] R. Singh, G. Bester. Phys. Rev. Lett. **103**, 063 601 (2009).
[9] T. Mano, M. Abbarchi, T. Kuroda, B. McSkimming, A. Ohtake, K. Mitsuishi, K. Sakoda. Appl. Phys. Express **3**, 065 203 (2010).
[10] G. Sallen, B. Urbaszek, M.M. Glazov, E.L. Ivchenko, T. Kuroda, T. Mano, S. Kunz, M. Abbarchi, K. Sakoda, D. Lagarde, A. Balocchi, X. Marie, T. Amand. Phys. Rev. Lett. **107**, 166 604 (2011).
[11] E. Stock, T. Warming, I. Ostapenko, S. Rodt, A. Schliwa, J.A. Tofflinger, A. Lochmann, A.I. Toropov, S.A. Moshchenko, D.V. Dmitriev, и др. Appl. Phys. Lett. **96**, 093 112 (2010).
[12] X. Liu, N. Ha, H. Nakajima, T. Mano, T. Kuroda, B. Urbaszek, H. Kumano, I. Suemune, Y. Sakuma, K. Sakoda. Phys. Rev. B **90**, 081 301 (2014).
[13] T. Kuroda, T. Mano, N. Ha, H. Nakajima, H. Kumano, B. Urbaszek, M. Jo, M. Abbarchi, Y. Sakuma, K. Sakoda, I. Suemune, X. Marie, T. Amand. Phys. Rev. B **88**, 041 306 (2013).
[14] G. Juska, V. Dimastrodonato, L.O. Mereni, A. Gocalinska, E. Pelucchi. Nature. Photon **7**, 527 (2013).
[15] Y. Arashida, Y. Ogawa, F. Minami. Phys. Rev. B **85**, 235 318 (2012).
[16] E. Poem, Y. Kodriano, C. Tradonsky, N.H. Lindner, B.D. Gerardot, P.M. Petroff, D. Gershoni. Nature. Phys. **6**, 993 (2010).
[17] Y. Igarashi, M. Shirane, Y. Ota, M. Nomura, N. Kumagai, S. Ohkouchi, A. Kirihara, S. Ishida, S. Iwamoto, S. Yorozu, Y. Arakawa. Phys. Rev. B **81**, 245 304 (2010).
[18] Y. Benny, Y. Kodriano, E. Poem, D. Gershoni, T.A. Truong, P.M. Petroff. Phys. Rev. B **86**, 085 306 (2012).
[19] V. Jovanov, S. Kapfinger, M. Bichler, G. Abstreiter, J.J. Finley. Phys. Rev. B **84**, 235 321 (2011).
[20] M. Ediger, G. Bester, A. Badolato, P.M. Petroff, K. Karrai, A. Zunger, R.J. Warburton. Nature. Phys. **3**, 774 (2007).
[21] M. Ediger, G. Bester, B. D. Gerardot, A. Badolato, P.M. Petroff, K. Karrai, A. Zunger, R.J. Warburton. Phys. Rev. Lett. **98**, 036 808 (2007).
[22] L. Bouet, M. Vidal, T. Mano, N. Ha, T. Kuroda, M.V. Durnev, M.M. Glazov, E.L. Ivchenko, X. Marie, T. Amand, K. Sakoda, G. Wang, B. Urbaszek. Appl. Phys. Lett. **105**, 082 211 (2014).
[23] M.V. Durnev, M.M. Glazov, E.L. Ivchenko, M. Jo, T. Mano, T. Kuroda, K. Sakoda, S. Kunz, G. Sallen, L. Bouet, X. Marie, D. Lagarde, T. Amand, B. Urbaszek. Phys. Rev. B **87**, 085 315 (2013).
[24] M. Abbarchi, T. Kuroda, T. Mano, K. Sakoda, M. Gurioli. Phys. Rev. B **81**, 035 334 (2010).
[25] T. Belhadj, T. Kuroda, C.-M. Simon, T. Amand, T. Mano, K. Sakoda, N. Koguchi, X. Marie, B. Urbaszek. Phys. Rev. B **78**, 205 325 (2008).
[26] J.G. Keizer, J. Bocquel, P.M. Koenraad, T. Mano, T. Noda, K. Sakoda. Appl. Phys. Lett. **96**, 062 101 (2010).
[27] M. Bayer, G. Ortner, O. Stern, A. Kuther, A.A. Gorbunov, A. Forchel, P. Hawrylak, S. Fafard, K. Hinzer, T.L. Reinecke, S.N. Walck, J.P. Reithmaier, F. Klopf, F. Schaefer. Phys. Rev. B **65**, 195 315 (2002).
[28] Y. Léger, L. Besombes, L. Maingault, H. Mariette. Phys. Rev. B **76**, 045 331 (2007).
[29] G.F. Koster, R.G. Wheeler, J.O. Dimmock, H. Statz. Properties of the thirty-two point groups MIT Press, (1963).
[30] X. Marie, T. Amand, P. Le Jeune, M. Paillard, P. Renucci, L.E. Golub, V.D. Dymnikov, E.L. Ivchenko. Phys. Rev. B **60**, 5811 (1999).
[31] Г.Л. Бир, Г.Е. Пикус. Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках. Наука, Москва (1972).
[32] Н.С. Аверкиев, В.М. Аснин, Ю.Н. Ломасов, Г.Е. Пикус, А.А. Рогачев, Н.А. Рудь. ФТТ **23**, 3117 (1981).
[33] E.L. Ivchenko, G.E. Pikus. Superlatties and other heterostructures. Springer (1997).
[34] И.Л. Алейнер, Е.Л. Ивченко. Письма в ЖЭТФ **55**, 662 (1992).
[35] O. Krebs, D. Rondi, J.L. Gentner, L. Goldstein, P. Voisin. Phys. Rev. Lett. **80**, 5770 (1998).
[36] G. Bester, A. Zunger. Phys. Rev. B **71**, 45318 (2005).
[37] G. Bastard, E. Mendez, L. Chang, L. Esaki. Phys. Rev. B **28**, 3241 (1983).
[38] A. Wojs, P. Hawrylak, S. Fafard, L. Jacak. Phys. Rev. B **54**, 5604 (1996).
[39] М.А. Семина, Р.А. Сурис. ФТП **45**, 947 (2011).
[40] W. Que. Phys. Rev. B **45**, 11036 (1992).
[41] P. Hawrylak. Phys. Rev. B **60**, 5597 (1999).
[42] М.А. Семина, Р.А. Сергеев, Р.А. Сурис. ФТП **40**, 1373 (2006).
[43] А.А. Киселёв, Л.В. Моисеев. ФТТ **38**, 1574 (1996).
[44] A. Baldereschi, N. Lipari. Phys. Rev. B **8**, 2697 (1973).
[45] E.L. Ivchenko. Optical spectroscopy of semiconductor nanostructures. Alpha Science, Harrow UK (2005).